

1908.

M 8b.

ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT DURCH

P. A. G. GREE, L. W. GILBERT, J. O. FOCKENHOF, G. UND E. WIEDERHOL.

VIERTHE FOLGE.

BAND 11. HEFT 1.

DER DRITTER THEIL DER 11. HEFT 1. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

PETER MITWINKEL

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND HERAUSGEGEBEN VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1908.

VERLAG VON JOHANN AMBERG'S BUCHHANDLUNG

KÖNIGSTRASSE 11.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in
12 Heften (= 2 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 20 M.

(Ausgegeben am 7. Juli 1908.)

Ergebnungsbefund, besonders berechnet mit M. 8b. 2.00.

Inhalt.

	Seite
1. E. Hagen und H. Rubens. Über Beziehungen des Reflexions- und Emissionsvermögens der Metalle zu ihrem elektrischen Leitvermögen	878
2. Jean Billitzer. Elektrische Doppelschicht und absolutes Potential. Kontaktelektrische Studien I	903
3. Jean Billitzer. Über die Elektrizitäts-erregung durch die Bewegung fester Körper in Flüssigkeiten. Kontaktelektrische Studien II	937
4. P. Drude. Elektrische Eigenschaften und Eigenschwingungen von Drahtspulen mit angehängten geraden Drähten oder Metallplatten	957
5. Fritz Thaler. Die diffuse Reflexion des Lichtes an matten Oberflächen. (Hierzu Taf. VI.)	998
6. Georg Kuntze. Ein Beitrag zur Festigkeitslehre	1020
7. Robert Weber. Wärmeleitung in Flüssigkeiten	1047
8. G. Jäger. Das Maxwellsche Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Moleküle in Gasen und Flüssigkeiten	1071
9. Moritz Weerth. Über Lamellentöne	1086
10. G. Quincke. VII. Die Bedeutung der Oberflächenspannung für die Photographie mit Bromsilbergelatine und eine neue Wirkung des Lichtes	1100
11. J. Zenneck. Die Energieverhältnisse in osillatorischen Kreisen	1121
12. J. Zenneck. Elektrischer und magnetischer Widerstand bei Schwingungen	1136
13. Carl Barus. Bemerkungen über die Schmidtsche Theorie der Phosphoremanation	1142
Berichtigungen zur Arbeit W. Schwarze	1144

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Glessen, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einsuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuszeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf den ersten Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

5

C
A
M
g
s
f
o
z

ei
n
re
lă
si
lă
an

Sic
der
ge

Wi

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 11.

1. *Über Beziehungen des Reflexions- und Emissionsvermögens der Metalle zu ihrem elektrischen Leitvermögen*¹⁾;

von *E. Hagen* und *H. Rubens*.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die Maxwell'sche elektromagnetische Theorie des Lichtes, welche in ihrer ursprünglichen Gestalt die molekularen Eigenschwingungen der Körper nicht berücksichtigt und somit die Optik einer *einzig* Wellenlänge darstellt, fordert, daß bezüglich der Durchsichtigkeit der Metalle analoge Beziehungen bestehen müssen, wie zwischen ihrem elektrischen Leitvermögen. Diese Beziehungen sind mehrfach geprüft worden²⁾, haben sich aber in keiner Weise bestätigt, weder in Hinsicht auf den absoluten Betrag der Durchsichtigkeit, noch bezüglich der Reihenfolge, in die sich die Metalle nach ihrer Durchsichtigkeit ordnen lassen, und welche zugleich die Reihenfolge ihrer spezifischen Widerstände sein müßte.

In einer früheren Arbeit³⁾ haben wir nun gezeigt, daß einige dieser Widersprüche sich zu lösen beginnen, wenn man nicht das ultraviolette oder sichtbare Spektrum in den Bereich der Untersuchung zieht, sondern zu größeren Wellenlängen fortschreitet. Wir fanden, daß Platin, welches im sichtbaren und ultravioletten Spektralgebiet sehr viel undurchlässiger ist als Gold und Silber, im Ultraroten diese Metalle an Durchlässigkeit übertrifft. Dasselbe gilt in noch höherem

1) Vorliegende Arbeit ist eine weitere Ausführung der in den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 269 u. 410. 1903 und den Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 5. p. 113 u. 145. 1903 abgedruckten Mitteilungen.

2) Vgl. u. a. W. Wien, Wied. Ann. 35. p. 48. 1888 u. E. Cohn, Wied. Ann. 45. p. 55. 1892.

3) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 432. 1902.

Maße vom Wismut, wie wir uns neuerdings überzeugt haben. Ein etwa $90 \mu\mu$ dicker ¹⁾ Wismutspiegel, welcher im Rot kaum $\frac{1}{1000}$ hindurchläßt, besitzt nämlich bereits bei $\lambda = 4 \mu$ eine Durchlässigkeit von 10 Proz. Es war hiernach nicht unwahrscheinlich, daß man beim Übergang auf größere Wellenlängen zu Werten für die Durchlässigkeit der Metalle gelangt, die mit der Maxwellschen Theorie im Einklang sind. Es würde dies, die Richtigkeit jener Theorie vorausgesetzt, besagen, daß der Einfluß der molekularen Eigenschwingungen der verschiedenen Metalle im Ultrarot mit wachsender Wellenlänge allmählich verschwindet.

Ganz ähnliche Beziehungen, wie sie die Maxwellsche Theorie für die *Durchlässigkeit* der Metalle verlangt, lassen sich für die *Intensität der in die Metalle eindringenden Strahlung* und für die *Emission* voraussehen. Diese Größen aber sind viel leichter zu bestimmen als die Durchlässigkeit. Zu Untersuchungen der letzten Art sind nämlich erstens erheblich größere Strahlungsintensitäten erforderlich. Zweitens existieren in dem in Betracht kommenden Spektralgebiet keine für Wärmestrahlen hinreichend durchsichtigen Körper, welche man als Träger für die dünnen zu untersuchenden Metallschichten verwenden könnte.²⁾ Endlich ist man bezüglich der Zahl der für die Untersuchung der Durchlässigkeit verwendbaren Metalle wesentlich größeren Beschränkungen unterworfen als bei der Messung der eindringenden Strahlung, da man viel leichter gut reflektierende Spiegel als gleichmäßig dicke, noch merklich durchlässige Metallschichten herstellen kann.

Die in die Metalle eindringende Strahlungsintensität läßt sich auf verschiedene Weisen experimentell ermitteln, am einfachsten wohl durch die Messung des Reflexionsvermögens der Metalle, oder durch die Untersuchung ihres Emissionsvermögens.

Wird das Reflexionsvermögen R für normale Inzidenz in Prozenten der einfallenden Strahlung ausgedrückt, so ist die

$$1) \mu = \frac{1}{1000}, \quad \mu\mu = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ mm.}$$

2) Steinsalz, Sylvin und Chlorsilber, welche hinreichend durchsichtig sind, eignen sich aus chemischen Gründen nicht als Träger der Metallschichten. Glimmer absorbiert schon jenseits 7μ sehr stark.

in die Metalle eindringende Strahlungsintensität $J = (100 - R)$. In denjenigen Spektralgebieten, in welchen die Energie für genaue Messungen genügend groß und R hinreichend von 100 verschieden ist, wird daher die Bestimmung der Größe J zweckmäßig durch Messung des *Reflexionsvermögens* erfolgen. Gerade aber in dem Gebiet der größten erreichbaren Wellenlängen sind diese Bedingungen nicht mehr hinreichend erfüllt, und es empfiehlt sich dann J aus dem *Emissionsvermögen* der Metalle zu ermitteln. Ist nämlich E die Emission einer undurchsichtigen blanken Metallfläche, e diejenige eines gleich temperierten schwarzen Körpers für dieselbe Wellenlänge, so wird nach dem Kirchhoffschen Gesetz $J = E/e$.

Unsere Untersuchung zerfällt hiernach in zwei Teile; in dem ersten wird die Größe J mit Hülfe des Reflexionsvermögens bestimmt, in dem zweiten wird sie aus dem Emissionsvermögen der Metalle abgeleitet.

Erster Teil.

Das Reflexionsvermögen der Metalle im Ultrarot.

Messungen des Reflexionsvermögens der Metalle sind im ultraroten Spektrum bereits mehrfach vorgenommen worden.

Außer der Arbeit des Einen¹⁾ von uns, in welcher derselbe auf Grund seiner Beobachtungen den Schluß ziehen konnte, daß das Reflexionsvermögen der guten Leiter für Wärme und Elektrizität (Silber, Kupfer, Gold) im ultraroten Spektrum größer ist als dasjenige der übrigen Metalle, ist die Arbeit von A. Trowbridge²⁾ sowie unsere eigene neuere Untersuchung³⁾, zu nennen. An der Hand der Resultate dieser Arbeiten ließ sich indes noch kein einwandfreier Vergleich mit der Maxwell'schen Theorie geben, weil das Material und die Oberflächenbeschaffenheit der verwendeten Spiegel bei den älteren

1) H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 249. 1889.

2) A. Trowbridge, Wied. Ann. 65. p. 595. 1898. Die Arbeiten der Herren S. P. Langley (Phil. Mag. 27. p. 10. 1889), E. F. Nichols (Wied. Ann. 60. p. 401. 1897) und F. Paschen (Ann. d. Phys. 4. p. 304. 1901) beziehen sich nur auf Silber.

3) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 1. 1902.

Untersuchungen zu unvollkommen war und sich unsere eigenen Messungen bisher nur auf Wellenlängen bis $1,5 \mu$ erstreckten.

Beobachtungsmethode.

Die Versuchsanordnung ist in der Fig. 1 dargestellt. In derselben bedeutet H den Spalt eines Spektrometers, welches durch Einsetzen der beiden vorn versilberten Hohlspiegel K und L in ein Spiegelspektrometer umgestaltet war. K war fest am Spektralapparat, L drehbar an dessen beweglichem, zugleich die lineare Thermosäule T tragenden Arm angebracht.

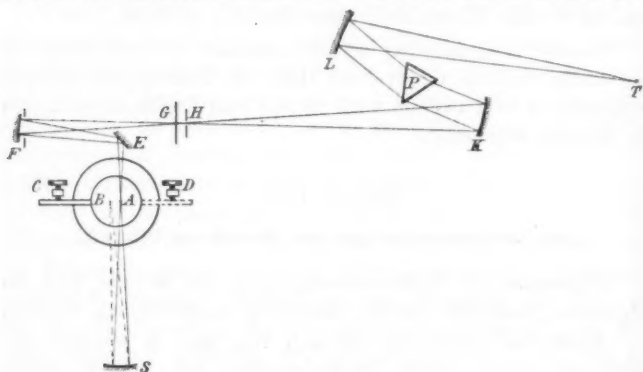


Fig. 1.

HK stellt demnach den Kollimator, LT das Beobachtungsrohr des Spektrometers dar. Das Prisma P desselben bestand bei den Versuchen für das Wellenlängengebiet $1-8 \mu$ aus Flußspat und für $8-14 \mu$ aus Sylvin.

Die bereits erwähnte Thermosäule ¹⁾ war die zu unseren früheren Arbeiten ²⁾ benutzte. Als zugehöriges Meßinstrument diente ein gegen äußere magnetische Störungen geschütztes du Bois-Rubenssches Panzergalvanometer ³⁾. Vom Beobach-

1) H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 65. 1898.

2) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 8. p. 1 u. p. 432. 1902.

3) H. du Bois u. H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 65. 1900.

tungsplatze des letzteren aus konnte der dicht vor dem Spalte des Spektrometers aufgestellte Klappschirm *G* nach Bedarf gehoben und gesenkt werden.

In der Figur bedeuten ferner *E* und *F* zwei Hülfs-
spiegel, *A* die Lichtquelle und *S* den zu untersuchenden Metall-
spiegel.

Als *Lichtquelle* wurde ein 2 mm breiter und 1 mm dicker, vertikal gestellter Nernstkörper verwendet, der auf einem Drehtischchen etwas *exzentrisch* befestigt war. Das letztere war, wie es die Figur zeigt, zwischen dem zu untersuchenden Spiegel *S* und dem Hülfsspiegel *E* aufgestellt. Es war mit zwei festklemmbaren Anschlägen *C* und *D* versehen, welche es erlaubten, den Faden der Nernstlampe aus der Lage *A* in die punktiert gezeichnete Lage *B* überzuführen und umgekehrt. Unmittelbar vor dem Nernstkörper war ein kleiner Spalt von 2 mm Breite angebracht, in den im Abstand von 8 mm übereinander zwei schräg gestellte Fadenkreuze aus sehr feinem Platindraht eingezogen waren. Die Exzentrizität des Nernstkörpers und die Lage des vor ihm angebrachten, soeben erwähnten Spaltes konnten durch zwei besondere mikrometrische Vorrichtungen eingestellt werden.

Die Aufstellung der Lichtquelle *A*, des Planspiegels *E* und des Hohlspiegels *F* wird nun so gewählt, daß die von *A* ausgehenden und von *E* nach dem Hohlspiegel *F* hin reflektierten Strahlen von diesem auf dem Spalt *H* des Spektrometers zu einem Bilde *gleicher Größe* vereinigt werden. Ist dies geschehen und die Exzentrizität der Nernstlampe angenähert richtig gewählt, so wird der zu untersuchende Spiegel *S* so aufgestellt, daß seine Symmetrieachse horizontal liegt und durch die Umdrehungsachse des Drehtischchens hindurchgeht. Alsdann wird das letztere um 180° gedreht und dadurch die Nernstlampe und der vor ihr befindliche kleine Spalt in die Lage *B* gebracht. Es bleibt dann nur noch übrig den Abstand des zu untersuchenden Spiegels *S* und erforderlichenfalls die Exzentrizität der Nernstlampe so zu regulieren¹⁾, daß von

1) Als optische Bank und Spiegelhalter etc. dienen die früher von uns beschriebenen Einrichtungen, vgl. Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 299. 1899.

B ein reelles Bild von gleicher Größe in *A*, d. h. genau an dem Orte des Raumes entworfen wird, an dem sich vorher die Nernstlampe mit ihrem Spalte befand. Der weitere Verlauf der Strahlen von diesem reellen Bilde *A* aus, wird dann genau der gleiche sein, wie im vorher gedachten Falle. Als Kriterium dafür, daß der zu untersuchende Spiegel *S* ein Bild genau der gleichen Größe von *B* in *A* entwirft, ist dadurch gegeben, daß nur in diesem Falle das jetzt auf dem Spektrometerspalt *H* entworfene Bild der erwähnten zwei Fadenkreuze aus Platindraht die gleiche Schärfe besitzen kann, wie im ersteren Falle, wo die Nernstlampe und ihr Spalt sich in *A* selbst befanden.

Hinsichtlich der übrigen Einzelheiten der Anordnung und Ausführung der Versuche möge noch erwähnt werden, daß der Spektrometerspalt 6 mm hoch und 1 mm weit, sowie daß vor den Hülfs Spiegel *F* (Krümmungsradius 300 mm) eine 24×24 mm große Blende vorgesetzt war, um sowohl für die Stellung *A* wie *B* der Nernstlampe immer nur den gleichen mittleren Teil des Strahlenkegels zur Verwendung gelangen zu lassen.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß der Strahlengang in den beiden gedachten Fällen nur insofern verschieden ist, als im einen Falle der Weg *B S A* hinzukommt. Dividiert man den in diesem Falle am Galvanometer beobachteten Ausschlag durch den im ersteren Falle erhaltenen, so ergibt sich daraus unmittelbar das Reflexionsvermögen des betreffenden Spiegels. Die Methode gibt, ebenso wie das von uns seinerzeit im sichtbaren Spektralgebiet benutzte optische Verfahren, ohne weiteres absolute Werte des Reflexionsvermögens. Dies wurde durch eine Reihe von Vergleichsversuchen festgestellt, die unter Verwendung des Sylvinprismas an einer größeren Zahl von früher bereits untersuchten Spiegeln für die Wellenlängen $\lambda = 0,60, 0,65, 0,70 \mu$ ausgeführt wurden.

Die Messungen wurden im allgemeinen an 15 Stellen des Spektrums vorgenommen. Bei der Stellung *A* des Nernstkörpers betrug der Luftweg des Strahlenganges 210 cm, bei der Stellung *B* hingegen 270 cm. Daraus ergab sich die Notwendigkeit, die Beobachtungen auf solche Wellenlängen zu beschränken, bei denen die Absorption der Strahlen durch den

Wasserdampf und die Kohlensäure¹⁾ der Luft *unerheblich*²⁾ ist. Nur die Wellenlänge $\lambda = 7 \mu$ bildete hiervon eine Ausnahme, an dieser Stelle mußte wegen der Wasserdampfabsorption eine Korrektur im Betrage von 3,1 Proz. angebracht werden. Infolge hiervon sind die für $\lambda = 7 \mu$ angegebenen Reflexionsvermögen weniger genau als die übrigen.

Die Inzidenz, unter welcher die Reflexion an den zu untersuchenden Spiegeln (δ der Figur) erfolgte, war $0,7^\circ$.

Metallspiegel.

Sämtliche Metalle kamen in Form von Hohlspiegeln von 30 cm Radius und 4 cm Öffnung zur Verwendung. Die Spiegel waren, soweit es sich um massive Stücke handelt, meist in der optischen Werkstatt von Zeiss geschliffen und poliert.

Sie sind zum Teil mit denen identisch, welche zu unseren früheren Untersuchungen über das Reflexionsvermögen einiger Metalle für sichtbare, ultraviolette und ultrarote Strahlen gedient hatten. Es gilt dies für die Hohlspiegel aus Stahl, Nickel, Magnalium, Rossescher und Brandes u. Schöne-mannscher Legierung. Die übrigen wurden durch Nachschleifen und Polieren der früher benutzten Spiegel erhalten, oder für die vorliegende Untersuchung aus möglichst reinem Material neu angefertigt. Die Metalle Silber, Gold und Platin kamen, wie dies aus der Tab. 1 hervorgeht, in drei Modifikationen, Nickel in zwei Modifikationen zur Untersuchung.

Die chemisch auf Hohlgläsern niedergeschlagenen Metallspiegel waren von verschiedenen Firmen hergestellt; die durch Kathodenzerstäubung entstandenen Metallschichten wurden mit Hilfe der Boasschen Anordnung³⁾ angefertigt. Sämtliche Hohlspiegel, mit Ausnahme des Spiegels aus gegossenem Wismut zeigten tadellose Oberflächen und gaben vortreffliche Bilder.

Vor jedem Versuch wurden die Spiegel geputzt. Am besten geschieht dies mit dem Ballen der Hand, auf den

1) Vgl. F. Paschen, Wied. Ann. **51**. p. 1; **52**. p. 209; **53**. p. 335. 1894; H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. **64**. p. 598. 1898.

2) Diese Bedingung ist tatsächlich an *fast allen* Stellen des Spektrums hinreichend erfüllt, da das Hinzukommen einer im Verhältnis zur Gesamtlänge des Strahlenganges kurzen Luftstrecke nur eine *geringe* Vermehrung der schon vorhandenen Absorption bewirkt.

3) H. Boas, DRP. 85435 vom 6. Februar 1895.

äußerst fein geschlemmtes Pariser Rot aufgerieben wird. Alles lose auf dem Handballen zurückbleibende Pulver wird mittels einer Bürste sorgfältig wieder abgebürstet, bis man beim Berühren mit dem Finger keinerlei lose Partikelchen mehr wahrzunehmen vermag.

Nachstehende Tabelle gibt einen Auszug aus zwei Beobachtungsreihen.

Auszug aus zwei Beobachtungsreihen für reines Silber.

Wellenlänge λ in μ	Benutztes Prisma	Galvanometerauslässe α für die direkte Strahlung β nach der Reflexion	Reflexionsvermögen R
0,65	Sylvin	$\alpha = 31,8 \ 31,7 \ 31,5 \ 31,9 \ 31,6 \ 31,5$ $\beta = 30,5 \ 30,3 \ 30,3 \ 30,3 \ 30,6 \ 30,5$	$\frac{30,42}{31,67} \cdot 100 = 96,0\%$
0,65	Flußspat	$\alpha = 240 \ 240 \ 239,4$ $\beta = 231,5 \ 228,5 \ 227$	$\frac{229,0}{239,8} \cdot 100 = 95,5\%$
5	Flußspat	$\alpha = 83,7 \ 84,0 \ 84,0$ $\beta = 81,3 \ 81,6 \ 81,9$	$\frac{81,6}{83,9} \cdot 100 = 97,2\%$
8	Sylvin	$\alpha = 101,2 \ 100,7 \ 101,0 \ 101,5$ $\beta = 100,3 \ 99,9 \ 100,1 \ 100,0$	$\frac{100,08}{101,1} \cdot 100 = 99,0\%$
12	Sylvin	$\alpha = 16,9 \ 17,1 \ 17,0 \ 17,1 \ 17,1 \ 17,1 \ 17,3$ $\beta = 17,0 \ 17,0 \ 16,5 \ 16,9 \ 16,8 \ 17,1 \ 17,1$	$\frac{16,91}{17,09} \cdot 100 = 98,9\%$

Resultate der Beobachtung.

Die Ergebnisse unserer Messungen sind für sieben reine Metalle, und zwar Silber, Kupfer, Gold, Platin, Nickel, Stahl Wismut, und für sechs Legierungen, nämlich Konstantan, zwei Patentnickelsorten¹⁾, Brandes und Schünemannsche Legierung, Rossesche Legierung und Magnalium in der Tab. 1 enthalten. Außerdem ist die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von der Wellenlänge für zehn unserer Spiegel in den Kurven der Fig. 2 graphisch dargestellt. Im Rot, wo unsere neuen Messungen beginnen und in den benachbarten Gebieten des Ultrarot stimmen unsere Beobachtungen mit den

1) In den Ber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. 1903 auf p. 274 u. 276 und in den Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 5. 1903 auf p. 116 sind die zum Patentnickel *P* und *M* zugehörigen Zahlenwerte irrtümlich verwechselt.

Tabelle 1.
Reflexionsvermögen R der Metalle.

λ in μ	Silber		Kupfer, reinstes des Handels	Gold		Platin		Nickel	Stahl, Wis- mut härter	Konstantan 60 Cu + 40 Ni	Patentnickel		Brandes und Schneemansche Legierung	Rosssche Legierung 68,2 Cu + 31,8 Sn	69 Al + 36 Mg Magnesium
	chem., nieder- geschlagen	zerstäubt		elektrolytisch	chem., nieder- geschlagen	zerstäubt	elektrolytisch ¹⁾	zerstäubt	masseiv, rein	elektrolytisch	M 75 Cu + 25 Ni	P 80 Cu + 20 Ni			
0,65 ¹⁾	95,6	95,9	94,6	—	86,9	89,6	89,1	66,8	63,8	67,2	67,3	56,8	—	65,3	85,2
0,70	96,1	96,2	—	82,9	92,3	91,3	—	—	—	71,2	71,4	73,0	—	—	—
1,0	96,4	97,5	95,5	90,1	94,7	93,6	72,9	70,4	73,0	72,0	72,6	75,0	69,8	70,5	84,1
1,5	97,3	97,9	—	93,8	97,3	96,7	94,8	77,7	75,3	76,9	79,3	79,9	79,1	75,0	85,5
2,0	97,3	97,8	96,8	95,5	96,8	96,5	94,9	80,6	79,8	83,5	83,5	84,1	82,3	80,4	86,7
3,0	97,3	98,1	97,4	97,1	—	96,7	95,6	88,8	88,5	89,1	89,1	89,8	85,8	86,2	87,4
4,0	97,7	98,5	97,6	97,3	96,0	97,2	96,0	91,5	91,6	92,5	91,4	92,1	87,1	88,5	88,7
5,0	97,3	98,1	97,3	97,9	97,0	96,9	95,7	93,5	90,8	94,7	94,4	92,2	87,3	89,1	89,0
7,0	98,5	98,5	98,3	98,3	98,3	97,3	95,7	95,5	93,0	94,8	94,3	92,9	88,6	90,1	90,0
8,0	99,0	98,5	98,1	98,6	97,8	96,8	96,1	95,1	92,5	95,0	95,7	93,0	89,8	91,0	90,9
9,0	98,9	98,7	98,1	98,4	98,0	96,7	96,1	95,4	92,5	95,6	95,6	92,9	90,3	92,2	90,6
10,0	99,0	98,7	98,5	98,5	97,8	97,7	96,4	95,9	93,1	95,4	95,6	93,0	90,6	92,9	91,8
11,0	99,0	98,8	98,8	98,4	98,3	97,7	96,5	95,6	92,7	93,9	93,0	93,8	90,2	92,9	90,7
12,0	98,9	98,8	98,1	98,4	97,8	97,9	97,2	96,5	94,9	95,7	96,1	94,3	90,9	92,9	92,5
14,0	98,8	98,3	—	97,9	97,9	98,7	96,7	96,4	94,7	95,6	97,2	93,4	90,3	93,6	92,2

1) Bei 0,65 und 0,7 μ war eine Wasserzelle in den Strahlengang eingeschaltet.

2) Die Werte für 8—14 μ folgen aus Beobachtungen an massivem Platin.

früher von uns gewonnenen Zahlen gut überein. Nur beim Silber sind die neuen Zahlen in Rot etwas höher, was darin seinen Grund hat, daß die früher von uns benutzte Versilberung ein geringeres Reflexionsvermögen besitzt als die nunmehr verwendete. Auch für den Spiegel aus chemisch reinem,

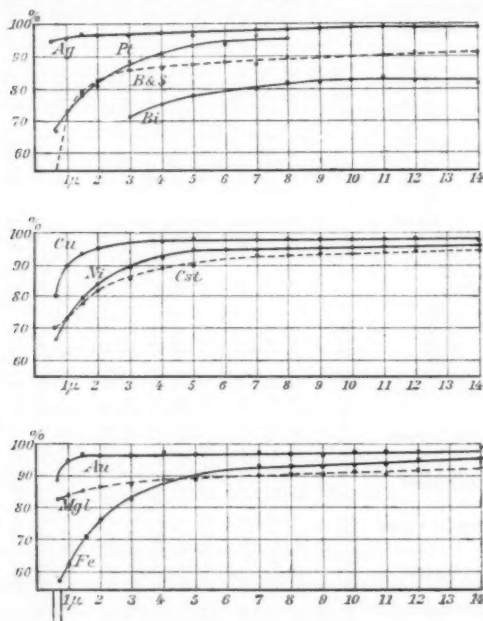


Fig. 2.

Cst bedeutet Konstantan, Mgl Spiegel-Magnalium, B u. S die Brandes und Schönemannsche Legierung. Die Kurven für Patentnickel M und P fallen mit der des Konstantans sehr nahe zusammen. Der kleine vertikal abwärts gerichtete Doppelstreifen links unten an der Kurventafel deutet das Bereich des sichtbaren Spektralgebietes ($0,45$ bis $0,7 \mu$) an.

massivem Silber und die durch Kathodenzerstäubung erhaltenen Silberspiegel ergaben sich dieselben höheren Werte, so daß an deren Richtigkeit kein Zweifel bestehen kann.

Aus der Form der Kurven der Fig. 2 ist zu ersehen, daß das Reflexionsvermögen der Metalle, welches im ultravioletten und sichtbaren Gebiet bekanntlich sehr erheblichen Schwan-

kungen unterworfen ist, im Ultrarot bei sämtlichen Metallen und Legierungen einen sehr einfachen Verlauf zeigt. In allen Fällen nähert sich die Kurve asymptotisch der Geraden $R = 100$ Proz.¹⁾ Vergleicht man ferner die Werte des Reflexionsvermögens für die verschiedenen Metalle im Gebiet größerer Wellenlängen, so zeigt es sich, daß sich die Metalle bezüglich ihres Reflexionsvermögens überall in der gleichen Reihenfolge ordnen. Noch deutlicher tritt diese Gesetzmäßigkeit hervor, wenn man nicht die Größe R , sondern den Prozentsatz der eindringenden Intensität $(100 - R)$ ins Auge faßt. Diese Größe nimmt zwar mit wachsender Wellenlänge ständig ab, aber für lange Wellen bei allen Metallen nahezu in demselben Verhältnis, so daß es hier wenig in Betracht kommt, an welcher Stelle dieses Spektralgebietes der Vergleich der Werte vorgenommen wird.

Die Tab. 2 enthält eine Zusammenstellung der Größe $(100 - R)$ bei $\lambda = 4 \mu$, 8μ und 12μ für die sämtlichen untersuchten reinen Metalle und für fünf Legierungen, von denen das elektrische Leitungsvermögen zuverlässig bekannt war. Die angegebenen Zahlen für $(100 - R)$ sind, falls mehrere Modifikationen desselben Metalles untersucht worden waren, stets die Mittelwerte. Nur die Ergebnisse der durch Kathodenzerstäubung hergestellten Spiegel haben wir nicht dabei berücksichtigt. Die letzteren reflektieren sämtlich etwas weniger als die übrigen Metallmodifikationen. Dieser Unterschied ist beim Silber kaum merklich, er beträgt bei dem Gold etwa 1 Proz., bei dem Platin 2–3 Proz. Wir lassen es dahingestellt, ob diese Differenzen von einer abweichenden Molekularstruktur der zerstäubten Schichten oder von geringen Verunreinigungen der Metalle, etwa durch Oxyde, herühren.

1) Von einem Maximum des Reflexionsvermögens bei $\lambda = 1,5 \mu$, wie es früher beobachtet wurde (vgl. H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 249. 1889), ist bei den von uns untersuchten Goldspiegeln nichts zu bemerken. Vielleicht ist der Grund der 1889 beobachteten Tatsache darin zu suchen, daß der eine der damals benutzten Goldspiegel unter Zusatz von 2 Proz. Wismutsalz auf Glas eingebrannt war. Der andere Spiegel war eine mit Wismutoxyd polierte Goldplatte.

Tabelle 2.

	Leit- vermögen χ_{18}	$\sqrt{\chi_{18}}$	$\lambda = 4 \mu$ $C_4 = \frac{(100-R)}{(100-R)\sqrt{\chi_{18}}}$	$\lambda = 8 \mu$ $C_8 = \frac{(100-R)}{(100-R)\sqrt{\chi_{18}}}$	$\lambda = 12 \mu$ $C_{12} = \frac{(100-R)}{(100-R)\sqrt{\chi_{18}}}$
Silber	61,4	7,85	1,9	1,25	1,15
Kupfer	57,2	7,56	2,7	1,4	1,6
Gold	41,3	6,48	3,4	1,74	2,15
Platin	9,24	3,04	8,5	4,6	3,5
Nickel	8,5	2,92	8,2	4,65	4,1
Stahl	5,02	2,24	12,2	7,0	4,9
Wismut	0,84	0,916	(24,8)	(18,5)	(17,8)
Patentnickel P	3,81	1,95	7,9	14,6	5,7
Patentnickel M	2,94	1,71	8,6	11,1	7,0
Konstantan	2,04	1,43	11,7	10,6	6,0
Boschesche Legierung	2,07	1,44	11,5	13,0	7,1
Brandes und Sehmamann- sche Legierung	1,48	1,22	12,9	12,3	9,1
Mittelwert von C für 4, 8, 12 μ	—	—	$C_4 = 19,4$	$C_8 = 13,0$	$C_{12} = 11,0$
Mittlere Abweichung δ vom Mittelwert von C	—	—	$\delta_4 = 21,0\%$	$\delta_8 = 14,5\%$	$\delta_{12} = 9,6\%$
Theoretischer Wert von C' berechnet nach Formel (4)	—	—	$C'_4 = 18,25$	$C'_8 = 12,90$	$C'_{12} = 10,54$

Außer der Größe $(100 - R)$ enthält die Tabelle¹⁾ die elektrischen Leitvermögen²⁾ κ sowie die Quadratwurzeln hieraus, endlich die Produkte $(100 - R) \cdot \sqrt{\kappa}$ für die Wellenlängen 4, 8 und 12 μ . Man erkennt, daß dieses Produkt für $\lambda = 12 \mu$ bei allen Metallen angenähert denselben Wert hat, d. h. die eindringenden Intensitäten im Gebiet langer Wellen verhalten sich umgekehrt wie die Wurzeln aus dem elektrischen Leitvermögen:

$$(1) \quad (100 - R) \sqrt{\kappa} = \text{konst.}$$

Aber auch bei 8 μ und selbst noch bei 4 μ ist diese Gesetzmäßigkeit angenähert erfüllt. Die Produkte $(100 - R) \cdot \sqrt{\kappa}$ schwanken bei $\lambda = 4 \mu$ mit einer mittleren Abweichung von 21 Proz. um den Mittelwert $C_4 = 19,4$. Bei $\lambda = 8 \mu$ beträgt die mittlere Abweichung der Produkte von dem Mittelwert $C_8 = 13,0$ noch 14,5 Proz. Bei $\lambda = 12 \mu$ endlich ist die mittlere Abweichung nur noch 9,6 Proz., der Betrag des Mittelwertes $C_{12} = 11,0$.

Die in der Tab. 2 für Wismut angegebenen Werte sind eingeklammert und bei der Berechnung des Betrages von C nicht berücksichtigt, da sie mit einer erheblich größeren Unsicherheit behaftet sind als die übrigen Zahlen. Diese Abweichung findet ihre Erklärung in der Mangelhaftigkeit der Form und Politur der zu den Versuchen hergestellten Wismutspiegel.³⁾ Dadurch war bedingt, daß der massive Wismutspiegel nur zur Ermittlung des Verlaufes der Kurve des Reflexionsvermögens benutzt, die absoluten Werte des letzteren aber durch Zuhülfenahme von Spiegeln, die durch Kathodenzerstäubung hergestellt waren, ermittelt werden mußten. Letztere besaßen eine gute sphärische Form, aber waren weder ganz oxydfrei noch auch dick genug zu erhalten, so daß sie notwendigerweise zu kleine Reflexionsvermögen lieferten.

1) R ist in Prozenten der auffallenden Strahlung angegeben.

2) W. Jäger u. H. Diesselhorst, *Wissensch. Abhandl. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* 3. p. 269. 1900.

3) Gegossenes Wismut läßt sich infolge seiner kristallinen Struktur und der voraussichtlich hierdurch bedingten ungleichmäßigen Härte der Oberfläche nur sehr schlecht schleifen und polieren.

Vergleich mit der Theorie.

Die ursprüngliche Maxwellsche Theorie, welche, wie bereits im Eingang erwähnt, von den Molekülen und deren Eigenschwingung abstrahiert, führt, wie dies von den Herren Drude¹⁾, Planck²⁾ u. a. abgeleitet worden ist³⁾, zu dem einfachen Ausdruck für das *Reflexionsvermögen*⁴⁾

$$R = 100 - \frac{200}{\sqrt{A\tau}},$$

bez. für die *eindringende Intensität*

$$2) \quad (100 - R) = \frac{200}{\sqrt{A\tau}},$$

worin A das elektrische Leitvermögen des betreffenden Metalles im absoluten elektrostatischen Maß bedeutet und τ die Schwingungsdauer in Sekunden. Die Formeln gelten nur für hinreichend große A , so daß das Produkt $A\tau$ sehr groß gegen 1 wird, eine Bedingung, die hier stets mit genügender Annäherung erfüllt ist. Führt man in Gleichung (2) statt der Schwingungsdauer τ die Wellenlänge λ in μ ein und statt des in elektrostatischem Maß gemessenen Leitungsvermögens A die Größe κ der Tab. 2, so folgt⁵⁾

$$(3) \quad (100 - R) = \frac{36,5}{\sqrt{\kappa\lambda}},$$

oder

$$(4) \quad (100 - R) \cdot \sqrt{\kappa} = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda}} = C_\lambda.$$

Die von uns experimentell aufgefundene Tatsache, daß das Produkt aus der eindringenden Strahlungsintensität und der Wurzel aus dem elektrischen Leitvermögen im Gebiet

1) P. Drude, Physik des Äthers, p. 574, Formel (66) 1894; vgl. auch Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 5. p. 142. 1903.

2) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 278. 1903.

3) Auch aus der letzten Formel auf p. 444 des Werkes von E. Cohn, Das elektromagnetische Feld, 1900 läßt sich die obige Relation herleiten.

4) R ist in Prozenten der auffallenden Strahlung gerechnet.

5) κ ist der reziproke Wert des Widerstandes eines Leiters von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt in Ohm.

langer Wellen eine von der Natur des Metalles unabhängige, nur von der Wellenlänge abhängige Größe ist, wird also von der Maxwellschen Theorie gefordert. Die Größe der Konstanten $C_\lambda = (100 - R) \sqrt{x}$ ergab sich laut Tab. 2 zu

19,4	bei $\lambda = 4 \mu$,
13,0	„ $\lambda = 8 \mu$,
11,0	„ $\lambda = 12 \mu$.

Die entsprechenden Werte der Konstanten C_λ , berechnet nach der aus der Maxwellschen Theorie folgenden Gleichung (4) sind: 18,25 für 4μ , 12,90 für 8μ , 10,54 für 12μ und zeigen eine Übereinstimmung mit den obigen Werten, welche besser ist, als man es hätte erwarten und hoffen dürfen.

Eine Kontrolle gleicher Art für die Übereinstimmung des Experimentes und der Theorie geht aus nachstehender Zusammenstellung hervor. In derselben sind die von uns experimentell gefundenen Werte von $(100 - R)$ neben die aus der Formel (4) lediglich unter Zugrundelegung des elektrischen Leitvermögens und der Wellenlänge $\lambda = 12 \mu$ errechneten Werte gesetzt.

Abgesehen von den für Wismut angegebenen Werten ist die Übereinstimmung eine gute, im besonderen, wenn man berücksichtigt, daß die nach der Formel (4) ausgerechneten Zahlen absolute Werte sind und keinen willkürlich gewählten Proportionalitätsfaktor enthalten.

Tabelle 3.

	(100 - R) für $\lambda = 12 \mu$	
	beob.	ber.
Ag	1,15	1,3
Cu	1,6	1,4
Au	2,1	1,6
Pt	3,5	3,5
Ni	4,1	3,6
Fe (Stahl)	4,9	4,7
Bi	(17,8)	11,5
Patentnickel P	5,7	5,4
Patentnickel M	7,0	6,2
Konstantan	6,0	7,4
Rossettsche Legierung	7,1	7,3
Brandes und Schünemann	9,1	8,6

Zweiter Teil.

Das Emissionsvermögen der Metalle für $\lambda = 25,5 \mu$.

Stellt man sich die Aufgabe, die durch unsere Reflexionsversuche aufgefundene und aus der Maxwellschen Theorie folgende Formel (4) für Strahlen von wesentlich größerer Wellenlänge, z. B. für die *Reststrahlen von Flußpat*, zu prüfen, so ist, wie wir bereits in der Einleitung hervorgehoben haben, die Ermittlung der Größe $(100 - R)$ aus dem Reflexionsvermögen nicht der geeignete Weg. Diese letztere Größe nähert sich bei allen Metallen mit zunehmender Wellenlänge asymptotisch¹⁾ dem Werte 100 Proz. und dementsprechend wächst die Schwierigkeit der Bestimmung von $(100 - R)$.

Macht man aber nicht das Reflexionsvermögen, sondern das *Emissionsvermögen* zum Gegenstand der Untersuchung, so handelt es sich nur darum, die zu untersuchenden Metallflächen auf dieselbe Temperatur zu bringen und ihre Wärmestrahlung mit der eines absolut schwarzen Körpers für lange Wellen zu vergleichen²⁾,

1) Vgl. H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

2) Ein dem Prinzip nach ähnliches Verfahren, bei dem jedoch die untersuchten Strahlungsintensitäten nicht auf den schwarzen Körper bezogen wurden, hat O. Wiedeburg (Wied. Ann. 66. p. 92. 1898) benutzt, um das Verhältnis der *Gesamtstrahlung* zu ermitteln, welche einerseits von Silber und andererseits von den verschiedenen Metallen bei der gleichen Temperatur emittiert wird. Er gelangt dabei zu Zahlenreihen, durch die er die schon von H. Rubens (Wied. Ann. 37. p. 249. 1889) beobachtete Tatsache, daß die guten Leiter für Wärme und Elektrizität ein stärkeres Reflexionsvermögen zeigen als die schlechten, bestätigt findet. Nach unseren Reflexionsversuchen sind jedoch Wiedeburgs Angaben so unwahrscheinlich, daß wir für einige Metalle seine Versuche wiederholten. Vermutlich waren die letzteren durch fremde Strahlungen in erheblichem Maße beeinträchtigt. Als Beweis dessen möge nachstehende Tabelle angeführt werden, welche die Strahlungsintensitäten von vier Metallen bei 100°, bezogen auf Silber gleich 1, einerseits nach O. Wiedeburgs Angaben und andererseits nach unseren Kontrollversuchen enthält. Bei den letzteren war jegliche fremde Strahlung mit Sicherheit ausgeschlossen.

Beobachter	Gesamtstrahlung bei 100°			
	Silber	Platin	Stahl	Manganin
Wiedeburg . . .	1,00	1,23	1,31	1,32
Hagen und Rubens	1,00	4,65	6,66	8,00

was, sofern genügende Energie vorhanden ist, keinerlei Schwierigkeiten bietet.

Zu den Versuchen wurde ein drehbar aufgestellter, kupferner Kasten *A* (Fig. 3) benutzt, der an seinen vier Seitenflächen mit runden Öffnungen und Verschraubungen versehen war, in welche die zu vergleichenden Metallplatten¹⁾ (strahlende Fläche 50 mm Durchmesser), bez. der „schwarze Körper“, eingesetzt werden konnten.²⁾ Letzterer bestand aus einem mit

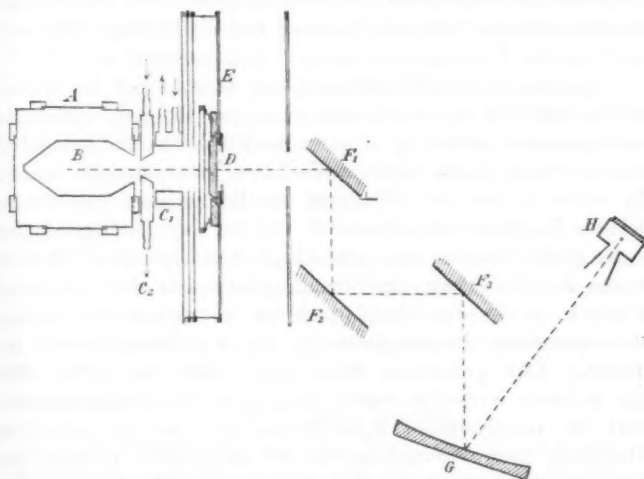


Fig. 3.

konischen Enden versehenen, mit Mattlack geschwärzten Kupferzylinder *B* von 47 mm Innendurchmesser. Seine Öffnung am einen Ende war 22 mm weit. Als Heizflüssigkeit, welche obigem zufolge die zu erhitzenden Flächen direkt umspülte, diente Anilin. Die Heizung geschah elektrisch mittels einer in den Kupferkasten eingebauten Heizspirale aus Konstantan-

1) Ein besonderer Vorteil dieser Methode ist, daß die zur Untersuchung verwendeten Metallplatten nur blank und metallisch rein, aber nicht eben zu sein brauchen.

2) Als Dichtungsmaterial wurden Ringe aus sogenannten Klingerit verwandt. Dieselben halten auch bei hohen Temperaturen unverändert dicht. (Bezugsquelle: Richard Klinger in Gumpoldskirchen bei Wien.)

band. Die Temperatur wurde in der Regel auf 170° gehalten. Der Heizkasten wurde vor einem wassergespülten Diaphragma C_1 bez. C_2 aufgestellt, hinter dem sich ein auf Zimmertemperatur gehaltener Klappschirm D befand. Wurde letzterer gehoben, so fiel die zu messende Strahlung nacheinander auf drei bez. vier in passender Lage aufgestellte Flußspatflächen F_1, F_2, F_3 , wurde an ihnen reflektiert und gelangte dann auf einen großen, vorn versilberten Hohlspiegel G , der sie auf eine Rubenssche Thermosäule H konzentrierte. Von der Gesamtemission wurden dadurch die etwa der Wellenlänge 26μ entsprechenden Flußspatreststrahlen ¹⁾ ausgesondert.

Da eine direkte Vergleichung der Strahlungen der Metallflächen mit der des erwähnten schwarzen Körpers wegen der verschiedenen Größe der strahlenden Fläche beider unmöglich war, so mußte dabei folgendes Verfahren eingeschlagen werden. Es wurde in eine der Öffnungen des Heizkastens eine dünne, berauhte Kupferscheibe eingesetzt und ihr dicht anliegend eine 5 cm große Scheibe aus mikroskopischem Deckglas. Sodann wurde das Verhältnis der Strahlungsintensität des schwarzen Körpers zu der der Glasplatte unter Benutzung des kleinen, wassergespülten Diaphragmas C_2 (14 mm Durchmesser) ermittelt. Der gefundene Wert ergab sich zu 1,29. Für alle weiteren Versuche wurde dann stets die Strahlungsintensität der verschiedenen Metallflächen mit der der gedachten Glasplatte unter Verwendung des 32 mm großen, runden Diaphragmas C_1 verglichen. Die so erhaltenen Verhältniszahlen brauchten alsdann nur noch durch 1,29 dividiert zu werden, um auf diese Weise unmittelbar den Vergleich mit der absolut schwarzen Strahlung zu ergeben. In dieser Weise sind die in der nachstehenden Tab. 4 aufgeführten Zahlen erhalten.

Nur bei dem Quecksilber mußte anders und zwar folgendermaßen verfahren werden. Hier wurde nahe vor dem Dia-

1) H. Rubens, Wied. Ann. 69. p. 576. 1899. Die nach dreimaliger Reflexion an Flußspatflächen zurückbleibende Reststrahlung hat ihr Energiemaximum bei $24,0 \mu$. Wegen des asymmetrischen Abfalles der Energiekurve muß jedoch die mittlere Wellenlänge des Strahlenkomplexes zu $25,5 \mu$ angenommen werden, bei viermaliger Reflexion zu Flußspatflächen ist die genannte Schwerpunktsverschiebung noch etwas größer und ergibt $\lambda = 26 \mu$.

phragma, etwas unterhalb desselben, eine große Porzellanschale mit auf 100° erhitztem Quecksilber aufgestellt und über diesem in der Höhe des Diaphragmas eine als Spiegel dienende, schräggestellte Flußspatplatte. Die von dem Quecksilber ausgehende Strahlung wurde dadurch nach dem Diaphragma hin reflektiert. Um dann weiter den Vergleich dieser Strahlung mit der des gleich warmen schwarzen Körpers vorzunehmen, ließ man auf dem erhitzten Quecksilber eine große Scheibe desselben mikroskopischen Deckglases schwimmen, wie solches zu den zuvor beschriebenen Versuchen gedient hatte, und benutzte jene als Vergleichskörper.

Daß bei keinem der Versuche fremde Strahlungen das Resultat gefälscht hatten, wurde in jedem Einzelfalle durch nachträgliches Einschalten einer 1 cm dicken Steinsalz- oder einer Flußspatplatte konstatiert. Eine solche absorbierte die benutzte Strahlung vollständig.¹⁾

In der Tab. 4 sind die Werte für $(100 - R)$ in Kolumne 6 mit Hülfe der Formel (3) für $\lambda = 25,5 \mu$ berechnet. In Kolumne 7 sind die von uns direkt durch Beobachtung gefundenen Beträge neben die aus der Formel (3) errechneten Werte für $(100 - R)$ gestellt. Beide zeigen eine so weitgehende Übereinstimmung, daß schon dadurch die von uns gefundene Gesetzmäßigkeit

$$(100 - R)\sqrt{x} = \text{konst.}$$

eine volle Bestätigung gefunden hat. Das Gleiche geht aus Kolumne 8 hervor²⁾, welche das aus unseren Beobachtungen abgeleitete Produkt $(100 - R)\sqrt{x}$ enthält. Der Betrag dieser Konstanten ergibt sich für die reinen Metalle im Mittel zu

1) H. Rubens u. A. Trowbridge, Wied. Ann. 60. p. 724. 1897.

2) Von den Zahlen der Kolumne 8 stimmen diejenigen für Zn, Cd, Ni, Sn, Hg, Rotguß, Manganin und Konstantan besonders gut mit dem theoretischen Wert 7,23 überein.

Der Grund hierfür liegt höchstwahrscheinlich darin, daß gerade bei diesen Metallen das Leitvermögen sehr genau bekannt war. Bei den genannten drei Legierungen und bei dem Quecksilber, welches im Vergleich zu den festen Metallen leicht außerordentlich rein zu erhalten ist, war dies sicher der Fall. Bezüglich des Goldes ist zu bemerken, daß dessen Leitvermögen bei 18° nur in ganz reinem Zustande gleich 41,3 ist. Schon bei einer Verunreinigung mit nur $\frac{1}{1000}$ Eisen oder Kupfer geht aber sein Leitvermögen, wie uns Hr. Diesselhorst mitteilt, bei 18° auf 24,7 und der Temperaturkoeffizient von 3,68 auf 2,03 hinab.

Tabelle 4.

1	2	3	4	5	6	7	8
	Leitungs- vermögen bei 18° κ_{18}	Temperatur- koeffizient des Wider- standes 10°, α	Leitungs- vermögen bei 170° κ_{170}	$\sqrt{\kappa_{170}}$	Emissionsvermögen $J = (100 - R)$ für $\lambda = 25,5 \mu$ und 170° ber. aus Formel (3)	beob.	Produkt der in Spalten 5 und 7 enthaltenen Werte $(100 - R)\sqrt{\kappa} = C$
Silber	61,4	4,0	39,2	6,26	1,15	1,13	7,07
Kupfer	51,8	4,2	32,5	5,70	1,27	1,17	6,67
Gold	41,3	3,68	27,2	5,21	1,39	1,56	8,10
Aluminium	31,6	3,90	20,4	4,52	1,60	1,97	8,91
Zink	15,83	3,94	10,2	3,19	2,27	2,27	7,24
Kadmium	13,13	4,25	8,40	2,86	2,53	2,55	7,29
Platin	9,24	3,84	5,98	2,44	2,96	2,82	7,33
Nickel	8,50	4,38	5,26	2,29	3,16	3,20	6,88
Zinn	8,28	4,65	5,01	2,24	3,23	3,27	7,33
Stahl	5,02	3,69	3,30	1,81	3,99	3,66	7,32
Quecksilber	1,044	0,92	0,916 ¹⁾	0,957	7,55	7,66	6,62
Wismut	0,84	4,54	0,513	0,716	10,09	7,66	7,33
Rotguth	7,89	0,8	7,05	2,65	2,78	2,70	(18,3)
Manganin	2,38	0,03	2,37	1,54	4,69	4,63	7,16
Konstantan	2,04	0,01	2,04	1,43	5,05	5,20	7,16
Patentnickel J	3,81	0,25	3,69	1,92	3,77	4,05	7,43
Patentnickel M	2,94	0,20	2,86	1,69	4,28	4,45	7,77
							7,53

1) Bei 100°.

7,33, für die Legierungen zu 7,41, während der aus der Formel (4) berechnete *theoretische* Wert $36,5/\sqrt{25,5} = 7,23$ ist. Nur bei dem Aluminium ist die Abweichung einigermaßen beträchtlich und bei dem Wismut¹⁾ stimmt Theorie und Versuch gar nicht. Letzteres kann uns aber bei dem abweichenden Verhalten, das das Wismut auch in anderer Hinsicht vielfach zeigt²⁾, kaum Wunder nehmen.

Nachstehende Zusammenstellung gibt ein Beispiel einer Beobachtungsreihe und deren Berechnung.

Abhängigkeit des Emissionsvermögens der Metalle von der Temperatur.

Die gute Übereinstimmung zwischen den von uns beobachteten und den aus der Maxwellschen Theorie berechneten Emissionswerten $(100 - R)$ läßt bereits erkennen, daß die Änderung des Leitvermögens der Metalle mit der Temperatur eine entsprechende Änderung des Emissionsvermögens für lange Wellen zur Folge hat.³⁾ Andernfalls hätte die Konstante $C = (100 - R)\sqrt{\kappa_{170}}$ für reine Metalle etwa 25 Proz. kleiner ausfallen müssen als diejenige für die Legierungen mit verschwindendem Temperaturkoeffizienten und als die theoretisch berechnete Zahl 7,23. Man kann also aus Emissionsversuchen die Größe und Richtung der Widerstandsänderung mit der Temperatur direkt berechnen, und zwar muß dabei die Emission proportional der Quadratwurzel aus dem Widerstand zunehmen. Um diese Beziehung noch weiter zu prüfen, haben wir folgende Versuche angestellt.

1) Sowohl die Aluminium- wie die Wismutoberfläche waren nicht auf die Dauer oxydfrei zu erhalten. Daß die beobachtete Abweichung hierauf zurückzuführen ist, ist bei dem Aluminium ziemlich sicher. Bei dem Wismut aber liegen offenbar auch noch andere Gründe vor.

2) Vgl. P. Lenard, Wied. Ann. **39**. p. 626. 1890.

3) Im *sichtbaren* Spektralgebiet ist die Änderung der optischen Konstanten der Metalle mit der Temperatur äußerst gering, wie aus den Beobachtungen der Herren R. Sissingh (Arch. Néerland. **20**. p. 172. 1886), P. Drude (Wied. Ann. **39**. p. 538. 1890), B. Zeeman (Commun. of the Lab. of Physics at the univers. of Leyden Nr. 20. 1895) und A. Pflüger (Wied. Ann. **58**. p. 493. 1896) hervorgeht.

Galvanometerausschläge bei Benutzung
des 14 mm weiten Diaphragmas.

Vergleichsplatte	"Schwarzer Körper"
------------------	-----------------------

29,9	38,3 (171°)
30,0	38,9
30,0 (171°)	38,6
30,5	39,0
30,6	38,3
30,0 (171°)	38,1 (171°)
30,0	38,8
30,2	38,5
30,1	38,5
30,0	38,4

Im Mittel = 30,13

38,54

Galvanometerausschläge für $\lambda = 25,5 \mu$ bei Benutzung des 32 mm
weiten Diaphragmas.

Vergleichsplatte	Silber	Kadmium	Nickel (nicht rein)
------------------	--------	---------	------------------------

156,5 (172°)	2,5	5,1 (170°)	6,8
156	2,2	5,2	6,6
156	2,5	5,3	6,8
156,5	2,3 (171,5°)	5,5	6,9
157,0	2,4	5,1 (171°)	6,6 (172°)
—	2,2	4,9 (172°)	6,6 (172°)
154,5 (171°)	2,1	5,3	6,4
154,0	2,3	5,0	6,8
155,5	2,1	5,1	6,4
154,5	2,1 (171,8°)	5,1	6,4

Im Mittel = 155,6

2,27

5,16

6,63

Folglich Emissionsvermögen der untersuchten 8 Metalle:

für Silber $E = \frac{2,27 \cdot 100}{155,6 \cdot 1,29} = 1,13$ Proz.

" Kadmium $E = \frac{5,16 \cdot 100}{155,6 \cdot 1,29} = 2,57$ "

" Nickel (nicht rein) $E = \frac{6,63 \cdot 100}{155,6 \cdot 1,29} = 3,30$ "

Reduktionsfaktor für die Emission der
Vergleichsplatte auf den "schwar-
zen Körper"

$f = \frac{38,54}{30,13} = 1,28$

desgl. nach einem früheren Versuch = 1,30

Mittel: $f = 1,29$

Vor dem 32 mm weiten Diaphragma C_1 unserer Versuchsanordnung (Fig. 3) wurde ein elektrisch erhitzter, kastenförmiger, flacher Hohlkörper aus blankem Platinblech aufgestellt von der Form, wie ihn die Herren Lummer und Kurlbaum¹⁾ bei Versuchen über die Emission des blanken Platins angewandt haben. Die Temperatur des Platinhohlkörpers konnte durch ein in seinem Innern befindliches Le Chateliersches Thermo-
element gemessen werden. Für höhere Temperaturen (800 bis 1560°) wurde der Hohlkörper durch einen einfachen, aus demselben Platinblech geschnittenen Streifen ersetzt, dessen Temperatur mit Hilfe des Holborn und Kurlbaumschen²⁾ optischen Pyrometers bestimmt wurde. Die hiermit direkt beobachtete „schwarze“ Temperatur wurde nach der von den genannten Herren aufgestellten Korrektionsstabelle auf die Celsiuskala umgerechnet. Bei den Versuchen mit hohen Temperaturen (über 800°) war es erforderlich, die Zahl der reflektierenden Flußspatflächen von drei auf vier zu vermehren, da sonst die Reststrahlen nicht genügend rein waren. Die dann noch vorhandenen geringen Verunreinigungen derselben durch Strahlung kurzer Wellenlänge wurden durch Einschalten einer Steinsalzplatte in den Strahlengang ermittelt und der Betrag in Abrechnung gebracht. Ferner wurde für die höheren Temperaturen das nur 14 mm weite Diaphragma C_2 angewandt, welches einen direkten Vergleich der Strahlung des glühenden Platinbleches mit derjenigen unseres schwarzen Körpers bei 170° C. ermöglichte. Ist aber die Strahlung des schwarzen Körpers für Reststrahlen von Flußspat für eine Temperatur bekannt, so läßt sie sich ohne weiteres für alle Temperaturen angeben, da nach Rubens und Kurlbaum³⁾ die Intensität der beobachteten Reststrahlung bei Temperaturen oberhalb 20° C. proportional der Temperaturdifferenz zwischen dem schwarzen Körper und der Thermosäule ist, eine Tatsache, welche durch die von Hrn. Planck⁴⁾ abgeleitete Strahlungsgleichung ihre Begründung gefunden hat. Dadurch war man in der Lage, die

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 106. 1898.

2) L. Holborn u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 10. p. 225. 1903.

3) H. Rubens u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 4. p. 649. 1901.

4) M. Planck, Ann. d. Phys. 4. p. 553. 1901.

Strahlung des glühenden Platinbleches stets auf die Strahlung eines gleich temperierten schwarzen Körpers zu beziehen, d. h. die Größe $(100 - R)$ direkt ermitteln zu können. Der Anschluß dieser Versuche bei hoher Temperatur an diejenigen bei tieferer geschah in der Weise, daß zwischen 700° und 800° C. mit *beiden* erwähnten Versuchsanordnungen Galvanometerausschläge beobachtet wurden. Bildet man das Verhältnis zweier Ausschläge, die in beiden Versuchsanordnungen derselben Temperatur der Strahlungsquelle entsprechen, so erhält man einen Reduktionsfaktor, mit welchem die bei höherer Temperatur beobachteten Ausschläge zu multiplizieren sind, um denjenigen bei niedriger Temperatur direkt vergleichbar zu werden. Die Resultate unserer Versuche nach Durchführung dieser Umrechnung sind in der Tab. 5 zusammengestellt.

Tabelle 5.

Temperatur des Platinbleches t° Celsius	Beobachteter Ausschlag	Bemerkungen
1556	200	Glühender Platinstreifen vor dem engen Diaphragma C_2 , 4 Fluoritflächen, Temperaturmessung mit dem optischen Pyrometer. ¹⁾ Der schwarze Körper ergab bei 170° C. einen (reduzierten) Galvanometerausschlag von 196 mm.
1438	177	
1320	153	
1214	130	
1100	109,5	
976	89,7	
858	74,6	
762	63,6	Platinhohlkörper vor dem weiten Diaphragma C_1 , 3 Fluoritflächen, Temperaturmessung mit dem Thermoelement.
804	68,0	
695	53,2	
614	45,4	
493	32,2	
404	24,4	
323	18,2	
261	12,4	
169	6,5	

1) Die Temperaturmessungen mit dem optischen Pyrometer hat Hr. Günther Schulze, diejenigen mit dem Thermolement Hr. Rud. Rothe ausgeführt.

Die direkte Bestimmung der elektrischen Konstanten des von uns benutzten Platinbleches ergab das Leitungsvermögen $\kappa_0 = 6,5$ (spezifischer Widerstand gleich 0,154) und zwischen 18 und 65° den Temperaturkoeffizienten $\alpha = 0,0024$. Diese Zahlen lassen erkennen, daß das benutzte Platin nicht rein war; es ist dies jedoch für den vorliegenden Zweck belanglos.

Sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Emissionswerten des Platinbleches erhält man, wenn man setzt

$$(5) \quad w_t = w_0 (1 + \alpha t + \beta t^2),$$

worin

$$w_0 = 0,154$$

$$\alpha = 0,0024$$

$$\beta = 0,0000033$$

ist.

Es wird dies durch die Tab. 6 bewiesen, welche in ihrer ersten Kolumne einige Temperaturen in Celsiusgraden, in der zweiten die aus Formel (5) berechneten hierzu gehörigen spezifischen Widerstände, in der dritten die entsprechenden Leitvermögen κ_t , in der vierten das aus der Gleichung

$$(100 - R) = \frac{7.23}{\sqrt{\kappa_t}}$$

berechnete Emissionsvermögen des benutzten Platins enthält. Die fünfte Kolumne gibt die Strahlung γ_t des schwarzen Körpers, wie sie sich für die betreffende Temperatur aus der Strahlung des schwarzen Körpers bei 170° ableitet. Die sechste Kolumne enthält diejenigen Galvanometerauslässe α für die Emission des erhitzten Platinbleches, welche aus den Zahlen der Tab. 5 für die verschiedenen Temperaturen durch *Interpolation* unmittelbar folgen. Dividiert man nun die mit 100 multiplizierten Zahlen der Kolumne 6 durch die Zahlen der Kolumne 5, so erhält man die in Kolumne 7 aufgeführten „beobachteten“ Emissionsvermögen. Die Übereinstimmung dieser Zahlen mit den „berechneten“ der Kolumne 4 ist um so beweisender, als sie absolute Werte sind und keinen willkürlichen Faktor enthalten.

Tabelle 6.

1	2	3	4	5	6	7
Temperatur t in Celsius-graden	Spezifischer Widerstand $w_t = w_0 \cdot (1 + \alpha t + \beta t^2)$	Leitungsvermögen κ_t	Emissionsvermögen ber. (100 - R) $= \frac{7,23}{\sqrt{\kappa_t}}$	Emission des schwarzen Körpers γ_t	Ausschlag α beob.	Emissionsvermögen (100 - beob.)
170	0,233	4,31	3,49	196	6,6	3,4
220	0,260	3,84	3,68	261	9,6	3,4
300	0,312	3,22	4,04	366	15,7	4,3
600	0,559	1,79	5,40	758	42,8	5,5
900	0,900	1,11	6,86	1150	79,6	6,5
1200	1,33	0,751	8,34	1540	123,0	8,1
1500	1,85	0,540	9,84	1940	189,5	9,7

Die Koeffizienten w_0 und α der Gleichung (5) sind den elektrischen Bestimmungen unmittelbar entnommen. In dem Gebiet tieferer Temperaturen (bis etwa 250°), wo der Einfluß des quadratischen Gliedes nur gering ist, stimmen die beobachteten Emissionswerte mit den aus dem elektrischen Leitungsvermögen berechneten völlig überein, und zwar sowohl bezüglich ihres absoluten Betrages, als auch hinsichtlich ihrer Änderung mit der Temperatur. Dagegen ist die Annahme eines quadratischen Gliedes mit dem Koeffizienten β unbedingt notwendig, um auch im Gebiet der hohen Temperaturen Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Emissionswerten hervorzubringen.

Der Koeffizient $\beta = 0,0000033$ hat in der Gleichung (5) ein positives Vorzeichen, was auf ein schnelleres Wachsen des Widerstandes bei hohen Temperaturen hinweist. Es steht dies im Widerspruch mit Messungen der Herren Benoit¹⁾, L. Callendar²⁾, sowie von L. Holborn und W. Wien³⁾, welche sämtlich eine geringe *Abnahme* der Widerstandsänderung mit wachsender Temperatur beobachteten, was einem kleinen, negativen Wert von β entspricht.

1) R. Benoit, Compt. rend. 76. p. 342. 1873.

2) L. Callendar, Phil. Mag. (5) 47. p. 191. 1899.

3) L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. 56. p. 360. 1895.

Es ist hiernach zu vermuten, daß das aus unseren Emissionsbeobachtungen berechnete stärkere Anwachsen des Widerstandes bei höheren Temperaturen nur ein scheinbares ist, und daß dort noch andere Faktoren auf die Änderung der Emission des Platins einwirken. Insbesondere ist es nicht unwahrscheinlich, daß bei hohen Temperaturen eine Veränderung der Oberflächenbeschaffenheit (Rauhwerden der Oberfläche) eintritt, welche eine merkliche Erhöhung des Emissionsvermögens bedingt. Auch ist nicht ausgeschlossen, daß die beobachteten Abweichungen mit der immerhin unvollkommenen Homogenität der Reststrahlen im Zusammenhang stehen.

Ergebnisse der Untersuchung.

1. Die Reflexionsvermögen der untersuchten Metalle für $\lambda = 0,65$ bis 14μ sind in Tab. 1 (p. 881), die Emissionsvermögen für $\lambda = 25,5 \mu$ und 170°C. in Tab. 4 (p. 892) enthalten.

2. Die in die Metalle eindringende Strahlungsintensität $(100 - R)$ und die Emission ist für lange Wellen umgekehrt proportional der Wurzel aus dem elektrischen Leitvermögen κ und umgekehrt proportional der Wurzel aus der Wellenlänge λ der auffallenden Strahlung. Diese Gesetzmäßigkeit, welche mit den Forderungen der Maxwellschen Theorie im Einklang ist, gilt um so genauer, je längere Wellen man verwendet. Es wird dies durch die Tab. 7 bewiesen, welche für vier Wellenlängen des ultraroten Spektrums die Mittel aus den beobachteten Werten der Konstanten $C_\lambda = (100 - R)\sqrt{\kappa}$, ferner die durchschnittliche Abweichung in Prozenten der für die einzelnen Metalle beobachteten Produkte von diesem Mittelwert, endlich die Werte C_λ enthält, wie sie sich aus der Gleichung (4) nach der Maxwellschen Theorie ergeben.

Tabelle 7.

λ	$C_\lambda = (100 - R)\sqrt{\kappa}$ beob.	Durchschnittliche Abweichung vom Mittel	$C_\lambda = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda}}$ ber.
4 μ	19,4	21,0 Proz.	18,25
8	13,0	14,5	12,90
12	11,0	9,6	10,54
25,5	7,86	4,9	7,23

3. Die Größe $(100 - R)$ zeigt die von der Maxwellschen Theorie wegen der Widerstandsänderung der Metalle geforderte Abhängigkeit von der Temperatur.

Diese beiden Tatsachen bilden eine wichtige Bestätigung der Maxwellschen Theorie, und zwar auf einem Gebiet, auf welchem bisher kein Zusammenhang zwischen den beobachteten Erscheinungen und den theoretisch hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten zu erkennen war.

4. Aus unseren Beobachtungen muß geschlossen werden, daß die Eigenschwingung der Moleküle das optische Verhalten der Metalle in dem Gebiet langer Wellen nicht mehr wesentlich beeinflussen.

5. Ein Einfluß der magnetischen Eigenschaften von Eisen und Nickel¹⁾ auf ihr Verhalten diesen Strahlen gegenüber ist nicht zu konstatieren. Anderenfalls hätte der Wert $(100 - R)$ für diese Metalle erheblich größer ausfallen müssen, als er sich nach der Formel (4) aus dem Leitvermögen für stationären Strom berechnet.²⁾

6. Man wird daher berechtigt sein, in dem Gebiet langer Wellen die Übereinstimmung auch der übrigen optischen Konstanten mit den aus der Maxwellschen Theorie berechneten Größen anzunehmen. Nach derselben ergeben sich, wie bereits Hr. Drude³⁾ gezeigt hat, der Extinktionskoeffizient (g) und der Brechungsindex (v) der Metalle für normale Inzidenz als numerisch gleich und zwar *angenähert*⁴⁾ zu:

$$(6) \quad g = v = 5,48 \sqrt{x \lambda}.$$

1) Nach Hrn. P. Drude kann dies zu Gunsten der von ihm ausgearbeiteten Theorie des Magnetismus durch zirkular schwingende Elektronen gedeutet werden (vgl. Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 5. p. 143 u. 148. 1903).

2) Nach den Versuchen von Hrn. V. Bjerknes (Wied. Ann. 47. p. 69. 1892) zeigt sich der Magnetismus der ferromagnetischen Metalle bei einer Schwingungszahl von der Ordnung 10^8 pro Sekunde bereits sehr stark.

3) P. Drude, Physik des Äthers, p. 575, Formel (68). 1894.

4) In Formel (6) ist x das spezifische Leitvermögen des Metalles für die betreffende Temperatur, so daß $1/x = w$ den Widerstand eines Leiters von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt in Ohm bedeutet. λ ist die Wellenlänge in μ .

Ferner ist

$$(7) \quad R = 100 \left(1 - \frac{2}{g}\right) = 100 \left(1 - \frac{2}{g}\right)$$

folglich

$$(8) \quad g = v = \frac{200}{100 - R}.$$

Beide Größen sind mithin aus dem Emissionsvermögen allein bestimmbar.

7. Eine weitere Folge, welche sich aus der Übereinstimmung unserer Versuche mit der elektromagnetischen Lichttheorie ergibt, verdient besonders hervorgehoben zu werden. In die theoretische Berechnung der Konstante C geht außer Zahlenfaktoren nur die Lichtgeschwindigkeit und die Wellenlänge ein, welche durch Strahlungsversuche ermittelt werden können. Dividiert man nun das Emissionsvermögen eines Metalles für die Wellenlänge λ (die Emission des schwarzen Körpers gleich 100 gesetzt) durch die Konstante C und quadriert den Quotienten, so erhält man den elektrischen Leitungswiderstand in Ohm, den ein Draht aus dem betreffenden Metall bei 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt besitzt. Man ist dadurch also jetzt in der Lage, absolute elektrische Widerstandsbestimmungen lediglich mit Hilfe von Strahlungsmessungen vornehmen zu können.

(Eingegangen 26. April 1903.)

2. Elektrische Doppelschicht und absolutes Potential.

*Kontaktelektrische Studien I;
von Jean Billitzer.*

Bei jedem Gleichgewichtszustande, in welchem elektromotorische Kräfte wirksam werden, tritt an bestimmten Stellen des Systems eine Scheidung der Elektrizitäten auf, welche sich durch einen Potentialsprung zu erkennen gibt, dessen Sinn und Größe von den Versuchsbedingungen abhängt. Und wir haben uns nach H. v. Helmholtz¹⁾ vorzustellen, daß diese Scheidung der + und - Elektrizität in Elektrolyten innerhalb einer elektrischen Doppelschicht stattfindet, welche dadurch gekennzeichnet ist, „daß sich auf den entgegengesetzten Seiten einer Fläche, in außerordentlich geringer Entfernung voneinander zwei Schichten ausbilden, deren eine ebensoviel positive Elektrizität enthält, wie die andere negative“.

So gering nun der Abstand der Schichten voneinander ist²⁾, bleibt er immerhin groß genug, daß ein elektrischer Strom, der ein Potentialgefälle und hiermit auch ponderomotorische elektrische Kräfte hervorbringt, auf die Doppelschicht einzuwirken vermag, indem der positive Anteil zum negativen Pol gezogen wird, der negative Anteil hingegen einen Antrieb zum positiven Pol erfährt. Es resultiert also eine Verschiebung beider Schichten zueinander, welche zu Bewegungserscheinungen führen kann, wenn die Doppelschicht in die Grenzfläche zweier Körper fällt, die beide beweglich sind (z. B. Überführung schwebender Partikeln zu den Elektroden), oder in die Trennungsschicht eines starren und eines

1) H. v. Helmholtz, Pogg. Ann. 165. p. 228. 1853; Wied. Ann. 7. p. 337. 1877.

2) Lord Kelvin schätzt (Amer. Journ. of Science (2) 50. p. 88. 1870; Nature 31. März und 19. Mai 1870) ca. $0,3 \times 10^{-7}$ mm als seinen unteren Grenzwert, während H. v. Helmholtz l. c. mit Benutzung Kohlrauschscher Zahlenangaben denselben gleich $0,4-0,8 \times 10^{-7}$ findet.

beweglichen Körpers (z. B. Diaphragmenströme, Strömungsströme, Elektroendosmose) etc.

Nun ist es unmittelbar einzusehen, daß unter sonst gleichen Umständen Sinn und Ausmaß der Bewegung durch die Beschaffenheit der Doppelschicht bestimmt wird. Kehrt sich aus irgend einem Grunde das Zeichen ihrer Flächenbelegungen um, so ist — bei Ausschluß aller Nebenwirkungen — ein Gleiches von der Bewegungsrichtung zu erwarten und nur beim völligen Verschwinden der Doppelschicht wird jede Bewegung ausbleiben.

Von diesem Gedanken ausgehend, habe ich es im folgenden unternommen, zu prüfen, ob sich auf Grund der Beobachtung solcher Bewegungserscheinungen Gesetzmäßigkeiten ergeben und ob es gelingt etwas Bestimmtes für den Sinn der Ladung zu finden. Sodann habe ich untersucht, ob das Ausbleiben jeder Bewegung bez. der Punkt, an welchem sich die Bewegungsrichtung umkehrt — die Doppelschicht also nach v. Helmholtz verschwindet — mit dem Maximum der Oberflächenspannung des Quecksilbers zusammenfällt, wie es von der Theorie verlangt wird. Auf Grund der Versuchsergebnisse ließen sich dann allgemeinere Betrachtungen anstellen, welche zu einer Modifikation des Begriffes der Doppelschicht führten.

I. Apparate und Methode.¹⁾

Feine Metalldrähte (0,01—0,05 mm Dicke) wurden an ihrem einen Ende zu kleinen Kugeln verschmolzen, am anderen an einem Quarzfaden befestigt, und so zwischen zwei Elektroden gehängt, durch welche jeweilig ein Strom von 220, 148, 72 oder 10 Volt geschickt werden konnte. Ihre Ablenkung beobachtete ich durch ein kleines Mikroskop mit Mikrometerokular. Um mich hierbei von den rein elektrostatischen Wirkungen frei zu machen, bestimmte ich immer nur den Ausschlag, welcher beim Kommutieren des Stromes auftritt, in diesem Momente kehren sich nämlich alle polaren Erscheinungen um, während die nicht polaren — und nur mit solchen haben wir es bei elektrostatischen zu tun — im gleichen

1) J. Billitzer, Zeitschr. f. Elektrochem. 8. p. 688. 1902.

Sinne und gleicher Stärke fortbestehen. Um weiteren Täuschungen zu entgehen, zog ich nur Metalle in den Kreis meiner Untersuchungen. Isolatoren sind ja leicht Träger zufälliger Ladungen und können deshalb zu irrigen Schlüssen führen. Ursprünglich wurden nur Kugeln verwandt, die *metallisch* mit der Erde verbunden waren, die Ausschläge sind da auch (z. B. mit Pt an einem 0,01 mm dicken, ca. 20 cm langen Pt-Draht) zu beobachten, doch überzeugte ich mich bald, daß es ohne Einfluß auf das Resultat bleibt, wenn man die Erdleitung aufhebt und benutzte des weiteren nur wenige Zentimeter lange Drähte, welche mittels einer Spur Kollodium an Quarzfäden befestigt wurden. Die Empfindlichkeit der Anordnung wächst dadurch bedeutend, und eine Beeinflussung des Resultates ist kaum möglich, wenn man nur dafür Sorge trägt, daß der Quarzfaden nicht in die Flüssigkeit taucht.

Zur Aufnahme der Flüssigkeit diente ein Becherglas, wenn dieselbe ein guter Isolator war und die Elektroden wurden einander möglichst genähert. Hatte ich es hingegen mit besser leitenden Flüssigkeiten zu tun, so benutzte ich auf den Rat des Hrn. Prof. Nernst, dem ich es überhaupt verdanke, mich zu der Vereinfachung meiner Versuchsanordnungen geführt zu

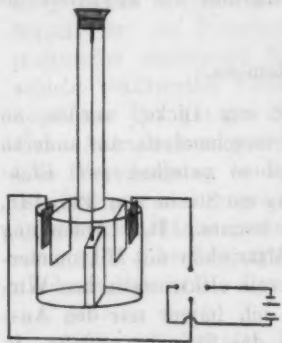


Fig. 1.

haben, zur Erzielung eines höheren Potentialgefälles Bechergläser, welche durch eine isolierende Zwischenwand, die nahe bis an die Flüssigkeitsoberfläche reichte, in zwei Hälften geteilt waren. Durch diesen einfachen Kunstgriff wird eine Einschnürung der Stromlinien an dem Punkte erreicht, wo der Draht hängt und wo eben ein möglichst großer Potentialabfall gewünscht wird. Gelangten Lösungen zur Verwendung, in welchen Elektrolyse auftrat, so benutzte ich

noch außerdem zwei Schutzplatten gegen die aufsteigenden Blasen und die dadurch verursachten Strömungen; ein Mantelrohr schützte den Quarzfaden gegen die Bewegungen der Luft und so gewann der Apparat die Gestalt der beistehenden Fig. 1.

Die Methode ließe sich noch erheblich verfeinern, wenn man statt der Ablenkung pendelartig aufgehängter Körper die Drehung eines Stiftes beobachten wollte, der exzentrisch und parallel zu den Elektroden, im übrigen horizontal zwischen dieselben gehängt wäre. Die Ablesung könnte dann mit Spiegel, Fernrohr und Skala erfolgen und dürfte einen viel höheren Grad der Empfindlichkeit erreichen. Doch war es mir zunächst nicht so sehr darum zu tun, möglichst genaue Zahlenangaben zu erhalten, vielmehr war es mein Hauptbestreben, ein möglichst anschauliches Bild der Erscheinungen zu gewinnen und so zog ich die übersichtlichere Methode der empfindlicheren vor. Auch waren die erzielten Ablenkungen durchaus nicht so geringe, daß der Wunsch sie zu verdeutlichen besonders rege geworden wäre; in günstigen Fällen sind sie sogar gut mit freiem Auge zu beobachten.

In erster Linie prüfte ich nun, ob in verschiedenen Medien deutliche Ablenkungen zu beobachten waren und ob sie bei Wiederholungen der Versuche immer wieder gleichen Sinn und ungefähr gleiche Größe aufwiesen. Nachdem das Ergebnis dieser Vorversuche befriedigend war und ich sogar in Luft einen deutlichen Ausschlag erhielt, überzeugte ich mich, daß die Größe des Ausschlages der Spannung proportional war; denn nur in diesem Falle konnten wir es mit der gesuchten Erscheinung zu tun haben. Um einen Anhaltspunkt dafür zu geben, inwieweit diese Forderung erfüllt wird, sei hier ein Mittel aus sieben Versuchen angeführt:

Spannung	Ausschlag in willkürlichem Maße
220	12
148	8
72	2—3

Ziel der Untersuchung war es nunmehr zu versuchen, ob eine Umkehr der Ablenkung durch verschiedene Zusätze zu erreichen ist, und die Lage dieses Umkehrpunktes in verschiedenen Fällen zu bestimmen. War ein solcher einmal gefunden, so war eine Elektrode gegeben, in welcher zwischen Metall und Flüssigkeit kein Potentialsprung auftritt. Verbindet man dieselbe mit einer konstanten, z. B. mit einer Kalomel-

elektrode, so hat man ein Element vor sich, an welchem der Sitz der elektromotorischen Kraft nur an einem Punkte, z. B. zwischen Quecksilber und Kalomel zu suchen war — wenn man von den äußerst geringen Potentialunterschieden an der Berührungsfläche der Flüssigkeiten und von den möglichen Potentialdifferenzen zwischen den Metallen selbst absieht — und kann somit auf einfache Weise das „absolute“ Potential der betreffenden Anordnung messen.

I. Versuche.

Eine Reihe von Vorversuchen hatte zunächst den Zweck die Methode auszuprobieren und einiges über den Sinn der Ladung, welche ein Platinfaden gegen verschiedene Körper annimmt, in Erfahrung zu bringen.

Es zeigte sich, daß Platin *negative* Ladung erhielt, wenn es mit: Luft, Sauerstoff, destilliertem Wasser, Benzol, Benzol mit HCl geschüttelt, Aceton, Xylol, Wasser dem eine Spur Säure, Base, NaCl, NaBr etc., Brom, Jod zugesetzt war, in Berührung gebracht wurde, dagegen lud es sich *positiv* gegen: Wasserstoff, Methylalkohol, Äthylalkohol, Glycerin, Äther, Formaldehyd, Acetaldehyd, Benzaldehyd (schwach positiv), KMnO_4 , H_2O_2 (40 proz.), Chloroform, Chlorwasser etc.

In dieser Form sind die Resultate wenig übersichtlich; Oxydations- und Reduktionsmittel scheinen keine wesentlich verschiedene Rolle zu spielen; indifferente Körper wie Aceton, Xylol, Äther, Chloroform wirken verschieden ein und in dem Verhalten gegen Säure und Base ist kein Unterschied vorhanden, wie er nach O. Knoblauch¹⁾ zu erwarten wäre.

Scheinbar regellos also, werden die Erscheinungen doch wohlgeordnet, wenn man nicht nur die chemischen Eigenschaften der Agentien in das Auge faßt, sondern auch ihre Konzentration in Rücksicht zieht. Da zeigt es sich, daß Platin zwar positiv gegen konzentrierte (schwach saure) Formaldehydlösungen, sich negativ gegen dieselben lädt, wenn man sie weitgehend verdünnt, ebenso geht die positive Ladung gegen Alkohole in negative über, wenn man genügend Wasser zusetzt.

1) O. Knoblauch, Zeitschr. f. phys. Chem. 39. p. 225. 1902.

In saurer Wasserstoffsuperoxydlösung positiv, wird Platin negativ, wenn man alkalische Reaktion erzeugt, in äußerst verdünntem Bromwasser negativ, wird es positiv, wenn man den Bromgehalt erhöht. Mit einem Werte: *Platin verhält sich vollständig wie eine Sauerstoff- oder Wasserstoffelektrode, deren Potential gegen die Lösung, je nach ihrer stärkeren oder schwächeren Beladung und je nach dem Ionengehalt der Lösung wechselt.* Dies noch unter anderen Bedingungen zu prüfen, wurde ein Platindraht als Kathode in alkalischer Lösung verwendet und dann wie gewöhnlich untersucht. Also mit Wasserstoff beladen, zeigte sie sich negativ gegen schwach saure und schwach alkalische Lösungen. Wurde er hingegen erst als Anode in saure Lösung gehängt und hiermit in eine Sauerstoffelektrode verwandelt, so war der Sinn seiner Ladung: *negativ* gegen schwach alkalische Lösungen, *positiv* gegen schwach saure Lösungen.

Mit der Abstufung des Sauerstoff- oder Wasserstoffpotentials haben wir somit ein Mittel gewonnen, den Ladungssinn von Platin gegen verschiedene Lösungen zu regeln. Von dieser Tatsache ausgehend wurde es nunmehr angestrebt, die Lage des Null- oder Umkehrpunktes zu fixieren. Aus rein praktischen Gründen empfiehlt es sich aber nicht so sehr, den Umkehrpunkt selbst aufzusuchen, weil er doch in einem Intervalle liegt, in welchem die Ausschläge recht klein, ihre Beobachtung somit wenig sicher ist, als vielmehr mehrere Punkte knapp oberhalb und unterhalb derselben zu bestimmen, an welchen die Ausschläge deutlich sichtbar sind, und zu konstatieren, daß der Sinn des Ausschlages bei weiterer Entfernung vom Nullpunkte nicht mehr wechselt.

Durch geringfügige Zusätze oxydierender oder reduzierender Substanzen, durch Änderung der Reaktion der Lösung wurde stufenweise der Platindraht mit Sauerstoff oder Wasserstoff beladen. War er einige Zeit mit der Lösung in Berührung geblieben und mit ihr in das Gleichgewicht getreten, so wurde mehrmals der Sinn des Ausschlages beim Kommutieren des nunmehr durchgesandten Stromes beobachtet. Das Potential zu messen, welches sie gegen die Lösung besaß, wurde dann eine größere platinirte Platinelektrode in eine gleiche Lösung getaucht, Gleichgewicht abgewartet, die Lösung dann vermittelt eines Gelatinehebers mit zwischengeschalteter

KCl-Lösung einer Kalomelelektrode (die mit 0,1 KCl beschickt war) verbunden und die elektromotorische Kraft dieses Elementes nach der Kompensationsmethode gemessen. Als Nullinstrument diente ein d'Arsonvalgalvanometer von der Empfindlichkeit ca. 1×10^{-8} , die Spannung wurde an einem Präzisionsvoltmeter von Hartmann & Braun abgelesen, das 0,01 Volt zu schätzen erlaubte.

Um wohl definierten Verhältnissen zu begegnen, wurden immer nur Lösungen mit ausgesprochen (schwach) saurer oder alkalischer Reaktion benützt, anderenfalls eine erhebliche Unsicherheit der Potentialdifferenz nicht zu vermeiden ist.

Recht leicht und bequem läßt sich das Reduktionspotential in Lösungen festhalten, die Ferri- und Ferroionen enthalten, eine Regelung desselben gelingt einfach durch Verschiebung des Konzentrationsverhältnisses dieser Ionengattungen, während ihre absolute Konzentration wesenslos bleibt. Ich ging in mehreren Fällen von einer Ferrisulfatlösung aus, der ich langsam Ferrosulfat zusetzte oder vice versa, die Konzentration der ursprünglichen Lösung wurde in verschiedenen Fällen verschieden, immer jedoch sehr klein gewählt.

Lösung: $\text{FeSO}_4 + \text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ in wechselndem Verhältnis.

	Potential der Meßelektrode in der untersuchten Lösung gegen die Kalomelektrode (0,1 KCl)	Ladungsinn des Platins gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,16	+
	+0,15	+
	+0,14	+
	+0,13	+
	+0,123	+
	+0,10	—
	+0,09	—
2. Versuchsreihe:	+0,18	+
	+0,16	+
	+0,18	+
	+0,10	—
	+0,08	—

empfiehlt sich Formaldehyd bei diesen Messungen. Infolge seiner langsamen Oxydation an der Luft enthält er stets etwas Ameisensäure, die Reaktion ist also sauer.

Lösung: Formaldehyd in wechselnder Konzentration.

	Potential der Meßelektrode gegen die Kalomelektrode	Pt ladet sich in derselben Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,17	+
	+0,15	+
	+0,14	+
	+0,13	+
	+0,12	+
	+0,11	+
	+0,10	+
	+0,09	+
2. Versuchsreihe:	+0,18	+
	+0,16	+
	+0,14	+
	+0,12	+
	+0,10	+
	+0,08	+

Die Umkehr findet etwa bei +0,125 Volt statt. Es zeigt sich ferner, daß auch mit Alkohol-Wassergemischen eine Umkehr zu erreichen war, und seine Verwendung empfahl sich wegen seiner Isolationskraft. Der gebrauchte Äthylalkohol war etwa 94 proz.

Lösung: Alkohol-Wassergemisch.

	Alkohol	Wasser	Pt der Meß- elektrode	Pt gegen die Lösung
Volumenverhältnis:	1	0	0,155	+
	9	1	0,15	+
	5	1	0,149	+
	4	1	0,148	±
	3	1	0,147	±
	2	1	0,146	-
	1	1	0,455	-
	1	2	0,139	-

Bei dieser Meßreihe, wie bei der vorigen, mußte es auffallen, daß Alkohol und gar Formaldehyd wider alle Erwartung das Potential der Elektrode nicht wie ein Reduktionsmittel verändern, sondern sich zu derselben wie Oxydationsmittel verhalten. Diese Eigenschaft teilen sie, wie wir schon p. 906

gesehen haben, mit einer ganzen Reihe von Aldehyden und Alkoholen (auch Äther) und nichts lag näher als die schon von Schönbein beschriebenen, von zahllosen Forschern bestätigten und vermehrten Beobachtungen über die Autoxydation zu ihrer Erklärung heranzuziehen. In der Tat führen Richardson und Fortley¹⁾, neben Äthyläther ein Reihe von Alkoholen an, die bei ihrer Oxydation an der Luft Wasserstoffsuperoxyd bilden. Auch hat Jorissen²⁾ gezeigt, daß es gelingt mit Benzaldehyd, Propionaldehyd etc. Ferrocyankalium bei Gegenwart von Luft zu Ferricyanikalium zu oxydieren; Bach³⁾ führt noch Methyl-Äthylalkohol, Formaldehyd neben vielen anderen Körpern an, und es ließen sich noch eine ganze Reihe solcher Beispiele anführen, welche dartun, daß Reduktionsmittel unter gewissen Bedingungen vermöge der Autoxydation des Sauerstoffes oxydierend zu wirken befähigt werden. Im Plane der Untersuchung mußte es daher liegen zu prüfen, ob das in geringer Menge auftretende Wasserstoffsuperoxyd auch wirklich ähnliche Effekte hervorzurufen vermag. Und es zeigte sich, daß in der Tat geringe Spuren des Hyperoxydes zumal in saurer Lösung dem Platin ein hohes Sauerstoffpotential erteilen.

Die Umkehrung ist gerade in solchen Lösungen recht bequem zu beobachten, weil minimale Zusätze schon genügen und weil durch die Änderung der Reaktion der Lösung das Oxydationspotential sehr leicht zu regulieren ist.

Lösung: H_2O_2 in wechselnder Konzentration und Reaktion.

	Potential der Meßelektrode gegen die Kalomelektrode:	Pt ladet sich in gleicher Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,4	+
	+0,3	+
	+0,2	+
	+0,15	+
	+0,12	?
	+0,10	—
	+0,08	—

1) Richardson u. Fortley, Zeitschr. f. phys. Chem. 22. p. 650 bis 651. 1898.

2) W. P. Jorissen, Zeitschr. f. phys. Chem. 22. p. 47. 1898.

3) Bach, Compt. rend. 124. p. 2 u. 951. 1897; Moniteur scient. [4] 11. II. p. 479. 1897.

Potential der Meßelektrode gegen die Kalomelektrode:	Pt ladet sich in gleicher Lösung
2. Versuchsreihe:	
+0,35	+
+0,25	+
+0,15	+
+0,095	-
+0,05	-

Die Umkehr findet wieder bei etwa + 0,125 Volt statt.

Die erreichte Übereinstimmung legte nun den Wunsch nahe, ähnliche Versuche mit anderen Metallen auszuführen. Leider sind nur wenige derselben zu derartigen Messungen geeignet. Tragen wir nämlich den gefundenen Umkehrpunkt in die Spannungsreihe¹⁾ der Metalle gegen ihre 1-normalen Salzlösungen (Fig. 2) ein und ziehen wir es in Betracht, daß die Anwendung größerer Ionenkonzentrationen in der Lösung

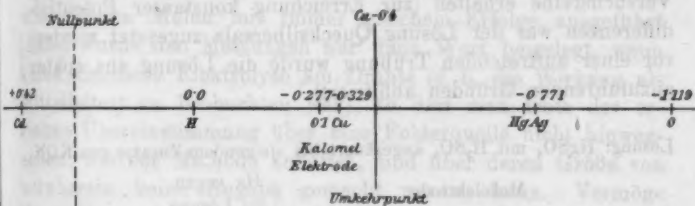


Fig. 2.

durch die Versuchsbedingungen ausgeschlossen ist, und daß das elektromotorische Verhalten der Edelmetalle, wie Au, Pd etc. von dem des Platins nicht wesentlich verschieden ist, so sind analoge Versuchsreihen mit anderen Ionen als H^+ und OH^- fast nur mit Quecksilber und Silber auszuführen. Es gelangten daher zunächst nur diese zwei Metalle zur Untersuchung; ersteres in Form amalgamierter Gold- oder Platin-drähte (die sich ja bekanntlich elektromotorisch wie reines Quecksilber verhalten), letzteres in Gestalt feiner Drähte (0,03 mm), die von Heräus bezogen waren.

Quecksilber. Die Umkehr ist bei bloßem Zusatz von $HgNO_3$ schwer zu erreichen. Zur Vermeidung des Eintrittes

1) Die Werte sind den Messungen N. Z. M. Wilsmores, Zeitschr. f. phys. Chem. 35, p. 291. 1906 entnommen, speziell Tabelle p. 318.

einer Elektrolyse am Drahte, der bei der Amalgamierung immer anschwillt, muß der Spannungsabfall ziemlich klein gewählt werden und dieser Umstand erschwert die Beobachtung. Der Nullpunkt wurde daher nur innerhalb etwas weiterer Differenzen eingeschlossen. Eine einzige Versuchsreihe ist mir in diesem Falle einwandfrei gelungen.

I. MeBelektrode war selbstredend Hg, Lösung: HgNO_3 .

Spannung der MeBelektrode	Quecksilber gegen diese Lösung
+0,4	+
+0,2	+
+0,08	-

Mit Anwendung des Wechsels der Reaktion wurde folgende Versuchsreihe erhalten (zur Erreichung konstanter Potentialdifferenzen war der Lösung Quecksilbersalz zugesetzt worden, vor einer auftretenden Trübung wurde die Lösung aus später anzuführenden Gründen abfiltriert).

Lösung: HgSO_4 mit H_2SO_4 angesäuert bei steigendem Zusatze von KOH.

MeBelektrode	Hg gegen die Lösung
+0,20	+
+0,16	+
+0,13	+
+0,05	-
+0,04	-
+0,03	-
+0,05	-

Versuche mit Silber.

Unter dem Einflusse des Luftsauerstoffs löst sich Silber so deutlich in reinem Wasser auf, daß die Verhältnisse zur Ausführung der Versuche zu wenig definiert sind, etwas präziser werden dieselben, wenn man mit ausgekochtem Wasser in einer Stickstoffatmosphäre arbeitet. Hier war deutlich negative Ladung des Silbers gegen die Flüssigkeit zu beobachten, dagegen blieb es in weitgehend verdünnter AgNO_3 -Lösung stets positiv. Folgende Daten mögen dies illustrieren.

Lösung: H_2O mit wachsendem Zusatz von $AgNO_3$.Meßelektrode
gegen KalomelektrodeSilber war gegen
die Lösung

+ 0,15	+
+ 0,16	+
+ 0,17	+
+ 0,18	+
+ 0,2	+

Durch Verdünnen ist also keine Umkehr zu erreichen, dieselbe gelingt aber beim Fällen mit HCl und Lösen des gebildeten $AgCl$ mittels Ammoniak. Solche und andere Messungen werden sub II und III angeführt werden, da es geboten schien, eine andere Untersuchungsmethode zu wählen.

II. Methode.

Wurden nämlich auch die vorstehenden Versuche zu wiederholten Malen mit immer gleichem Erfolge ausgeführt [dabei wurde den Messungen nur dann Wert beigelegt, wenn keine sichtbare Elektrolyse am Drahte (d. h. die Wirkung als Mittelleiter) zu beobachten war], so darf man trotz der erzielten Übereinstimmung über eine Fehlerquelle nicht hinwegsehen, die der Methode anhaftet, und über deren Größe von vornherein keine Angabe gemacht werden kann. Vermöge ihrer Eigenschaft als Mittelleiter wirken nämlich die verwendeten Drähte auf die umgebende Lösung ein, indem sie die Lösung auf der einen Seite reduzieren, auf der entgegengesetzten oxydieren, und wenn man auch diese Wirkung dadurch möglichst verkleinert, daß man sehr feine Drähte verwendet, den Strom nur ganz kurze Zeit durchsendet und jedesmal kommutiert, so können doch die verschiedenen chemischen Veränderungen eine ähnliche Bewegung des Drahtes auf sekundäre Weise verursacht oder beeinflußt haben. Der ganze Charakter der Messungszeichen, die Umkehr, zumal die Umkehr am selben Punkte, unter ganz verschiedenen Versuchsbedingungen, die Ablenkungen in Isolatoren wie Luft, H_2 ¹⁾ etc. deuten zwar durchaus nicht darauf, daß eine solche Wirkung empfindlich fühlbar wird, doch lassen sie es immerhin wünschenswert erscheinen, reinere Versuchsbedingungen aufzusuchen.

1) Hier wurde die Ablenkung mit einer Spannung von 400 Volt beobachtet.

Wir können nun die Anordnung verbessern, indem wir die Dicke des Drahtes möglichst klein wählen; aber hier ist praktisch bald eine Grenze gesetzt. Es gelingt zwar dünne Metallfolien oder feineren Metallstaub herzustellen, dessen Überführung man beobachten könnte, aber noch viel feiner ist jedenfalls die Verteilung, die ein Metall in seinen kolloidalen „Lösungen“ aufweist, welche man nach Bredig¹⁾ leicht durch Zerstäubung von Drähten unter Wasser in reiner Form erhalten kann. Solche kolloidale Lösungen, oder, besser gesagt, kolloidale Suspensionen bestehen aus Metallteilchen, die kleiner sind als $0,1 \mu$.²⁾ Bei einem (niemals angewandten) Potentialabfall von 1 Volt pro Zentimeter erlangen sie an ihren Enden erst eine Potentialdifferenz von 0,0001 Volt, eine elektromotorische Kraft, die zur Erzeugung der besagten Veränderungen nicht in Betracht kommt.

Um also reinere Versuchsbedingungen zu erhalten beobachtete ich auf den Rat des Hrn. Prof. Nernst die Wanderung kolloidaler Metalle in elektrische Stromgefälle bez. die Beeinflussung ihrer Überführung durch bestimmte Zusätze.

Verhalten sich aber die metallischen Teilchen der kolloidalen Suspensionen elektromotorisch wie das feste Metall? Diese Frage ist, glaube ich, unbedingt zu bejahen. Eine kleine Differenz ist zwar vor auszusehen, so kleine Teilchen besitzen ja bekanntlich etwas größere Löslichkeit, etwas höheren Dampfdruck etc., müssen also auch elektromotorisch etwas verschieden wirken, der Unterschied beträgt aber höchstens Millivolts und ändert um so weniger an der Schlußweise, als meine Potentialmessungen nur auf etwa 0,01—0,02 Volt genau sind, so kleine Unterschiede also unter die Fehlergrenze fallen.

Die Verwendung kolloidaler Metalle bedeutet somit eine wesentliche Verbesserung der Methode, sie gewinnt aber noch durch das Augenfällige der beobachteten Erscheinung an Wert und Überzeugungskraft.

Das kolloidale Metall wurde nach der von Bredig angegebenen Methode³⁾ dargestellt; bei Zusatz von Elektrolyten

1) G. Bredig, *Anorganische Fermente*, Leipzig 1901.

2) l. c. p. 21; H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, *Ann. d. Phys.* 10. p. 1. 1902.

3) G. Bredig, *Zeitschr. f. angew. Chem.* Heft 41. 1898; *Anorganische Fermente* p. 22 ff. Leipzig 1901.

verhinderte eine Spur Gelatine die Koagulation während des Versuches. Die Wanderung wurde in U-Röhren beobachtet, deren unteres Drittel vom Kolloid erfüllt war, während darüber eine gleiche Lösung geschichtet war.

Eine Probe dafür zu gewinnen, daß während des Versuches keine Beeinflussung des Kolloids eintrat, war in den unteren Teil der U-Röhre ein platinierter Platindraht eingeschmolzen, der eine Messung des Potentials in verschiedenen Stadien des Versuches ermöglichte. Der Sinn der Wanderung wurde immer mehrmals durch Kommutieren des Stromes beobachtet und kontrolliert.

Das Übersichten zu erleichtern, wurde endlich dann vor der Potentialmessung dem Kolloide Harnstoff zugesetzt. (Ich habe mich davon überzeugt daß dieser Zusatz ohne Einfluß auf die Wanderung bleibt.)

Versuche.

Kolloidales Platin: Zusatz Formaldehyd.

Potential der Meßelektrode (platinierter Platin) gegen die Kalomelektrode	Pt wandert zur	Pt ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:		
+0,16	→ Kathode	+
+0,14	→ Kathode	+
+0,13	→ ?	±
+0,12	→ Anode (?)	±
+0,11	→ Anode	-
+0,10	→ Anode	-
+0,05	→ Anode	-
2. Versuchsreihe:		
+0,18	→ Kathode	+
+0,15	→ Kathode	+
+0,13	→ ?	±
+0,11	→ Anode	-
+0,04	→ Anode	-

Kolloidales Platin: Zusatz Kaliumbromat.

+0,20	→ Kathode	+
+0,17	→ Kathode	+
+0,155	→ Kathode	+
+0,13	→ ?	±
+0,11	→ Anode	-
+0,08	→ Anode	-

Kolloidales Platin: Zusatz FeSO_4 , $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ in wechselnder Proportion.

	Potential der Meßelektrode (platinisiertes Platin in der gleichen Lösung) gegen die Kalomelektrode	Das Kolloid wandert zur	Pt ladet sich in gleicher Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,34	→ Kathode	+
	+0,3	→ Kathode	+
	+0,21	→ Kathode	+
	+0,08	→ Anode	-
	+0,04	→ Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,4	→ Kathode	+
	+0,28	→ Kathode	+
	+0,2	→ Kathode	+
	+0,10	→ Anode	-
	+0,05	→ Anode	-

Kolloidales Platin: Zusatz H_2O_2 .

1. Versuchsreihe:	+0,3	→ Kathode	+
	+0,195	→ Kathode	+
	+0,12	→ ?	?
	+0,08	→ Anode	-
	+0,06	→ Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,4	→ Kathode	+
	+0,3	→ Kathode	+
	+0,1	→ Anode	-
	+0,07	→ Anode	-

Kolloidales Platin wurde mittels durchgeleiteten Sauerstoffs (ca. 20 Min. lang) in schwach saurer Lösung mit O geladen:

Meßelektrode	Das Kolloid wandert zur	Pt ladet sich gegen die Lösung
+0,18	→ Kathode	+
+0,16	→ Kathode	+
+0,14	→ Kathode	+
+0,135	→ Kathode	+

in schwach alkalischer Lösung:

+0,12	→ Anode (langsam)	-
+0,11	→ Anode	-
+0,10	→ Anode	-

Ebenso wurde Wasserstoff in schwach alkalischer Lösung durchgeleitet

Meßelektrode		Das Kolloid wandert zur	Pt ladet sich gegen die Lösung
+0,08	—>	Anode	—
+0,02	—>	Anode	—
+0,00	—>	Anode	—
+0,05	—>	Anode	—

Kolloidales Platin, welches durch Zerstäuben des Metalles in absolutem Alkohol erhalten wird, wandert zur Kathode; verdünnt man es mit Wasser, so kehrt sich die Wanderung um, wenn der Alkohol etwa 70 proz. geworden ist, um bei weiterer Verdünnung gleich zu bleiben (vgl. p. 909).

Versuche mit Quecksilber.

Die gewöhnliche Zerstäubungsmethode auf Quecksilber angewendet führt nicht zum kolloidalen Metall. Es entsteht vielmehr eine graue bis schwarze Flüssigkeit, in welcher die einzelnen Quecksilbertröpfchen nur zum Teil den Grad der feinen Verteilung besitzen, das Kolloiden eigen ist. Durch sorgfältige Zerstäubung gelingt es aber, zumal bei kleineren Stromstärken, derartig suspendiertes Quecksilber dennoch fein genug zu erhalten, daß in einem Tage nur wenig ausfällt und die nur ziemlich kurze Zeit beanspruchenden Versuche damit ausgeführt werden können. Man beobachtet, daß solches Quecksilber im durchfallenden Lichte einen Stich ins Bräunliche besitzt, das von beigemengtem kolloidalen Quecksilber herrührt. Im Laufe der Untersuchungen ist es mir gelungen, auch kolloidales Quecksilber auf elektrischem Wege herzustellen, und dies auf zwei verschiedene Arten; erstlich bildet es sich bei der Elektrolyse sehr verdünnter Merkuronitratlösungen an der Kathode unter Bedingungen, die ich l. c.¹⁾ beschrieben habe, zweitens durch die Zerstäubung von Amalgamen, wie amalgamierten Zinks etc., endlich unter gewissen Bedingungen, die ich später bekannt geben werde direkt bei der Zerstäubung von Quecksilber. Das erstere Kolloid ist nicht rein

1) J. Billitzer, Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. 35. p. 1929. 1902.

und enthält neben überschüssigem Merkuronitrat noch etwa entstehende Reduktionsprodukte. Das Kolloid, welches aber durch Zerstäubung von Amalgamen der Metalle erhalten wird, die selbst unter den gleichen Bedingungen nicht zerstäuben (z. B. von Zn), ist ganz rein und frei von fremden Beimengungen, dasselbe gilt a fortiori vom letzterwähnten Kolloide.

Ersteres wollen wir im folgenden mit Kolloid I, letzteres mit Kolloid II bezeichnen.

Zerstäubtes graues Quecksilber: Zusatz HgNO_3 .

	Meßelektrode gegen die Kalomelektrode	Das Metall wandert zur	Hg ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,48 —————→	Kathode	+
	+0,32 —————→	Kathode	+
	+0,115 —————→	Anode	-
	+0,06 —————→	Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,4 —————→	Kathode	+
	+0,28 —————→	Kathode	+
	+0,22 —————→	Kathode	+
	+0,08 —————→	Anode	-
	+0,05 —————→	Anode	-

Kolloidales Quecksilber I: Zusatz KOH bez. JK.

	Meßelektrode gegen die Kalomelektrode	Das Metall wandert zur	Hg ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,49 —————→	Kathode	+
	+0,40 —————→	Kathode	+
	+0,36 —————→	Kathode	+
	+0,21 —————→	Kathode	+
	+0,18 —————→	Kathode	+
	+0,11 —————→	Anode	-
	+0,08 —————→	Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,23 —————→	Kathode	+
	+0,18 —————→	Kathode	+
	+0,15 —————→	Kathode	+
	+0,10 —————→	Anode	-
	+0,07 —————→	Anode	-
	+0,04 —————→	Anode	-

Kolloidales Quecksilber II: Zusatz HgNO_3 .

	MeBelektrode gegen die Kalomelelektrode		Das Metall wandert zur	Hg ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,3	→	Kathode	+
	+0,26	→	Kathode	+
	+0,2	→	Kathode	+
	+0,115	→	?	±
	+0,05	→	Anode	-
	+0,03	→	Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,28	→	Kathode	+
	+0,22	→	Kathode	+
	+0,18	→	Kathode	+
	+0,11	→	?	±
	+0,08	→	Anode	-
	+0,09	→	Anode	-

Versuche mit Silber.

Kolloidales Silber: Zusatz AgNO_3 .

	MeBelektrode gegen die Kalomelelektrode		Das Kolloid wandert zur	Ag ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,10	→	Anode	-
	+0,18	→	Kathode	+
	+0,26	→	Kathode	+
	+0,35	→	Kathode	+
2. Versuchsreihe:	+0,11	→	Anode	-
	+0,19	→	Kathode	+
	+0,23	→	Kathode	+
	+0,32	→	Kathode	+

AgNO_3 wurde mehr oder minder vollständig mit KBr gefällt und die also erhaltene, mit AgBr gesättigte Lösung nach einer Filtration dem Kolloid zugesetzt.

	MeBelektrode gegen die Kalomelelektrode		Das Kolloid wandert zur	Ag ladet sich gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+0,20	→	Kathode	+
	+0,16	→	Kathode	+
	+0,10	→	Anode	-
	+0,02	→	Anode	-
2. Versuchsreihe:	+0,19	→	Kathode	+
	+0,17	→	Kathode	+
	+0,105	→	Anode	-
	+0,07	→	Anode	-
	+0,04	→	Anode	-

Zusatz: AgNO_3 , sodann Ag , $\text{Ag}(\text{CN})_2$ in überschüssigem CNK (klare Lösung).

Meßelektrode gegen die Kalomelektrode		Das Kolloid wandert zur	Ag ladet sich gegen die Lösung
+0,24	—>	Kathode	+
+0,21	—>	Kathode	+
+0,19	—>	Kathode	+
+0,16	—>	Kathode (langsam)	+
+0,11	—>	Anode (langsam)	—
+0,08	—>	Anode	—
+0,02	—>	Anode	—
-0,10	—>	Anode	—
-0,18	—>	Anode	—

Gold und Palladium.

Das elektromotorische Verhalten des Goldes und Palladiums gleiche völlig dem des Platins, d. h. wir haben es wieder mit Wasserstoff- bez. Sauerstoffelektroden zu tun.¹⁾ Suchen wir daher den Umkehrpunkt bei diesen Metallen auf, so kann er nur dann eine Verschiebung gegen den Umkehrpunkt des Platins erfahren, wenn die Metalle Gold, Palladium und Platin gegeneinander eine Potentialdifferenz aufweisen. Die nachstehenden Versuche beweisen — wie mir scheint in exakterer Weise als es bisher geschehen ist —, daß dies, wenigstens innerhalb der Versuchsfehler nicht der Fall ist. Gold, Platin und Palladium besitzen also höchstens Potentialdifferenzen, die wenige Zentivolt betragen.

Kolloidales Gold, in saurer Lösung durch H_2O_2 bez. HCOH , Sauerstoff bez. Wasserstoff beladen.

	Meßelektrode (Goldblech)		Das Kolloid wandert zur	Au gegen die Lösung
1. Lösung:	+0,4	—>	Kathode	+
	+0,33	—>	Kathode	+
	+0,20	—>	Kathode	+
	+0,14	—>	Kathode (langsam)	+
	+0,10	—>	Anode	—
	+0,05	—>	Anode	—
	+0,025	—>	Anode	—

1) Le Blanc, Zeitschr. f. phys. Chem. 12. p. 333. 1893.

	Meßelektrode (Goldblech)		Das Kolloid wandert zur	Au gegen die Lösung
2. Lösung:	+0,51	→	Kathode	+
	+0,465	→	Kathode	+
	+0,41	→	Kathode	+
	+0,34	→	Kathode	+
	+0,15	→	Kathode	+
	+0,105	→	Anode (langsam)	-
	+0,08	→	Anode	-
	+0,05	→	Anode	-
	+0,02	→	Anode	-

Kolloidales Palladium in ähnlichen Lösungen:

	Meßelektrode (Palladiumblech)		Das Kolloid wandert zur	Pd gegen die Lösung
1. Lösung:	+0,36	→	Kathode	+
	+0,22	→	Kathode	+
	+0,18	→	Kathode	+
	+0,14	→	Kathode (langsam)	+
	+0,105	→	Anode (langsam)	-
	+0,08	→	Anode	-
	-0,04	→	Anode	-
	-0,195	→	Anode	-
2. Lösung:	+0,20	→	Kathode	+
	+0,17	→	Kathode	+
	+0,15	→	Kathode	+
	+0,09	→	Anode	-
	+0,06	→	Anode	-
	+0,02	→	Anode	-

III. Methode.

In den bisher beschriebenen Versuchen war die Bewegung aufgehängter oder schwebender Teilchen durch den elektrischen Strom untersucht worden. Nunmehr war es aber erwünscht, eine Methode zu finden, welche den Zeichenwechsel der Doppelschicht erkennen ließ, ohne daß hierzu der elektrische Strom durchgesandt zu werden brauchte, um auf diese Weise sämtliche Fehlerquellen, die etwa durch denselben noch bedingt sein könnten, von vornherein auszuschließen.

Nun hat bekanntlich schon Dorn¹⁾ gezeigt, daß die von

1) E. Dorn, Wied. Ann. 10. p. 70. 1880.

Reuss (l. c.) gefundene, von Quincke (l. c.) u. a. näher studierte Erscheinung der Überführung schwebender Partikeln zu den Elektroden eine umkehrbare ist. Verursacht ein durchgesandter Strom die Bewegung der Teilchen, so erzeugt umgekehrt die Bewegung der Teilchen einen elektrischen Strom, welchen Dorn am Galvanometer beobachten konnte, als er Quarzsand, Glaspulver etc. in einer längeren Röhre durch Wasser fallen ließ und zwei Elektroden an den Enden der Röhren mit dem Galvanometer verband.

Dieselbe einfache Anordnung kann nun zur Bestimmung absoluter Potentiale benutzt werden, wenn man Metallpulverdraht oder -folie durch eine Flüssigkeit fallen läßt, mit welcher es eine umkehrbare Elektrode bildet, und im übrigen genau so verfährt, wie es in den früheren Abschnitten beschrieben wurde.

Sorgt man dafür, daß die Elektroden völlig gleich sind (was durch längeres Kurzschließen in einer geeigneten Lösung erreicht werden kann), daß die Röhre vollständig dicht abgeschlossen (zur Vermeidung von Strömungsströmen) und ganz mit Flüssigkeit gefüllt ist (eingeschlossene Luftblasen sind zu vermeiden), so liefert die beschickte Röhre in horizontaler Lage keinen Strom. Bringt man sie jedoch in vertikale Lage, so erhält man Ströme, die beim Umlegen der Röhre umgekehrt werden, leicht in der Größenordnung 10^{-6} bis 10^{-5} Amp. und selbst darüber erhalten werden können, und welche man daher bequem an einem d'Arsonvalgalvanometer mittlerer Empfindlichkeit beobachten kann.

Nun ist diese, gelegentlich von Dorn (l. c.) beschriebene Erscheinung, nicht näher untersucht worden. Es war daher erst zu prüfen, ob eine solche Anwendung derselben zulässig sei. Die Ergebnisse dieser und anderer sich anschließender Versuche habe ich in der zweiten Abhandlung zusammengestellt und es sei hier schon betont, daß diese Untersuchungen durchaus für die Zuverlässigkeit der Methode sprechen.

Wichtig ist es, sich zu überzeugen, daß die gebrauchten Elektroden dieselbe elektromotorische Wirksamkeit besitzen, wie die fallenden Teilchen. Bei den Edelmetallen, die ich in erster Linie in den Kreis der Untersuchungen zog, ist dies einfach zu konstatieren. Hat man sich nämlich davon über-

zeugt, daß die Elektroden aus reinem Metall bestehen und die berechneten Potentialdifferenzen geben, so überschichtet man sie mit dem Metalldraht bez. Metallpulver etc., welcher also nur unedler sein kann, darauf erst mit der betreffenden Lösung und wiederholt nach einiger Zeit, welche man zur Erreichung des Gleichgewichtes abwartet, die Potentialmessung. Die Spannung der Elektrode darf sich nicht im mindesten geändert haben.

Um möglichst reine Verhältnisse vorzufinden, benutzte ich zuvörderst Kombinationen, die als Typus unpolarisierbarer Elektroden gelten, Silberpulver oder Silberdrähte in Silber-salzlösungen. (In der Regel verwendete ich ein Silberpulver, das ich von Heräus-Hanau bezog, dasselbe war völlig frei von unedlen Metallen und sehr feinkörnig.)

Versuche.

Silber zwischen Silberelektroden in einer Silbernitratlösung.

1. Lösung:

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Silber hält sich gegen die Lösung
+0,46	+
+0,40	+
+0,32	+
+0,20	+
+0,18	+
+0,10	-
+0,04	-
+0,00	-
-0,05	-
-0,08	-

Bei den letzten fünf Versuchen dieser Meßreihe war der Lösung $\text{KCl} + \text{NH}_3$ zur Entfernung von Silberionen zugesetzt worden. In anderen Fällen wurden Brom oder Jodkalium und Ammoniak, endlich überschüssiges Cyankalium zugesetzt. Eine gewisse Vorsicht ist bei diesen Versuchen stets zu beobachten, die Lösungen sind nur dann zu verwenden, wenn sie vollständig klar sind und keinen Niederschlag an den Elektroden etc. absetzen, denn dies kann, wie ich mich in vielen Fällen überzeugt habe, die Quelle mancher Fehler sein, sei es, daß Meßelektrode und Teilchen nicht mehr identisch sind und daher falsche Potentialbestimmungen geben, oder es erzeugten die

suspendierten AgCl - etc. Teilchen ihrerseits beim Fallen einen Strom, der zu einer weiteren fehlerhaften Bestimmung führen kann, auch scheint eine Wirkung des Lichtes dann zu bestehen. Vermied ich hingegen die Bildung einer Trübung durch entsprechende Wahl der Konzentration, so erhielt ich durchwegs übereinstimmende Resultate¹⁾, und vermute daher, daß sie in allen ähnlichen Fällen erhalten werden dürften.

2. Lösung AgNO_3 , Zusatz
 $\text{KBr} + \text{NH}_3$.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Silber hält sich gegen die Lösung
+0,32	+
+0,28	+
+0,22	+
+0,18	+
+0,16	+
+0,14	±
+0,12	±
+0,09	-
+0,05	-
-0,1	-
-0,22	-

3. Lösung AgNO_3 , Zusatz KJ
(filtriert, klare Lösung).

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelekt.	Silber hält sich gegen die Lösung
+0,44	+
+0,32	+
+0,20	+
+0,03	-
+0,00	-
-0,18	-

4. Lösung AgNO_3 , Zusatz CNK .

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Silber hält sich gegen die Lösung
+0,46	+
+0,28	+
+0,20	+
+0,16	+
+0,10	-
+0,02	-
-0,12	-
-0,23	-

1) Mit Ausnahme einiger vorübergehender Abweichungen in Lösungen von Komplexsalzen, die aber immer durch längeres Kurzschließen, Reiben der Elektroden mit dem fallenden Silberteilen unter der Lösung etc. zu eliminieren waren und ihren Grund wohl darin fanden, daß die fallenden Teilchen vorübergehend elektromotorisch anders wirkten wie die Elektroden (Passivität?).

Platin. Feines Platinpulver werde zwischen platinirten Platinelektroden fallen gelassen.

In der Lösung H_2O_2 bez. sauer oder alkalisch.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Silber hält sich gegen die Lösung	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Silber hält sich gegen die Lösung
1. +0,32 +		2. +0,28 +	
+0,24 +		+0,21 +	
+0,19 +		+0,17 +	
+0,11 -		+0,10 -	
+0,06 -		+0,08 -	
		+0,03 -	

In der Lösung Formaldehyd (sauer).

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Silber hält sich gegen die Lösung
+0,20 +	
+0,16 +	
+0,10 -	
+0,05 -	

In der Lösung $FeSO_4$ und $Fe_2(SO_4)_3$ in wechselnden Proportionen.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Die Teilchen gegen die Lösung	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Die Teilchen gegen die Lösung
1. +0,35 +		2. +0,38 +	
+0,28 +		+0,29 +	
+0,21 +		+0,205 +	
+0,14 + ?		+0,17 +	
+0,08 -		+0,10 -	
+0,06 -		+0,05 -	
		+0,02 -	

In der Lösung $FeCl_2$ und $FeCl_3$ in wechselndem Verhältnis.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Die Teilchen gegen die Lösung	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Die Teilchen gegen die Lösung
1. +0,30 +		2. +0,25 +	
+0,24 +		+0,18 +	
+0,18 +		+0,09 -	
+0,105 -		+0,05 -	
+0,04 -			

Gold. Reines Goldpulver¹⁾ wurde zwischen Goldelektroden fallen gelassen.

In der sauren Lösung Formaldehyd oder H_2O_2 .

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Goldteilchen gegen die Lösung
+0,38	+
+0,30	+
+0,22	+
+0,19	+
+0,18	+
+0,16	+
+0,11	-
+0,10	-
+0,09	-
+0,065	-
+0,04	-
+0,03	-

Quecksilber. Zwischen amalgamierten Goldelektroden wurden kleine Quecksilbertröpfchen, wie man sie als schwarzbraune feine Trübung bei der Zerstäubung im elektrischen Lichtbogen unter Wasser erhält, fallen gelassen.

In der Lösung $HgNO_3$ oder $Hg(NO_3)_2$.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelekt.	Hg-Teilchen gegen die Lösung	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelekt.	Hg-Teilchen gegen die Lösung
1. +0,4	+	2. +0,33	+
+0,35	+	+0,25	+
+0,3	+	+0,18	+
+0,24	+	+0,10	-
+0,19	+	+0,08	-
+0,17	+		
+0,10	-		
+0,09	-		

In den zwei letzten Versuchen beider Messungsreihen enthielt die Lösung KOH, wurde aber aus bereits angeführtem Grunde vor dem Gebrauche filtriert.

Bekanntlich wird das Maximum der Oberflächenspannung des Quecksilbers bei der Anwesenheit komplexer Quecksilbersalze verschoben, es erschien mir daher nicht unwichtig zu prüfen, ob eine ähnliche Anomalie auch hier zu beobachten ist

1) Erhalten durch Ausfällen kolloidalen Goldes mit Säure.

Die folgenden Meßresultate zeigen, daß dies nicht der Fall ist (wie es übrigens nach den Erfahrungen an Silber zu erwarten war).

Versetzt man eine Merkuronitratlösung mit Cyankalium, so scheidet sich Quecksilber ab und fällt langsam aus. Eine derartige Lösung kann direkt zur Messung verwendet werden, wobei aber wie bei den früheren Versuchen mit Quecksilber besonders zu prüfen ist, ob das ausgefällte Quecksilber sich elektromotorisch wie die Elektrode verhält (vgl. p. 928), nur in diesem Falle ist dem Versuchsergebnisse eine Bedeutung beizumessen.

Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Hg-Teilchen gegen die Lösung	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelelekt.	Hg-Teilchen gegen die Lösung
1. +0,3	+	2. +0,28	+
+0,21	+	+0,20	+
+0,18	+	+0,17	+
+0,145	+	+0,10	-
+0,11	+	+0,055	-
+0,09	-	+0,005	-
-0,08	-	-0,14	-
-0,22	-	-0,25	-

Kupfer. Wir hatten im ersten und zweiten Teile nur Edelmetalle in den Bereich unserer Untersuchungen gezogen, weil sich nur diese für unsere Messungen eigneten. Nun wir aber durch den Besitz dieser dritten Methode in den Stand gesetzt werden, auch mit ganz konzentrierten Lösungen zu arbeiten, ist unser Meßbereich erweitert worden. Freilich haben wir damit nicht allzuviel gewonnen, da es im allgemeinen nicht gelingt, bei unedeln Metallen durch Anreicherung der Lösung den Umkehrpunkt zu erreichen. So besitzt Kupfer, das in unserer Fig. 2 (p. 911) dem Quecksilber zunächst kommt, in gesättigter CuSO_4 -Lösung die Potentialdifferenz $-0,308 (+0,031)$ gegen die Kalomelektrode nach unserer bisherigen Bezeichnungsweise), in 1-normaler $\text{Cu}_2\text{N}_2\text{O}_6$ -Lösung $-0,338 (+0,061)$ gegen 0,1 Kalomelektrode). Ich konnte mich überzeugen, daß Kupfer in allen diesen Lösungen negativ ist, doch konnte ich selbst in hochkonzentrierten $\text{Cu}_2\text{N}_2\text{O}_6$ -Lösung den Umkehrpunkt nicht erreichen. Nur einmal gelang es mir in einer heißen äußerst

gesättigten $\text{Cu}_2\text{N}_2\text{O}_6$ -Lösung das Potential $+ 0,16$ gegen Kalomel zu erhalten und hier war Kupfer positiv gegen die Lösung; doch möchte ich diesem Resultate aus mehreren Gründen keinen zu großen Wert beilegen.

Eisen. Was bei Kupfer nicht zu erreichen war, gelingt durch einen kleinen Kunstgriff beim viel unedleren Metall Eisen; wenn man dieses durch Passivieren in die edlere Form verwandelt.

A. Finkelstein ¹⁾ hat gezeigt, das Eisen durch Eintauchen in Cyankaliumlösungen passiviert wird und daß es in diesem Zustande in Ferro- und Ferricyankaliumlösungen die Potentiale:

$$1\text{-normal } \text{K}_4\text{FeCy}_6 - 0,38,$$

$$1\text{-normal } \text{K}_3\text{FeCy}_6 - 0,57$$

aufweist. Diese Werte schließen unseren Umkehrpunkt ($-0,4$) ein und legten den Wunsch nahe, ihn auch bei diesem Metalle aufzusuchen. Weil aber verschiedene Eisensorten verschiedene Potentialdifferenzen aufweisen (vielleicht weil der Grad ihrer Passivität ein verschiedener ist), mußte bei diesen Versuchen das Augenmerk ganz besonders darauf gerichtet sein, mit den Elektroden identischen Eisendraht oder -pulver zu verwenden. Dies erreichte ich auf folgende Weise. Zum Versuche wurden immer eine Reihe von Elektrodenpaaren mit dem Pulver passiviert. Die einzelnen Elektrodenpaare bestanden aus ähnlichen, aber nicht gleichen Eisensorten, so daß ihre Potentiale immer eine Differenz von wenigen Zentivolt besaßen.

Die Elektrodenpaare selbst bestanden aus völlig gleichem Eisen und wurden nur verwendet, wenn keine Potentialdifferenz zwischen ihnen zu beobachten war. Sodann wurden die Elektroden der Reihe nach abgespült und in die verwendeten Eisenlösungen getaucht, um ihre Potentialdifferenz gegen dieselben zu messen. War dieselbe bestimmt, so wurden sie mit dem passivierten und durchgewaschenen Eisenpulver überschichtet und die Potentialdifferenz nun abermals gemessen. Das Elektrodenpaar, dessen einzelne Elektrode die gleiche Potentialdifferenz aufwies und sie beim Überschichten mit dem Eisenpulver nicht änderte, wurde dann zum Versuche verwendet.

1) A. Finkelstein, Zeitschr. f. phys. Chem. 39. p. 195. 1902.

Auf diese Weise erhält man in wohlverschlossenen, gänzlich mit der Flüssigkeit gefüllten Röhren recht konstante Resultate, die sich auch nach stundenlangem Stehen der Röhre nicht ändern. Bei jeder Umkehr der Röhre erfolgt eine Umkehr des Stromes, während die horizontale Röhre keinen Strom liefert.

Eisen (in Cyankalium passiviert) in K_4FeCy_6 -Lösungen verschiedener Konzentrationen.

	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Eisen ist gegen die Lösung
1. Versuchsreihe:	+ 0,42	+
	+ 0,26	+
	+ 0,21	+
	+ 0,18	+
	+ 0,05	+
	+ 0,11	-
	+ 0,10	-
	+ 0,06	-
	+ 0,04	-
	+ 0,00	-
2. Versuchsreihe:	+ 0,86	+
	+ 0,29	+
	+ 0,24	+
	+ 0,19	+
	+ 0,17	+
	+ 0,14	+
	+ 0,11	-
	+ 0,065	-
	+ 0,05	-
Aktiviert:	- 0,65	-

Eisen in HNO_3 (konz.) passiviert.

	Meßelektrode gegen die 0,1 Kalomelektrode	Eisen ist gegen die NH_4 -Lösung
	+ 0,75	+
	+ 0,5	+
	+ 0,41	+

Verdünnt man die Salpetersäure, so geht das Eisen leicht in den aktiven Zustand über, daher wurden diese Versuche nicht weiter ausgedehnt.

Eisen in KCN passiviert gegen Lösungen von K_4FeCy_6 .
 Meßelektrode gegen die Eisen ist gegen
 0,1 Kalomelektrode die Lösung

1. Versuchsreihe:	+ 0,14	+
	+ 0,10	-
	+ 0,06	-
	+ 0,05	-
2. Versuchsreihe:	+ 0,15	+
	+ 0,12	±
	+ 0,07	-
	+ 0,04	-

Eisen in HNO_3 passiviert gegen Lösungen von K_4FeCy_6 und K_3FeCy_6 .
 Meßelektrode gegen die Eisen ist gegen
 0,1 Kalomelektrode die Lösung

	+ 0,44	+
K_3FeCy_6 {	+ 0,32	+
	+ 0,21	+
	+ 0,16	+
K_4FeCy_6 {	+ 0,10	-
	+ 0,05	-

Schließlich mag es noch erwähnt werden, daß derselbe Umkehrpunkt auch mit MnO_2 zwischen Mangansuperoxyd-elektroden in Lösungen von KOH erhalten wurde.

Theorie.

Wir waren bei diesen Untersuchungen von dem v. Helmholtz'schen Begriffe der elektrischen Doppelschicht ausgegangen, und wollen nun dieselben an der Hand der Versuchsergebnisse diskutieren.

Ihrer Definition gemäß als: „Zweier Schichten, welche auf den entgegengesetzten Seiten einer Fläche, in außerordentlich kleiner Entfernung von ihr liegen und deren eine ebensoviel positive Elektrizität enthält, wie die andere negative“¹⁾, kann die elektrische Doppelschicht nach außenhin keinerlei Wirkung ausüben. Um das Auftreten einer solchen, wie sie bei der Bewegung suspendierter Teilchen, dem Durchgange von Flüssigkeit durch Röhren etc. stattfindet, sowie um die Einwirkung äußerer elektrischer Kräfte auf die Doppelschicht zu erklären, muß v. Helmholtz eine Verschiebung derselben bei

1) H. v. Helmholtz, Pog. Ann. 165. p. 228. 1853; Wied. Ann. 7. p. 337. 1877.

der Bewegung wie unter Einfluß eines elektrischen Potentialgefälles annehmen.

Die Bewegung suspendierter Teilchen im Stromgefälle erklärt dann v. Helmholtz auf folgende Art: ... „ohne daß der elektrische Schwerpunkt des Systems fester Teilchen und eine elektrische Flüssigkeitsschicht fortbewegt werden kann, ... kann eine relative Verschiebung der z. B. positiven Wasserschicht und des negativ geladenen Körperchens gegeneinander hervorgebracht werden. ... Wäre nun die Flüssigkeit vollkommen isolierend, so würde die neue Lage als Gleichgewichtslage bestehen bleiben. Da aber durch die Verschiebung der Schichten das Gleichgewicht der galvanischen Spannung zwischen festem Körper und Flüssigkeit gestört ist, und dieses sich durch Leitung immer wieder herzustellen sucht, so wird immer wieder der erste Zustand elektrischer Verteilung hergestellt, und werden immer neue Verschiebungen des Körperchens gegen die umgebende Wasserschicht veranlaßt werden müssen.

Diese Erklärung ist schwer zu verstehen. Rückt der in die Flüssigkeit fallende Teil der Doppelschicht dem Körperchen nach? Dann wird der elektrische Schwerpunkt des Systems negativer Teilchen und positive Wasserschicht fortgeführt! Stellt aber der Zustand der ersten Verschiebung eine Gleichgewichtslage vor, so ist kein Grund vorhanden, weshalb der eine Teil der Doppelschicht dem anderen nachrückt, gleichgültig ob sie ein Isolator trennt oder nicht. Und endlich fragt es sich, ob durch eine solche Verschiebung überhaupt eine Gleichgewichtslage erreicht wird? Denn eine Trennung durch äußere elektrische Kräfte kann nur erfolgen, wenn die gegenseitige elektrostatische Anziehung beider Teile der Doppelschicht überwunden wird. Tritt aber eine erste Verschiebung überhaupt ein, so ist wieder kein Grund vorhanden, warum sie nicht bis zur vollständigen Trennung der Doppelschicht führen sollte, nimmt doch die widerstehende elektrostatische Anziehung mit der Entfernung ab, ohne daß gleichzeitig die äußere Kraftwirkung geändert würde!¹⁾

1) Von der Möglichkeit, daß ein Teil sich mit der Flüssigkeitsschicht eines anderen Teilchens wieder vereine, können wir absehen, da die Betrachtung auch für den Fall gelten muß, daß überhaupt nur ein Teilchen in der Flüssigkeit suspendiert sei.

Ein Vorgang, wie er zuletzt beschrieben wird, wäre von einer Grotthusschen Elektrolyse kaum zu unterscheiden.

Andere Schwierigkeiten bieten sich bei der Betrachtung analoger Erscheinungen, wie der Elektrizitätserregung durch fallende Teilchen, aufsteigende Gasblasen, von einer Platte abfließendem Wasser etc. etc. Da fällt es auf, daß schon so geringe mechanische Kräfte eine Trennung der so nahe gegenüberstehenden, zudem entgegengesetzt elektrostatisch geladenen Schichten bewirken sollen, während bei Flüssigkeitsströmungen an festen Körpern eine solche Trennung nicht angenommen wird. Vielmehr bewegen sich in allen analogen Fällen die unmittelbar anliegenden Flüssigkeitsschichten mit dem festen Körper.

Alle diese Schwierigkeiten drängen uns die Frage auf, ob sie nicht in der Definition der Doppelschicht gelegen sind, ob es zweckentsprechend ist, anzunehmen, daß sie sich dadurch kennzeichnet, daß ihre Belegungen entgegengesetzt gleich sind. Und ich glaube die letztere Frage kann auf Grund der angeführten Versuche wie einiger a. a. O. beschriebenen Untersuchungen¹⁾ entschieden verneint werden.

Betrachten wir, um ein spezielles Beispiel zu wählen, den Fall, welchen uns eine umkehrbare, z. B. eine Silberelektrode vorstellt. Solange die Lösung nur wenig Silberionen enthält, wird das feste Metall positive Ionen in die Lösung entsenden und selbst negative Ladung erhalten, bis durch Zusätze der Ionendruck in der Lösung seinem eigenen Lösungsdrucke eben gleichkommt. Anfänglich negativ, wird es bei diesem Punkte ungeladen sein, um bei zunehmender Ionenkonzentration in der Lösung (etwa durch Zusatz von AgNO_3) umgekehrt Ionen aus der Lösung aufzunehmen und positiv zu werden. Fragen wir nun, wie es dabei um die Doppelschicht steht, so erfahren wir zunächst, daß sie an dem Punkte der Zeichenumkehr verschwindet, und daß in konzentrierten Lösungen ihr positiver Anteil in das Metall, umgekehrt bei größeren Verdünnungen in die Flüssigkeit fällt.

Denken wir uns nun, daß ein Silberstab in eine Flüssigkeit eingeführt wird, die keine Silberionen enthält, so wird

1) J. Billitzer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 111. p. 1393. 1902.

sich alsbald eine Doppelschicht an ihm ausbilden, indem positive Silberionen in die Lösung treten werden.

Sollen aber bei diesem Vorgange die Belegungen der Doppelschicht entgegengesetzt gleich bleiben, so müßten sämtliche entsandten Ionen an der Berührungsfläche des Stabes haften bleiben, also gar nicht in die Lösung treten, oder es müßten ebensoviele fremde positive Ionen an die Elektrode gelangen, als Silberionen in die Lösung diffundieren.

Dies ist aber durchaus nicht der Fall, es werden vielmehr nach der Nernstschen Theorie so lange Silberionen in die Lösung diffundieren, bis die dadurch auftretende elektrostatische Wirkung eine weitere Diffusion verhindert und hiermit ein Gleichgewicht hergestellt ist; umgekehrt werden sich aus einer konzentrierteren Lösung Silberionen am Metall niederschlagen, bis eben wieder die elektrostatische Wirkung einer weiteren Änderung das Gleichgewicht hält, bis also die Potentialdifferenz auftritt, die der Nernstschen Formel $E = RT \ln P/p$ entspricht.

Freilich wird vermöge der ungeheuren elektrostatischen Kapazität der Ionen ein solcher Gleichgewichtszustand eintreten, noch ehe wägbare Mengen in Lösung gegangen sind; doch kommt es für unsere Betrachtung im Grunde auf dasselbe hinaus, als wäre ein Teil der Doppelschicht quasi „dissoziiert“¹⁾, indem einige der sie bildenden Ionen in die Flüssigkeit treten, gleichviel entgegengesetzte aber in dem Metall enthalten bleiben, wobei der Dissoziationsdruck der Doppelschicht dem Lösungsdrucke der Metalle entspricht.

Ziehen wir aber alle diese Vorstellungen heran, so sehen wir, daß die Schwierigkeiten verschwinden, die sich der Helmholtzschen Auffassung entgegenstellten. Wir brauchen nicht mehr anzunehmen, daß unmittelbar benachbarte Schichten bei jeder leisen Bewegung auseinander gerissen werden und die Überführung schwebender Teilchen beim Stromdurchgange erklärt sich einfach dadurch, daß die Teilchen sich in gewissem Sinne wie Ionen verhalten, daß wir es also mit einer Art Elektrolyse zu tun haben. Denn für gewisse Betrachtungen können wir von dem Teile der Doppelschicht, der sich gegen-

1) Diese Ausdrucksweise verdanke ich einem Gespräche mit Hrn. Nernst.

seitig neutralisiert, völlig absehen und lediglich die überschüssige Ladung am festen Körper oder in der Flüssigkeit (die natürlich entgegengesetzt gleich sind, weil sie, wie beschrieben, von einer Dissoziation herrührend gedacht werden können) ins Auge fassen. Dies ist aber damit gleichbedeutend, als hätten wir z. B. Anionen in der Lösung und die entsprechenden Kationen mit dem schwebenden Körper fest verbunden, eine Vorstellung, die sich um so mehr aufdrängt, als es überaus wahrscheinlich ist, daß die Doppelschichte in allen Fällen durch Ionenverteilungen entsteht.

Die Stromerzeugung durch fallende Teilchen ergibt sich ebenso einfach und soll in der folgenden Abhandlung ausführlicher besprochen und dargelegt werden. Dabei wird sich eine Gelegenheit bieten, auf die hier ausgeführten Vorstellungen zurückzukommen und dieselben zu erweitern.

Zusammenfassung.

Vom Helmholtzschen Begriffe der elektrischen Doppelschicht ausgehend wird die Ablenkung feiner, in verschiedenen Lösungen gehängter Metallfäden durch ein elektrisches Potentialgefälle, ferner die Wanderung kolloidaler Metalle im elektrischen Strome unter gleichen oder ähnlichen Versuchsbedingungen, endlich der Sinn von Strömen beobachtet, die durch fallende Metallteilchen in bestimmten Lösungen geliefert werden. Als die Hauptergebnisse dieser Untersuchungen mögen folgende Punkte bezeichnet werden:

Durch bestimmte Zusätze zu der Lösung ist eine durch die Nernstsche Theorie der Stromerzeugung wohl definierte Beeinflussung bez. Umkehr der Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung zu erreichen. Der Sinn des Ausschlages, die Wanderung der Kolloide etc. gibt über den Sinn der Potentialdifferenz Metall-Lösung Aufschluß.

An dem Punkte, in welchem die Bewegungserscheinungen ausbleiben, um sich alsbald umzukehren, muß die Potentialdifferenz Metall-Lösung verschwunden sein. Dies setzt uns in den Stand, bei Kenntnis seiner Lage in der Spannungsreihe „absolute Potentiale“ zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke wurde der Umkehrpunkt unter wesentlich verschiedenen Bedingungen mit den Metallen Platin, Gold,

Palladium, Silber, Quecksilber (Kupfer) und Eisen aufgesucht und mit den verschiedenen Metallen sowohl als nach den verschiedenen drei Methoden übereinstimmend bei ca. $-0,4$ Volt (bezogen auf $H = 0,0$) gefunden; um etwa $0,75$ gegen die Seite des Sauerstoffs vom Ostwaldschen Nullpunkte entfernt.

Eine Verschiebung des Umkehrpunktes bei Anwendung komplexer Salze war in den untersuchten Fällen nicht (wie bei dem Aufsuchen des Oberflächenmaximums von Quecksilber etc.) zu beobachten.

Es ergibt sich, daß die Metalle Platin, Gold, Palladium etc. höchstens eine Potentialdifferenz, welche kleiner als ca. $0,02$ Volt sein muß, gegeneinander besitzen.

Die Helmholtzsche Hypothese der Doppelschicht muß eine wesentliche Modifikation erfahren, um mit der Erfahrung in Übereinstimmung gebracht zu werden. Auf Grund ionentheoretischer Betrachtungen wird es daher versucht, eine etwas andere Definition dieses Begriffes zu geben.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden im Winter 1901/02 im physikalisch-chemischen Institut zu Göttingen begonnen, März-April 1902 und im Winter 1902/03 im II. physikalischen Institut der Universität Wien fortgeführt. Und zwar wurden die Untersuchungen, welche p. 904—917 geschildert sind, in Göttingen, die übrigen sämtlich in Wien ausgeführt. Die Vorsteher beider Institute, die Herren Prof. Nernst und F. Exner haben mir in der lebenswürdigsten Weise die nötigen Apparate und Arbeitsräume zur Ausführung meiner Versuche zur Verfügung gestellt.

Es sei mir gestattet, Ihnen hierfür sowie für das wohlwollende Interesse, daß sie an meinen Untersuchungen nahmen auch an dieser Stelle auf das wärmste zu danken.

(Eingegangen 7. März 1905.)

Nach Abschluß dieser Untersuchungen gelangte eine von Zakrzewski ausgeführte, von Wilkowski angeregte Arbeit¹⁾

1) Physik. Zeitschr. 2. p. 146. 1902.

zu meiner Kenntnis, in welcher die Richtung von Strömungsströmen beobachtet wird, die beim Durchpressen einer Silber-salzlösung durch eine Silberkapillare entstehen. Die Umkehr des Stromes soll in einer $\frac{1}{3000}$ -normalen Silbernitratlösung erfolgen.

Die Potentialdifferenz hat der Autor leider nicht gemessen; für ganz reines Silber entspräche diese Konzentration einer Abweichung von etwa 0,1 Volt (nach der Seite des Sauerstoffs) von meinem Werte, doch wird das Resultat erst als ein vorläufiges bezeichnet.

3. Über die Elektrizitätserregung durch die Bewegung fester Körper in Flüssigkeiten.

Kontaktelektrische Studien II;

von Jean Billitzer.

In der vorstehenden Abhandlung war ich von der Annahme ausgegangen, daß fallende Teilchen einen Strom erzeugen, in welchem die positive Elektrizität im Sinne der Fallbewegung fließt, wenn die Teilchen positiv gegen die Flüssigkeit geladen sind, im umgekehrten Sinne aber, wenn die Teilchen eine negative Ladung annehmen, während im Grenzfall jede Stromerzeugung ausbleibt.

Die Methode stützt sich allein auf diese Annahme, und es soll im folgenden geprüft werden, ob sie zulässig ist, d. h. ob es sich um eine reine Erscheinung handelt, welche auf gut bekannte elektrische Vorgänge zurückgeführt werden kann, ferner welchen Einfluß störende Nebenwirkungen ausüben, welche Faktoren von maßgebender Bedeutung sind etc.

Vorversuche. Die Erscheinung, welche wir näher studieren wollen, ist zuerst von Dorn ¹⁾ im Jahre 1880 beobachtet worden und wurde — soviel mir bekannt — seitdem nicht wieder aufgenommen.

Dorn beschickte 48 cm lange Röhren, in welche mittels zweier seitlicher Ansätze zwei Platinelektroden eingeführt waren, mit destilliertem Wasser und etwa zu $\frac{1}{4}$ mit Glasperlen (in einem anderen Versuche mit Seesand). Wurde die Röhre um eine horizontale Achse gedreht, so fielen die Perlen aus dem oberen Ende der Röhre durch die Flüssigkeit herab und erzeugten hierbei einen Strom, der im Galvanometer einen Ausschlag hervorrief. Hörte die Bewegung, auf so kehrte das Galvanometer fast genau in seine Ruhelage zurück. Seesand gab einen etwas größeren Effekt wie die Glasperlen, verhielt sich aber im übrigen völlig gleich.

1) E. Dorn, Wied. Ann. 10. p. 70. 1880.

Stärkere und dauernde Effekte erhält man, wie ich mich überzeugen konnte, zugleich mit besser definierten Versuchsbedingungen, wenn man die Elektroden an die Enden der Röhre verlegt und statt der Glasperlen elektromotorisch wirksamere Körper, am besten Metalle, durch Lösungen ihrer Salze fallen läßt. So wurden alle Versuche, deren Beschreibung folgen soll, mit Silber zwischen Silberelektroden in bestimmten Silbersalzlösungen ausgeführt.

Wenn nun solche Silberteilehen — ich verwendete in der Regel einen zu einer ebenen Spirale gewundenen dünnen Silberdraht — durch die Röhre fallen und einen Strom dabei erzeugen, so entsteht vor allem die Frage, wieviel von dem beobachteten Effekte auf Rechnung undefinierter Nebenumstände zu setzen ist. Reibungsströme, Thermoströme, Gravitationsströme etc. könnten zugleich auftreten und das Messresultat entstellen.

Von diesen Störungen kommen die Gravitationsströme wohl in erster Linie in Betracht.

In einer vertikalen Röhre stehen ja beide Elektroden unter verschiedenem Drucke und dadurch kann die Lösungstension des Metalles beeinflußt werden, wie es Des Coudres¹⁾ für Quecksilber, das unter Druck stand, beobachtet hat.

Ich beschickte eine etwa 80 cm lange Röhre von 37 mm Durchmesser, an deren Enden zwei kreisförmige Silberelektroden (Durchmesser 35 mm) sich befanden, mit einer verdünnten Silbernitratlösung unter völligem Ausschlusse von Luftblasen. Die Röhre wurde vertikal aufgestellt und an die Zuleitungsdrähte eines d'Arsonvalgalvanometers der Empfindlichkeit ca. 2×10^{-8} geschlossen. Hatte ich die Vorsichtsmaßregel gebraucht, die Elektroden einige Tage lang vor dem Versuche in einer Silbernitratlösung kurz zu schließen, so zeigte das Galvanometer keinen Strom an; auch dann nicht, als die Röhre umgekehrt wurde.

Nun wird das untere Ende von kälterer Luft umgeben, wie das obere. Thermoströme könnten dadurch entstanden sein, könnten den etwaigen Gravitationsstrom verdeckt haben.

Deshalb führte ich diesen Versuch noch in anderer Form aus, indem ich den spiralförmigen Silberdraht (der gleichfalls

1) Th. Des Coudres, Wied. Ann. 46. p. 292. 1892.

mit den Elektroden kurzgeschlossen worden war und keine Potentialdifferenz gegen dieselben aufwies) in die Röhre warf und die Röhre wieder unter Ausschluß von Luftblasen verschloß. Das Galvanometer zeigte nun einen Strom an, dessen Richtung sich beim Umlegen der Röhre umkehrte. Im Mittel von sechs Beobachtungen betrug der Ausschlag bei der Umkehr 11,4 Skt. Nun wurde die Röhre unmittelbar nach der Umkehr nahe horizontal gelegt (die Silberspirale blieb in Berührung mit der Elektrode) und es wurden abermals sechs Ablesungen ausgeführt, die im Mittel einen Ausschlag von 11,3 Teilstrichen der Skala bei der Umkehr ergaben. Endlich umschloß ich das eine Ende der Röhre mit der Hand oder berührte verschiedene Drähte etc. ohne einen deutlichen oder regelmäßigen Einfluß der Erwärmung beobachten zu können.

Thermo- und Gravitationsströme geben somit bei der gewählten Anordnung, wenn überhaupt, so nur Effekte einer anderen Größenordnung und können daher völlig vernachlässigt werden.

Nun könnten ferner durch Gleitung an den Glaswänden etc. Reibungsströme entstehen. Ich ließ daher den Silberdraht zu wiederholten Malen durch die Flüssigkeit fallen, indem ich abwechselnd die Berührung mit der Glaswand vermied oder herbeiführte ohne eine sichere Beeinflussung des Effektes beobachten zu können.

Weiter war noch die Wirkung zu prüfen, welche der Stoß des fallenden Silbers auf die Elektrode ausübt. Ich wählte ein kompakteres Silberstück, ließ es entweder frei durch die Flüssigkeitssäule auf die Elektrode fallen oder ganz sanft auf der geneigten Rohrwand herabgleiten; auch diesmal erhielt ich fast identische Werte.

Dorn führt an, daß die Intensitäten von einem Tage zum anderen abnehmen. Ich habe diese Beobachtung bei frisch beschickten Röhren bestätigen können, nicht aber dann, wenn die Elektroden und der Draht in demselben Elektrolyten mehrere Tage kurzgeschlossen worden waren. Offenbar braucht es einige Zeit, bis sich Draht und Elektroden ins Gleichgewicht mit der Lösung gesetzt haben. Mehrere Tage vor jedem Versuche wurden deshalb (und aus einem ferneren Grunde, der später besprochen werden soll) die Röhren mit der betreffenden Lösung und dem Silberdrahte beschickt, die Elektroden

in Berührung mit dem Drahte kurzgeschlossen und sie blieben während des Versuches auch stetig durch das Galvanometer und gelegentlich durch einen Widerstand verbunden.

Einfluß der Rohrlänge. Nunmehr die Vorversuche ein günstiges Resultat ergeben hatten, schritt ich dazu, die Abhängigkeit des Effektes von der Länge des durchfallenen Raumes zu prüfen. Es ist vorauszusehen, daß mit ihr die Potentialdifferenz anwachsen wird; ist aber ein Gleiches von der Stromintensität zu erwarten? Schon die erste Versuchsreihe zeigte, daß dies keineswegs der Fall ist; im Gegenteil: die Stromintensität nimmt mit der Länge des Rohres ab.

Die Rohre hatten 37 mm Durchmesser und waren an ihren Enden durch zwei kreisförmige Silberelektroden von 35 mm Durchmesser abgeschlossen. (Silberspirale. Silbernitratlösung.)

I. Abstand der Elektroden 77,3 cm.¹⁾

Röhre vertikal

Röhre unmittelbar
nach der Umkehr
nahe horizontal gelegt

$\frac{i}{2 \cdot 10^{-8}}$ Amp.

$\frac{i}{2 \cdot 10^{-8}}$ Amp.

8,1

8,8

6,4

7,9

7,5

6,8

6,7

7,3

7,8

7,1

7,0

7,6

Mittel: 7,2

Mittel: 7,5

II. Abstand der Elektroden 37,3 cm.

Röhre vertikal

Röhre horizontal

$\frac{i}{2 \cdot 10^{-8}}$ Amp.

$\frac{i}{2 \cdot 10^{-8}}$ Amp.

10,2

10,4

10,0

9,4

10,4

9,4

10,3

10,8

10,2

11,0

10,1

11,0

Mittel: 10,2

Mittel: 10,3

1) Die Messung der Intensitäten wurde erst nach mehreren Umdrehungen begonnen.

III. Abstand der Elektroden 17 cm.

Röhre vertikal

 i
 $2 \cdot 10^{-8}$ Amp.

17,8

14,4

17,1

18,2

16,4

17,3

Mittel: 16,8

Röhre horizontal

 i
 $2 \cdot 10^{-8}$ Amp.

18,2

15,4

17,2

18,2

15,7

18,2

Mittel: 17,1

Kürzere Röhren liefern also größere Stromintensitäten und dies kann nicht befremden, wenn man die Röhre als stromlieferndes Element betrachtet: es muß die im äußeren Schließungskreise auftretende Intensität eine Funktion der elektromotorischen Kraft, aber auch des inneren Widerstandes der Röhre sein.

Nun ist jedenfalls die elektromotorische Kraft eine Funktion der Länge des Fallraumes, da es anzunehmen ist, daß eine Trennung der Elektrizitäten auf jedem einzelnen Wegstücke erfolgen wird. Andererseits wird eine durch die Elektrizitätstrennung erlangte Potentialdifferenz der weiteren Trennung entgegenwirken, d. h. es wird

$$dv = \frac{dl}{f(l)},$$

(1)

$$v = \ln k \cdot f(l)$$

sein, wenn wir die Potentialdifferenz mit v , die Länge des Fallraumes mit l , eine Integrationskonstante mit k bezeichnen.

Dagegen wird die Intensität eine inverse Funktion des inneren Widerstandes und somit der Länge des Rohres sein, weil der Ausgleich der Potentialdifferenzen durch die Flüssigkeit getrennt wird, die der Draht beim Herabfallen hervorgerufen hat. Wir erhalten daher

(2)

$$i = \frac{v}{w_a + \frac{l}{q} w_f},$$

wenn wir die Intensität mit i , den Widerstand des äußeren Schließungskreises mit w_a , den der Elektrolyten (in Ohm/cm) mit w_f , endlich den Querschnitt durch q bezeichnen.

Durch Verbindung von (1) und (2) erhalten wir

$$(3) \quad i \left(w_a + \frac{l}{q} w_f \right) = \ln k f(l)$$

und

$$(4) \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{w_a + \frac{l_1}{q} w_f}{w_a + \frac{l_2}{q} w_f} \frac{\log f(l_1)}{\log f(l_2)},$$

indem wir die natürlichen Logarithmen durch Briggsche ersetzen, da sie nur als Quotienten in die Gleichung eingehen.

Nun könnte man versuchen, die auftretenden elektromotorischen Kräfte zu messen und daraus i nach Gleichung (2) für jeden einzelnen Fall zu berechnen. Doch sind leider die auftretenden Potentialunterschiede, wie leicht begreiflich, nur minimale — sie erreichen selten Millivolts —. Wenn ich es gleichwohl versucht habe sie zu messen, um öfters zu konstatieren, daß sie mit der Rohrlänge etwa in dem zu erwartenden Verhältnisse zunehmen, so sind die Zahlen doch zu wenig genau, um eine Berechnung von i zu ermöglichen.

Bei Unkenntnis der $f(l)$ ist aber nur eine qualitative Prüfung des Versuchsmateriales möglich; auch glaube ich, daß die Genauigkeit der Versuchsdaten für die quantitative Auswertung zu gering wäre. Immerhin lassen sich auch aus diesen Versuchen einige Schlüsse ziehen, deren Richtigkeit durch das Experiment geprüft werden kann. So kann man durch Einsetzen der betreffenden Werte in Gleichung (3) kontrollieren, ob durch die graphische Einzeichnung der erhaltenen Werte wirklich eine Kurve von logarithmischem Verlaufe erhalten wird.

So ergibt sich aus dem angeführten Versuche, bei welchem die Röhren direkt durch das Galvanometer (200 Ω) kurzgeschlossen waren:

Tabelle 1.

Silberspirale. AgNO_3 , ca. 0,01-normal.

$w_f = 813 \Omega/\text{cm}$. $w_a = 200 \Omega$.

l	i gef.	$\ln k f(l)$
77,8	7,2—7,5	18
37,8	10,2—10,3	9,1
17,0	16,8—17,2	7,1

In der graphischen Darstellung Fig. 1 (die Kurven tragen darin die Nummer der Tabelle, auf die sie sich beziehen) tritt in der Tat der erwartete Verlauf hervor.

Soll die gegebene Erklärung aber richtig sein, so müßte ferner die prozentuelle Abnahme der Stromintensität mit der Länge des Rohres um so größer sein, je schlechter der Elektrolyt leitet, während in sehr gut leitenden Flüssigkeiten größere Effekte und vielleicht sogar eine Zunahme der Intensität mit der Rohrlänge erhalten werden könnten.

Um zunächst die erste Konsequenz zu prüfen, verdünnte ich die verwendete Silberlösung und wiederholte den Versuch unter sonst gleichen Bedingungen.

Tabelle 2.

Silberspirale. AgNO_3 verdünnt. $w_1 = 10766 \Omega/\text{cm}$, $w_2 = 200 \Omega$.

l	i gef.	Mittel	$\ln k f(l)$
76,5	1,2	1,2	26
	1,7		
	0,9		
	0,8		
	1,4		
37,3	2,3	2,0	23
	1,7		
	1,9		
	2,0		
	2,1		
17,0	3,3	2,3—3	14
	2,9		
	2,5		
	2,8		
	3,3		

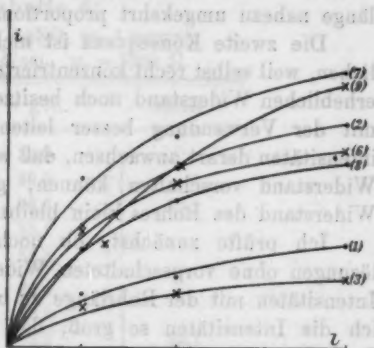


Fig. 1.

Auch dieser Schluß wird also durch das Experiment bestätigt. Denn wie wir es erwartet hatten, überwiegt hier die Widerstandswirkung derart, daß die Intensitäten der Rohrlänge nahezu umgekehrt proportional werden.

Die zweite Konsequenz ist nicht unmittelbar zu verwirklichen, weil selbst recht konzentrierte Silbernitratlösungen einen erheblichen Widerstand noch besitzen; doch zeigt es sich, daß mit der Verwendung besser leitender Lösungen die Stromintensitäten derart anwachsen, daß wir dem Galvanometer einen Widerstand vorschalten können, gegen welchen der innere Widerstand des Rohres klein bleibt.

Ich prüfte zunächst, ob noch in 30 Proz. Silbernitratlösungen ohne vorgeschalteten Widerstand eine Abnahme der Intensitäten mit der Rohrlänge zu beobachten ist. Dabei fand ich die Intensitäten so groß, daß ich die bisher verwendete Drahtspirale durch ein kurzes Drahtstück ersetzen mußte, um nicht Ausschläge über die ganze Skala zu erhalten.

Tabelle 3.

Kurzer Silberdraht. ca. 30 Proz. AgNO_3 -Lösung.
 $w_1 = 9,8$ (Ohm/cm). $w_a = 200$ Ohm.

l	i gef.	Mittel
77,5	8,2	7,9
	7,6	
	8,0	
	7,9	
	7,9	
37,3	11,0	11,2—11,3
	11,4	
	11,6	
	11,1	
	11,2	
17,0	13,0	13,1—13,2
	13,1	
	13,6	
	12,9	
	13,2	

Um nunmehr von der Widerstandswirkung unabhängig zu werden, wurde dem Galvanometer ein Widerstand von 5000 Ohm vorgeschaltet. Dadurch nähert sich der erste Bruch auf der

rechten Seite der Gleichung (4) der Eins und die Änderungen der Intensitäten werden auf die der elektromotorischen Kräfte zurückzuführen sein.

Tabelle 4.

Silberspirale. AgNO_3 , ca. 1 normal. $w_f = 11,74 \, \Omega/\text{cm}$. $w_a = 5200 \, \Omega$.

l	i gef.	Mittel
77,3	33,0	35,1
	36,0	
	36,6	
	35,1	
	34,8	
37,3	32,4	32,1
	30,3	
	33,9	
	32,1	
	31,5	
17,0	27,3	25,8
	27,0	
	22,5	
	26,4	
	25,2	

Die gesuchte Erscheinung gibt sich nunmehr durch die Zunahme der Intensität mit der Rohrlänge zu erkennen.

Potentialabfall im Rohre. Nun aber genügend starke Effekte erhalten wurden, um große Widerstände in den äußeren Stromkreis legen zu können, war es verlockend den Potentialabfall im Rohre zu messen, dessen Kenntnis einiges Licht auf die Natur der Stromerzeugung im Rohre zu werfen versprach. Deshalb wurde eine Röhre von 48 cm Länge mit vier gleich weit (12,5 cm) voneinander entfernten Ansätzen versehen, durch welche vier halbkreisförmig gebogene Silberdrähte als Sonden eingeführt worden waren. Durch die Korke an den Enden der Röhre ragten gleich lange kreisförmig gebogene Silberdrähte in die Lösung, welche 44,5 cm Abstand voneinander besaßen, je 3,5 cm von der nächsten Sonde entfernt. Die so vorbereitete Röhre wurde mit konzentrierter Kaliumnitratlösung, die Silberchlorid enthielt, und einer Silberspirale beschickt und es blieben mehrere Tage vor den einzelnen Versuchen Sonden, Elektroden und Draht

kurzgeschlossen, bis keine Potentialdifferenz mehr zu finden war. Nunmehr wurde zur Messung geschritten, indem man

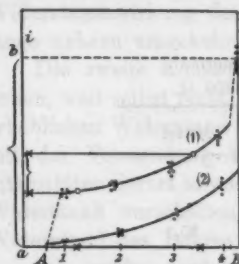


Fig. 2.

den Draht durch die ganze Länge der Röhre fallen ließ, hierauf den einen Zuleitungsdraht des Galvanometers, dem 100 000 Ohm vorgeschaltet waren, an das eine Ende der Röhre anlegte, den anderen sukzessive an die übrigen Drähte anschoß und die einzelnen beobachteten Intensitäten verzeichnete. Die beigezeichneten Kurven (Fig. 2) geben das Ergebnis vieler Messungsreihen graphisch wieder.

Denken wir uns die Abstände der Elektroden (*A* und *B*) und der Sonden (1—4) als Abszissen, die Potentialdifferenzen zwischen ihnen, als Ordinaten aufgetragen und lassen wir die Silberspirale von *B* auf *A* fallen, so entspricht dem Potentialabfalle im Rohre eine Kurve der Gestalt (1). Von *B* bis 4 fällt sie rapid, nimmt von hier ab etwa logarithmischen Verlauf, um unmittelbar vor *A* wieder steil abzufallen. Diese sonderbare Gestalt erweckte die Vermutung, daß in *A* und *B* andere Verhältnisse bestehen wie in 1—4. Und eine solche Verschiedenheit ist auch zu erwarten, wenn wir unsere Begriffe und Vorstellungen über die Art der Stromerzeugung im Rohre fixieren.

Um uns dieselbe bildlich vorzuführen, wollen wir uns der Hypothese der elektrischen Doppelschicht bedienen.

Es ist in der früheren Abhandlung schon darauf hingewiesen worden, daß die experimentellen Ergebnisse eine viel ungezwungenere Darstellung erfahren, wenn man den Helmholtz'schen Begriff der elektrischen Doppelschicht modifiziert und nicht mehr zwei Schichten darunter versteht, die in außerordentlich geringer Entfernung voneinander entgegengesetzt gleiche Ladungen tragen, sondern wenn man annimmt, daß diese Schichten sich unmittelbar an der Berührungsfläche elektrisch nicht ganz neutralisieren, und daß der Rest der Ladung in der umgebenden Flüssigkeit verteilt ist. Konkreter und anschaulicher zugleich wird das Bild, wenn man sich vorstellt, daß die Doppelschicht durch Ionen gebildet wird — wie es in vielen Fällen, z. B. gerade in dem

betrachteten, daß wie es mit einem Metalle in Lösungen seiner Salze als erwiesen, in den anderen zum mindesten als sehr wahrscheinlich hingestellt worden ist — und daß einige dieser Ionen in die Flüssigkeit diffundieren, mit anderen Worten: daß die Doppelschicht dissoziiert ist. Dann wird die Bildung der Doppelschicht (z. B. auf der Seite des Sauerstoffs vom Umkehrpunkte aus betrachtet) folgendermaßen zu denken sein.

Das Metall entsendet kraft seiner Lösungstension positive Ionen in die Flüssigkeit und erhält dadurch selbst negative Ladung, während die entsandten Ionen sich in bestimmter Art verteilen werden bis die elektrostatische Gegenwirkung weiterer Ionenaussendung das Gleichgewicht hält. Solange das System in Ruhe bleibt, kann nach außen keine elektrische Wirkung ausgeübt werden. Bewegen wir aber das Metall, so werden zwar die unmittelbar angrenzenden Flüssigkeitsschichten der Bewegung folgen, die zum Teil weiter entsandten Ionen (ihre Zahl sei γ) werden aber wegen ihrer viel geringeren Beweglichkeit¹⁾ in der Lösung verharren. Das Metall gelangt aber in neue Flüssigkeitsschichten, deren Ionenkonzentration gegen die erste um γ differiert; um wieder Gleichgewicht herzustellen, müssen daher wieder Ionen entsandt werden und dieser Vorgang wiederholt sich auf jedem Wegdifferential, bis die untere Elektrode oder bis ein Grenzzustand erreicht ist. Dabei wird die durch Ionenaussendung erlangte Ladung neuerlicher Ionenaussendung entgegenwirken.

Wir haben es also mit einer Wirkung zu tun, die sich selbst schwächt; die Zahl abgespaltener Ionen wird daher auf jedem folgenden Wegstücke etwa in logarithmischem Verhältnisse abnehmen.

Sei dieselbe in 4, 3 ... (Fig. 2): $x_4, x_3 \dots$ etc., so wird die Potentialdifferenz zwischen B und 4: $RT \ln c + \gamma/c + x_4$, zwischen 4 und 3: $RT \ln c + x_4/x + x_3$ etc.

Je kleiner c ist, desto größer wird der numerische Wert der einzelnen Brüche, desto steiler wird die Kurve verlaufen (vgl. Kurve 9, Fig. 1). Wäre vollends c gegen x zu vernach-

1) Unter dem Einflusse eines Potentialabfalles von 1 Volt/cm bewegt sich das Wasserstoffion mit einer Geschwindigkeit von 0,00825 cm/sec, das Chlorion von 0,000678 cm/sec, während die Silberspirale etwa eine Geschwindigkeit von 1–10 cm/sec annimmt.

lässigen und nähme x linear mit der Länge ab, so würde die ganze Kurve linear verlaufen. Nun nimmt aber x , wie oben ausgeführt wurde, viel rascher ab und wird in den meisten Fällen gegen c sehr klein bleiben, daher fällt die Kurve anfangs viel steiler ab.

Werden Ionen nicht ausgesandt, sondern aus der Lösung aufgenommen, so gelten *mutatis mutandis* die gleichen Betrachtungen. Daß für diesen Fall γ Ionen wirklich aus der Lösung beim Falle mitgenommen werden, hat Palmaer durch seine schönen Experimente mit der Tropfelektrode¹⁾, wie mir scheint, in ganz unzweifelhafter Weise dargetan. Den umgekehrten Fall, daß Ionen in die Lösung entsandt und beim Falle oben zurückgelassen werden, habe ich durch eine Reihe von Versuchen, die ich a. a. O. publizieren werde, gleichfalls bestätigt gefunden.²⁾

Der Effekt in unseren Röhren ist also der, daß eine Konzentrationsverschiebung bewirkt wird, die sich durch den äußeren Schließungskreis und durch den Elektrolyten ausgleicht und dabei einen Strom erzeugt, welcher im Prinzip dem einer Konzentrationskette gleichkommt. Denken wir uns zwei Silberelektroden, die in zwei Silbernitratlösungen verschiedener Konzentration (die etwa durch einen Heber miteinander in Verbindung stehen) eingeführt sind und nun durch einen Draht verbunden werden, so gelingt es diesem Systeme Strom zu entnehmen, und man stellt sich nach der Nernst'schen Theorie vor, daß er dadurch geliefert wird, daß die Silberelektrode in der konzentrierteren Lösung Silberionen aufnimmt, während ebenso viele Silberionen von der zweiten Elektrode in die Lösung entsandt werden; dabei werden auf der ersten Seite negative Ionen frei, welche durch die Lösung in die verdünntere Lösung diffundieren.

Umgekehrt werden in unserem Falle im oberen Teile der Röhre negative Ionen zurückgelassen, positive unten gesammelt und es findet ein Ausgleich statt, indem aus der oberen Elektrode Silberionen in die Lösung entsandt, ebenso

1) W. Palmaer, Zeitschr. f. phys. Chem. 25. p. 265. 1898; 28. p. 257. 1891; 36. p. 164. 1901.

2) Hieraus folgt, daß bei den ersten Umdrehungen der Röhre Effekte erhalten werden müssen, die etwas voneinander differieren, bei späteren Umdrehungen aber immer kleinere Differenzen erhalten werden. Aus diesem Grunde habe ich die Messung immer erst nach einigen Umdrehungen begonnen, vgl. Fußnote p. 940.

viele von der unteren Elektrode aufgenommen werden, während sich die Unterschiede durch den Elektrolyten ausgleichen. Ist das Silber positiv gegen die Lösung, so wird also die obere Elektrode einen negativen, die untere einen positiven Pol darstellen, und umgekehrt, wenn das Silber negativ ist (also Silberionen in die Lösung sendet). Die Richtung des Stromes läßt uns somit einen Rückschluß auf den Sinn der Potentialdifferenz ziehen.¹⁾

Mit dem geschilderten Verlaufe haben wir es zu tun, wenn das fallende Metall auf die untere Elektrode nicht auftrifft, sondern etwa neben dieselbe fällt, berührt das Silber aber die Elektrode, so ist dieselbe nicht mit einer Lösung umgeben, deren Veränderung der Bewegung des Silbers durch die unmittelbar benachbarten Gebiete entspricht, sondern die Lösung, welche sie umgibt, wird der entsprechen, die das gefallene Silber umspült und die naturgemäß eine erheblich größere Konzentrationsverschiedenheit aufweist.

Diesen Schluß zu prüfen, wurde zwischen den ringförmigen Elektroden an den Enden der Röhre und den Korken, durch welche sie geführt waren, ein freier Spielraum gelassen (ohne etwas an den Entfernungen zu ändern), so daß die Silberspirale durch die Elektrode fallen konnte, ohne sie zu berühren. War der eben gezogene Schluß richtig, so mußte nun der plötzliche Abfall zwischen *B* und 4, 1 und *A*, den wir auf p. 946 beschrieben haben, verschwinden, mußte die Kurve vollständig stetigen Verlauf erhalten. Eine Reihe von Experimenten, deren Ergebnisse in Kurve 2 dargestellt sind, überzeugte mich, daß diese Konsequenz zutrifft. Daß der Potentialfall bei *B* jetzt viel langsamer ist als auf Kurve (1) ist dadurch bedingt, daß die Konzentration daselbst nicht wie früher $c + \gamma$ sondern $c + x_B$ ist.

Nun verstehen wir aber auch, warum Dorn bei seinen Versuchen nur einen einmaligen starken Ausschlag bekam, der nach dem Aufhören der Bewegung nach seiner Beschreibung fast völlig verschwand. An seinen Elektroden, die von den Enden ca. 6 cm weit abstanden (und deren Entfernung in der Figur durch \times bezeichnet sind), konnten nur solange erheblichere

1) Es versteht sich wohl von selbst, daß vermöge der ungeheuren elektrostatischen Kapazität der Ionen eine Trennung ganz unwägbarer Mengen schon große Effekte liefern können und daß also hier nur von solchen Mengen gesprochen wird, die unter die Grenze der Wägbarkeit fallen.

Potentialdifferenzen auftreten als sie durch den herabfallenden Seesand berührt wurden, hörte die Bewegung (und damit der Konvektivstrom) auf, so entsprach ihr Potentialabfall nur mehr der Differenz der Ordinaten in den Punkten, die auf der Kurve 1 durch Kreise bezeichnet sind, also einer erheblich kleinen Differenz, welche durch den großen Widerstand der (destillierten) Wassersäule nur minimale Intensitäten und fast verschwindende Ausschläge im Galvanometer liefern konnten, und es zeigt von großem experimentellen Geschick, daß diese der Beobachtung nicht entgingen.

Verlegt man die Elektroden an die Enden der Röhre, so verfügt man aber über den gesamten Potentialabfall, der besonders groß im oberen Teile der Röhre und unmittelbar an der unteren Elektrode (bei Berührung mit dem gefallenem Draht) gefunden wurde und erhält so, zumal mit gutleitenden Lösungen, wie bereits erwähnt, viel größere und dauernde Effekte (stunden-, ja tagelang).

Temperatureinfluß. Weiter läßt sich aus der Vorstellung, daß die Konzentrationsverschiedenheiten durch Dissoziation auf dem Wege durch die Flüssigkeit und Wegdiffusion der bei der Dissoziation abgespaltenen Ionen von der unmittelbaren Umgebung des fallenden Körpers vermuten, daß diese Geschwindigkeitserscheinung wie alle anderen einem großen Temperatureinfluß unterliegen wird.¹⁾ Je schneller die von fallenden Körper ausgesandten Ionen in benachbarte Gebiete gelangen, von welchen aus sie dem fallenden Körper nicht mehr folgen können, desto größer wird die Elektrizitätstrennung, desto stärker der Effekt sein müssen.

Indem ich die Röhre mit einem Mantelrohr umgab, durch welches warmes temperiertes Wasser floß, konnte ich die Änderung des Effektes mit der Temperatur bestimmen.

Tabelle 5.

w , vernachlässigt. $w_a = 100\ 200\ \Omega$.

Temperatur	18°	28°	38°	48°	58°
i	7	15	28	50	94
Verhältnis	1	2,1	4	7,1	13,4

Der sehr große Temperaturkoeffizient ist etwa von der Größe wie er bei den gewöhnlichen Geschwindigkeitsmessungen

1) Hierbei ist von dem doch nur geringen Temperaturkoeffizienten der elektromotorischen Kraft der Konzentrationskette abgesehen worden

gefunden wird. Der große vorgeschaltete Widerstand gestattet die Änderung des Leitvermögens der Lösung zu vernachlässigen.

Hiernach wäre es zu erwarten, daß die Größe des Effektes auch von der Fallgeschwindigkeit des Drahtes abhängig wäre. Einen solchen Einfluß habe ich nicht beobachten können (p. 939), offenbar bleibt auch bei langsameren Gleiten des Drahtes seine Geschwindigkeit überaus groß gegen die der differenzierenden Ionen.

Einfluß der Kapazität. Mit der Kapazitätsänderung des fallenden Körpers ist eine Änderung des Effektes in dem Sinne zu erwarten, daß mit steigender Kapazität größere Effekte erzielt werden. Dünne Silberdrähte geben in der Tat größere Effekte wie ebenso schwere dicke Drähte. Bindet man viele quadratische Silberblättchen mit einem Silberdraht zu einem Parallelepipèd zusammen, so ist der Effekt viel kleiner, als wenn die Blättchen frei voneinander durch die Flüssigkeit fallen.

Silberpulver gibt erheblich größere Effekte wie Silberdraht, dennoch habe ich es vorgezogen, wo es anging, mit Drähten zu arbeiten, da feines Silberpulver zumal in konzentrierteren Lösungen koaguliert, dabei gewisse Mengen eines Ions mitreißt und auf diese Weise Fehler veranlassen kann. Außerdem findet beim Auflösen des Satzes in eine Staubwolke und der Wiedervereinigung desselben am Boden der Röhre zu neuem Satze eine doppelte Kapazitätsänderung (wie bei den Tropfelektroden statt) und wir haben es daher mit einer etwas anderen Erscheinung zu tun, als die wir beschreiben wollen.

Um den Einfluß der Kapazität annähernd zu bestimmen, habe ich sukzessive in derselben Röhre und durch dieselbe Lösung (abwechselnd Ag NO_3 und Cyankalium) gleich schwere Drähte verschiedener Dicke fallen lassen. Im Mittel vieler Versuche betrug der Ausschlag für:

Silberdraht (Durchmesser ca.	1 mm)	17 mm lang	30
"	"	ca. 0,85 "	41 "
"	"	ca. 0,05 "	in Knäueiform 82

Neben der beschriebenen Möglichkeit, daß ein fester Körper durch seine elektromotorische Wirksamkeit eine Potentialdifferenz gegen die umgebende Lösung erlangt, könnte aber nach den Knoblauchschen Anschauungen ¹⁾ eine solche noch

1) O. Knoblauch, Zeitschr. f. phys. Chem. 39. p. 225. 1902.

dadurch erzeugt werden, daß sich das Metall in einer Lösung befindet, in welcher Anion und Kation ungleiche Beweglichkeiten aufweisen, indem das beweglichere Ion schneller an das Metall dringt und demselben seine Ladung erteilt, und könnte so die Größe und in der Nähe des Umkehrpunktes den Sinn der Potentialdifferenz beeinflussen. Obgleich ich nun in einer Reihe von Versuchen über Kontaktelektrizität, deren Publikation in einiger Zeit erst erfolgen wird, diese Annahme nur selten bestätigt finden konnte, habe ich doch, wie eingangs erwähnt, die Vorsichtsmaßregel gebraucht, diese Wirkung von vornherein durch Kurzschluß zu eliminieren, da sie ja nur in offenen Stromsystemen mit einem Konzentrationsabfall an der Elektrode zu stande kommen kann.

Die „absolute“ Potentialdifferenz. Eine weitere Frage, die nunmehr ihre Beantwortung verlangt und die besonders für die eingangs berührte Verwertung der Methode zur Erkennung des Sinnes der Potentialdifferenzen zwischen festen Körpern und Lösungen an Interesse gewinnt, ist die nach der Abhängigkeit der Effekte von der Größe der Potentialdifferenz, die zwischen dem Metalle und der jeweilig gebrauchten Lösung besteht.

Wie die Größe dieses Potentialsprunges ermittelt werden kann, habe ich in der ersten Abhandlung bereits beschrieben, und den Punkt, an welchem die Potentialdifferenz verschwindet, zu Anfang dieser Studie angeführt. Da derselbe nicht allein durch Versuche im Fallrohre ermittelt, sondern auch auf anderem Wege (l. c.) an derselben Stelle gefunden worden ist, wollen wir im folgenden alle „absoluten“ Potentialdifferenzen auf diesen Punkt ($-0,4$ gegen die Wasserstoffelektrode) als Nullpunkt beziehen. Und zwar sind die Potentialsprünge nicht wie sonst üblich auf das Elektrodenmetall gleich Null bezogen, sondern der Anschaulichkeit halber, um den Ladungssinn des Metalles direkt entnehmen zu können, wie in den früheren Abhandlungen auf den Elektrolyten gleich Null. (Das Zeichen der Potentialdifferenz wird dadurch verkehrt.)

In den einzelnen Versuchsreihen vergleichbaren Verhältnissen zu begegnen, wurden hier immer gutleitende Elektrolyte verwendet, um einen großen Widerstand in den äußeren Stromkreis legen zu können.

Schon beim Übergange von der 0,01-normalen Silber-

nitratlösung (Tab. 1) zu einer noch weiter verdünnten Lösung (Tab. 2) mußte es auffallen, daß bei der etwa 13 maligen Widerstandsvermehrung die Intensität nur auf etwa $\frac{1}{8}$ sank. Gleichzeitig war die „absolute“ Potentialdifferenz des Silbers gegen die Lösung von + 0,25 Volt in der 0,01-normalen Lösung auf etwa + 0,20 Volt in der zweiten Lösung gefallen, die Intensität war also — auf gleichen Widerstand bezogen — etwa im Verhältnisse 1:2,6 gestiegen.

Dieser Gang der Zahlen bleibt, wie ich mich durch weitere Versuche überzeugen konnte, zunächst mit weiterer Abnahme der absoluten Potentiale erhalten, um einer raschen Intensitätsabnahme in unmittelbarer Nähe des Umkehrpunktes zu weichen. Dann folgt ein scharfes Wiederansteigen in entgegengesetztem Sinne und wieder eine, diesmal langsamere, Abnahme mit weiterer Entfernung vom Umkehrpunkte.

Von den Messungsreihen, die ich zur Fixierung dieser Kurve ausführte, seien noch drei Beispiele angeführt, während das Ergebnis der übrigen aus einer graphischen Darstellung zu entnehmen ist.

Tabelle 6.

Silberspirale. Lösung: KNO_3 mit einer Spur AgNO_3 versetzt. Absolutes Potential festen Silbers in dieser Lösung + 0,07 Volt.

w , vernachlässigt. $w_a = 100\ 200\ \Omega$.

l	i gef.	Mittel
77,3	9,0	8,6
	8,4	
	8,5	
	8,6	
37,3	7,5	7,3
	7,2	
	7,3	
	7,3	
17,0	5,4	5,6
	5,8	
	6,0	
	5,2	

Um jenseits des Umkehrpunktes zu gelangen, kann man eine Chlorkaliumlösung, die an AgCl gesättigt ist, verwenden

Tabelle 7.

Silberspirale. KCl-Lösung an
AgCl ges. Ag in dieser Lösung
-0,18 Volt (abs.). $w_a = 100\,200\ \Omega$.

I	i gef.	Mittel
77,8	11,7	12,4
	12,6	
	12,2	
	13,0	
37,8	9,0	9,45
	9,9	
	9,9	
	9,0	
17	7,6	7,6
	8,1	
	7,6	
	7,2	

Tabelle 8.

Silberspirale. Lösung der Tab. 7
mit konz. KCl versetzt.
Ag - 0,24 Volt. $w_a = 100\,200\ \Omega$.

I	i gef.	Mittel
77,8	9,1	8,9
	8,4	
	8,7	
	9,5	
37,8	7,0	6,5
	6,1	
	7,0	
	5,8	
17	5,3	4,9
	4,0	
	6,3	
	4,0	

Tabelle 9.

Silberspirale. CNK-Lösung. Ag in dieser Lösung -0,55 Volt (absol.)
 $w_a = 100\,200\ \Omega$.

I	i gef.		Mittel
	I	II	
77,5	10,0	13,0	11,5—11,9
	11,2	12,2	
	11,8	11,7	
	12,4	11,5	
	11,5	11,2	
	12,0	11,7	
36,5	10,9	8,9	9,7— 8,0
	9,6	8,7	
	9,7	7,6	
	9,7	7,7	
	9,1	7,1	
	9,5	5,0	
22	4,9	4,7	4,3— 4,4
	4,4	4,3	
	4,0	4,4	
	4,1	4,4	
	4,3	4,5	
	4,0	4,3	

Rechnet man die Intensitäten der Tab. 1—2 und 4—7 auf den Widerstand von 100 000 Ohm um, so erhält man Werte, welche die Abhängigkeit der Intensität vom „absoluten“ Potentiale darstellen.

Tabelle 10.

Berechnet aus Tabelle	4	1	2	6	7	8	9
„Absolutes“ Potential	+0,389	+0,25	+0,20	+0,07	-0,13	-0,24	-0,55
ϵ für gleichen Widerstand (100 000 Ohm)	1,8	3	8	7,3	9,5	7,7	8
Verhältnis der ϵ	1	1,7	4,4	4	5,3	4,3	4,4

Stellt man diese (durch eine Reihe weiterer Messungen ergänzten) Ergebnisse graphisch dar, indem man die den Potentialdifferenzen proportionalen Intensitäten als Ordinaten, die „absoluten“ Potentiale als Abszissen aufträgt, so erhält man Kurven der Gestalt α auf Fig. 2. Diese Kurven weisen eine auffallende Ähnlichkeit mit denen auf, die J. J. Thomson zur Erläuterung der Verhältnisse bei der Elektrizitätserregung

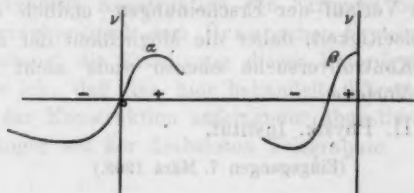


Fig. 3.

durch Tropfen, welche durch ein Gas fallen, anführt, wenn gewisse Substanzen der tropfenden Flüssigkeit zugesetzt werden. Mit steigendem Zusatze nimmt die Potentialdifferenz erst ab, um im entgegengesetzten Sinne erst anzusteigen und wieder abzufallen. Dabei nimmt das absolute Potential erst ab, geht durch den Nullpunkt und wächst im entgegengesetzten Sinne wieder an. (Den Vergleich herzustellen, stelle ich diese Kurve β neben die andere.) Diese Ähnlichkeit scheint keine bloß äußere zu sein; Versuche, an deren Ausarbeitung ich noch beschäftigt bin, zeigen vielmehr, daß die Erscheinungen der Elektri-

zitätserregung durch Tropfen, welche durch Gase fallen, Gase, die in Flüssigkeiten aufperlen etc. völlig wesensverwandt sind, d. h. sich auf einen ähnlichen Ionenaustausch zurückführen lassen. Und wenn wir diese Vorstellungen zur Verfolgung des Laufes der Kurven α und β heranziehen, so folgt es unmittelbar aus den früheren Erörterungen, daß die erhaltenen Potentialdifferenzen und somit die Effekte um so größer sein werden, je größer die beim Fallen erzeugten perzentuellen Konzentrationsverschiedenheiten sind. Die prozentuelle Konzentrationsverschiebung wird aber um so größer ausfallen, je kleiner die Ionenkonzentration der Lösung ist.

Analytisch gesprochen ist diese Bedingung in der Integrationskonstante der Gleichung (1) enthalten (neben einer anderen, auf die wir vielleicht gelegentlich näher zu sprechen kommen werden) und ist aus der Formel p. 941 direkt zu ersehen.

Für die Verwertung der Erscheinung zur Erkennung „absoluter“ Potentialdifferenzen gewährt der Umstand, daß die Empfindlichkeit der Methode eben an den Punkten groß ist, wo wir sie am meisten benötigen (z. B. bei den Edelmetallen, H_2 , O_2 etc.), ferner der hier geschilderte, durchwegs gesetzmäßige Verlauf der Erscheinungen, endlich die zuletzt berührte Vielseitigkeit, daher die Möglichkeit der Ausführung zahlreicher Kontrollversuche ebenso viele nicht zu unterschätzenden Vorteile.

Wien, II. Physik. Institut.

(Eingegangen 7. März 1903.)

**4. Elektrische Eigenschaften und Eigenschwingungen von Drahtspulen mit angehängten geraden Drähten oder Metallplatten;
von P. Drude.**

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich die Eigenschwingungsperiode von Drahtspulen bestimmt. Mein Hauptzweck war dabei, Konstruktionsregeln für Teslatransformatoren zu gewinnen. Bevor ich weiter in dieser Aufgabe gehe, möchte ich das in der Überschrift genannte Thema behandeln, weil es wegen seiner Anwendung bei der drahtlosen Telegraphie (Spulen mit angehängten Antennen) noch ein aktuelleres Interesse besitzt und die Aufstellung theoretischer Grundsätze für die wirksamste Konstruktion von Erregern bei der drahtlosen Telegraphie (nach dem Braunschen System mit induktiver Koppelung) die Erledigung dieser Voraufgabe erfordert. Auch hoffe ich, daß das hier behandelte Thema Nutzen gewährt bei der Konstruktion aufeinander abgestimmter Erreger und Empfänger bei der drahtlosen Telegraphie.

I. Spulen mit angehängten geraden Drähten.

1. *Theoretisches und experimentelles Hauptresultat.* Die Änderung der Eigenschwingungsdauer einer Spule durch zwei angehängte, gleich lange, gerade Drähte hängt sowohl von den Parametern ab, welche die Eigenschwingungsdauer der freien Spule bestimmen, als auch von der Länge, der Dicke, der Natur der Umgebung (Isolation) der angehängten Drähte. (Letztere sollen kurz *Antennen* genannt werden.) Um nun bei der Mannigfaltigkeit der verfügbaren Variablen die Verhält-

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293. 1902.

nisse übersehen zu können, erweist sich eine theoretische Betrachtung als nützlich, ja notwendig, welche nicht als eine strenge Theorie zu betrachten ist, die aber für die vorliegenden praktischen Zwecke auszureichen scheint.

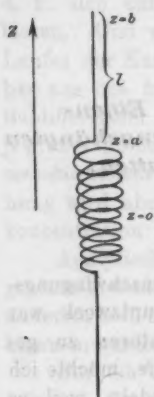


Fig. 1.

Die Spule soll konstante Ganghöhe haben und die Länge $2a$ (vgl. Fig. 1). Den Koordinatenanfang legen wir in ihre Mitte, die z -Achse sei parallel zur Spulenchse gerichtet. Bei $z = \pm a$ soll die Spule in je einen geraden Draht der Länge $l = b - a$ auslaufen. Das Ende dieser Antennen liegt also bei $z = \pm b$. Wir nehmen an, daß sich in der Spule zeitlich ungedämpfte¹⁾ elektrische Wellen mit der längs der z -Achse gemessenen konstanten Geschwindigkeit c' fortpflanzen können, so daß wir die Stromstärke i' in der Spule setzen können:

$$(1) \quad i' = A' \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{z}{\lambda'}, \quad \text{wobei } \lambda' = c' T \text{ ist.}$$

Ebenso nehmen wir an, daß die Stromstärke i in der auf der positiven z -Achse gelegenen Antenne dargestellt werden kann durch

$$(2) \quad i = A \sin 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{b-z}{\lambda}, \quad \text{wobei } \lambda = c T \text{ ist.}$$

Die Annahme konstanter Geschwindigkeiten c' und c wird nicht streng erfüllt sein, weil sie nur gelten würde, wenn das Produkt aus Selbstinduktion und Kapazität der Längeneinheit längs der Spule einen von z unabhängigen Wert hätte, und ebenso längs des Drahtes, was nicht streng gilt.²⁾ Wir werden sehen, wie weit man mit dieser vereinfachenden Annahme die tatsächlichen Verhältnisse darstellen kann.

Die Geschwindigkeit c längs des geraden Drahtes ist, falls derselbe in Luft lagert und genügend dünn ist, und nicht mit Isoliermaterial umgeben ist, gleich der Lichtgeschwindigkeit

1) Die Dämpfung spielt für Berechnung der Eigenschwingungen nur eine unbedeutende Rolle, vgl. weiter unten p. 966.

2) Vgl. dazu M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 458. 1898.

$c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, da die Eigenperiode T eines graden, genügend dünnen Drahtes der Länge l in Luft sich berechnet¹⁾ zu $\frac{1}{2} c T = l$, wobei $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec ist.

Bezeichnet man nun die auf der Länge dz der Spule an einer beliebigen Stelle vorhandene elektrische Ladung durch $e' dz$, analog auf dem Drahte durch $e dz$, so muß diese dadurch entstehen, daß an dieser Stelle weniger Strom aus dem Drahtquerschnitt austritt, als in ihm eintritt. Daher entsteht die bei Drahtwellen stets gültige Relation

$$(3) \quad -\frac{\partial i'}{\partial x} = \frac{\partial e'}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial e}{\partial t}. \quad (11)$$

Andererseits ist für jede Stelle z der Spule und des Drahtes

$$(4) \quad e' = \mathcal{C}' V', \quad e = \mathcal{C} V,$$

wobei $\mathcal{C}', \mathcal{C}$ die Kapazität der Längeneinheit ($dz = 1$) der Spule und des Drahtes an der Stelle z bedeuten, V' und V das Potential.

Aus (1), (2), (3) und (4) gewinnt man

$$(5) \quad V' = -\frac{A' T}{\mathcal{C}' \lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda},$$

$$(6) \quad V = -\frac{A T}{\mathcal{C} \lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{b-x}{\lambda}.$$

Die Form der Stromgleichungen (1) und (2) ist gleich so gewählt, daß bei $z = 0$ ein Potentialknoten liegt ($V' = 0$), bei $z = b$ ein Stromknoten ($i = 0$). Ersterer ist notwendig, weil $z = 0$ ein Symmetriezentrum der Anordnung ist, letzterer, weil bei $z = b$ der Draht ohne angehängte Kapazität endigen soll.²⁾ Als weitere Grenzbedingungen bestehen daher nur noch die Gleichungen:

$$(7) \quad i = i' \text{ für } z = a, \quad V = V' \text{ für } z = a.$$

1) Nach M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 471. 1898, ist, falls ϱ den Drahtradius bedeutet, und $\epsilon = 1:4 \log n a t l/\varrho$ bezeichnet, die halbe Wellenlänge $\frac{1}{2} c T$ der Grundschrwingung um den Bruchteil $5,6 \cdot \epsilon^2$ größer als die Drahtlänge l . Wenn $l = 1$ m und $\varrho = 1$ mm ist, beträgt daher diese Korrektur 0,73 Proz. Inwieweit die Versuche diesem theoretischen Resultat entsprechen, soll weiter unten erörtert werden.

2) Dies steht auch mit der Theorie von Abraham, l. c. p. 458 im Einklang.

Diese ergeben nach (1), (2), (5), (6), da $b - a = l$ ist:

$$(8) \quad \begin{cases} A \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} = A' \cos 2\pi \frac{a}{\lambda'}, \\ \frac{A}{\mathfrak{G}} \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} = \frac{A'}{\mathfrak{G}'\lambda'} \sin 2\pi \frac{a}{\lambda'}, \end{cases}$$

woraus man gewinnt:

$$(9) \quad \operatorname{tg} 2\pi \frac{a}{\lambda'} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \frac{\mathfrak{G}'\lambda'}{\mathfrak{G}} = \beta.$$

Der Koeffizient

$$(10) \quad \beta = \frac{\mathfrak{G}'\lambda'}{\mathfrak{G}} = \frac{c'\mathfrak{G}'}{c\mathfrak{G}}$$

ist charakteristisch für die gewählte Anordnung, d. h. hängt von dem charakteristischen Parameter der Spule und des Drahtes ab. Wir wollen ihn kurz *Durchlaßindex* nennen, da von ihm die beim Übergang von elektrischen Wellen von Spulen auf gerade Drähte und umgekehrt eintretenden Veränderungen der Strom- und Potentialamplitude abhängen. $c':c$ ist jedenfalls < 1 , da aber $\mathfrak{G}' > \mathfrak{G}$ sicher > 1 , so kann man über die Größe von β von vornherein nichts Bestimmtes aussagen. Gleichung (9) können wir dadurch praktischer gestalten, daß wir die Periode T_0 der freien Spule ohne Antenne, d. h. für $l = 0$, einführen. Nennen wir die diesem Fall entsprechenden Wellenlängen λ_0 und λ'_0 , d. h. setzen wir

$$(11) \quad \lambda_0 = c T_0, \quad \lambda'_0 = c' T_0,$$

und berücksichtigen, daß für $l = 0$ $\sin 2\pi l/\lambda_0 = 0$ ist, so folgt aus (9) [oder der ersten Gleichung (8)] $a = \frac{1}{4}\lambda'_0$; setzen wir diesen Wert für a in (9) ein, so folgt:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi \lambda'_0}{2 \lambda'} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \beta$$

oder da $\lambda'_0:\lambda' = T_0:T = \lambda_0:\lambda$, so folgt

$$(12) \quad \operatorname{tg} \frac{\pi \lambda_0}{2 \lambda} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \beta,$$

oder

$$(12') \quad \cotg \frac{\pi \lambda - \lambda_0}{2 \lambda} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \beta.$$

λ_0 ist nun die als Eigenwellenlänge einer Spule in meiner zitierten letzten Arbeit bezeichnete Größe, die man in der dort angegebenen Weise aus den Parametern der Spule berechnen kann. Aus Beobachtungen von λ (auch λ_0 kann zur

Kontrolle mit beobachtet werden) erhält man also nach (12) oder (12') eine experimentelle Bestimmung des Durchlaßindex β .

Der Durchlaßindex β hängt nun, wie auch die Beobachtungen bestätigen, sowohl von den Parametern der Spule, als auch dem Verhältnis l/ρ des Antennendrahtes ab, wobei ρ den Radius des Antennendrahtes bedeutet. Die Abhängigkeit des β von l/ρ entsteht bei genügend großem l/ρ (vgl. Anm. 1 auf p. 959) nur durch den Nenner \mathfrak{C} , die Kapazität der Längeneinheit des Antennendrahtes. Für einen isolierten dünnen Draht der Länge l ist die Kapazität der Längeneinheit¹⁾ in elektrostatischem Maß:

$$(13) \quad \mathfrak{C} = \frac{1}{2 \log_{\text{nat}} l/\rho}.$$

Nun tragen die Antennen entgegengesetzte elektrische Ladungen. Wenn sie kurz sind, und sich (bei nicht zu langer Spule) relativ nahe kommen, so wäre die Kapazität \mathfrak{C} ihrer Längeneinheit jedenfalls größer, als der Formel (13) entspricht, und \mathfrak{C} würde bei längeren Antennen beständig nach dem freien Antennenende hin abnehmen und dem Werte (13) zustreben. Nun ist aber zu berücksichtigen, daß die Spule, deren Ende ja auch elektrische Ladung von gleichem Vorzeichen, wie die angehefteten Antennendrähte tragen, die benachbarten Antennenteile teilweise elektrostatisch abschirmt, wenn der Spulenradius viel größer als der Antennenradius ist. Dieser elektrostatische Spulenschutz, der um so wirksamer ist, je kürzer die Antenne ist, würde also die Kapazität \mathfrak{C} der Längeneinheit der Antenne um so kleiner machen, je kürzer die Antennen sind.

Nun haben wir aber bei unserem theoretischen Ansatz ein längs der Antenne konstantes \mathfrak{C} angenommen. Es liegt nahe, die Formel (13) zu benutzen, und demgemäß für β zu setzen:

$$(14) \quad \beta = \beta' \log \text{vulg } l/\rho,$$

1) Vgl. K. R. Johnson, Öf. Svensk. Vet. Ak. Förh. 59. p. 53. 1902. Referiert in Beibl. z. Ann. d. Phys. 27. p. 67. 1903. — Die betreffende Formel ist auch aus älteren Lehrbüchern leicht abzuleiten, z. B. aus Mathieu, Theorie des Potentials, deutsch von H. Maser, Berlin 1890. p. 239.

wobei β' eine Größe bedeutet, die nur noch von den Spulenparametern abhängt. In der Tat ergeben für längeres l ($l: \frac{1}{2}\lambda > 0,06$) die beobachteten Werte β , wenn man sie durch $\log l/\varrho$ dividiert, annähernd einen nur von der angewendeten Spule abhängenden Quotienten β' . Für kleinere l ($l: \frac{1}{2}\lambda < 0,06$) wird dagegen β' um so größer, je kleiner l ist (elektrostatische Schirmwirkung der Spulendenen), für sehr große l ($l: \frac{1}{2}\lambda > 0,25$) scheint ebenfalls β' (bei derselben angewendeten Spule) ein wenig abzunehmen mit wachsender Antennenlänge l (Einfluß der wachsenden relativen Distanz der entgegengesetzt geladenen Antennenteile). Jedoch kommt bei sehr großem l noch ein anderer störender Umstand in Betracht, von dem weiter unten (p. 966) die Rede sein soll.

Jedenfalls kann man mit dem Ansatz (14) in einer für die Praxis wohl ausreichenden Weise die Verhältnisse darstellen, da er die Eigenwellenlänge innerhalb höchstens 5 Proz. Fehler (meist genauer) zu berechnen erlaubt.

Hinsichtlich des Koeffizienten β' ergeben die Beobachtungen folgendes Resultat.

Nennt man n die Windungszahl der Spule, h die Spulenhöhe ($h=2a$), $2r$ den Spulendurchmesser, g Ganghöhe der Spule, δ' die Drahtdicke des Spulendrahtes, l' die Länge des Spulendrahtes, und f jenen für eine Spule charakteristischen Koeffizienten, welcher gleich ist dem Verhältnis der halben Eigenwellenlänge der freien Spule (d. h. der Größe $\frac{1}{2}cT_0 = \frac{1}{2}\lambda_0$) zu der Spulendrahtlänge l' , d. h.

$$(15) \quad f = \frac{1}{2}\lambda_0 : l',$$

so ergibt sich nach den Beobachtungen:

$$(16) \quad \frac{\beta}{\log l/\varrho} = \beta' = \frac{f}{n} \sqrt{h/2r} \cdot \varphi(h/2r, g/\delta'),$$

wobei φ eine Funktion von $h/2r$, g/δ' bedeutet, die aber von g/δ' nur sehr wenig und von $h/2r$ auch nicht stark abhängt.

Den Spulenkoeffizienten f habe ich in meiner zitierten letzten Arbeit in seiner Abhängigkeit von den Spulenparametern

1) Nach den Beobachtungen scheint wesentlich nur der Quotient $l:l'$ maßgebend dafür zu sein, mit welcher Genauigkeit der Ansatz (14) zutrifft.

bestimmt. Daß β bez. β' bei konstantem n , $h/2r$, und g/δ' proportional mit f sein müssen, ergibt sich aus der Überlegung, daß, da

$$c' = \frac{\lambda_0'}{T_0'} = \frac{4a}{T_0'},$$

wir schreiben können nach (10)

$$\beta = \frac{4a}{cT_0'} \cdot \frac{\mathcal{C}'}{\mathcal{C}} = \frac{4a}{\lambda_0'} \cdot \frac{\mathcal{C}'}{\mathcal{C}}.$$

Wenn nun zwei Spulen miteinander verglichen werden, für die n , $h/2r$, g/δ denselben Wert hat, so können sie sich nur hinsichtlich der Natur des Spulenkernes oder ihrer Umgebung unterscheiden, d. h. nur hinsichtlich \mathcal{C}' . Da nun nach der Thomson-Kirchhoffschen Formel ist:

$$\lambda_0 = 2\pi\sqrt{L'C'},$$

so folgt $\mathcal{C}' \sim \lambda_0^2$, d. h. für konstantes n , $h/2r$, g/δ' ist

$$\beta \sim \lambda_0, \text{ d. h. nach (15) } \beta \sim f.$$

Wenn wir die Funktion φ kennen, so ist nach (16) β zu berechnen, da f aus den Tabellen meiner zitierten Arbeit zu entnehmen ist. Daher ergibt sich dann aus (12) auch die Eigenperiode einer Spule mit angehängter Antenne.

Die Berechnung wird sehr einfach, wenn l/λ_0 klein gegen 1 ist. Denn dann ist λ_0 nur wenig von λ verschieden und aus (12) folgt dann:

$$(17) \quad \lambda = \lambda_0 + \frac{4l}{\beta} \text{ (falls } l/\lambda_0 \text{ klein).}$$

Ebenfalls ist λ einfach zu berechnen, wenn l/λ_0 sehr groß gegen 1 ist. Denn dann ist λ_0/λ klein und aus (12) folgt

$$(18) \quad \lambda = 4l + \frac{\lambda_0}{\beta} \text{ (falls } l/\lambda_0 \text{ groß).}$$

Wenn l/λ_0 nicht klein oder groß gegen 1 ist, so können die Wurzeln der transzendenten Gleichung (12) am besten durch Probieren und graphische Interpolation gefunden werden, wobei man zunächst von dem durch (17) oder (18) bestimmten Werte λ ausgehen kann, von denen einer eventuell als näher Näherungswert gelten wird.

Aus (12) ersieht man, daß die Spule mit Antenne zwei Systeme von Grund- und Oberschwingungen besitzt; die Grundschwingung des einen Systems richtet sich wesentlich nach λ_0 [nach (17)], die des anderen wesentlich nach l [nach (18)].

Beide Grundschrwingungen werden identisch nach (12), wenn $l = \frac{1}{4} \lambda_0$ ist; dann ergibt sich nach (12):

$$(19) \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda} = \sqrt{\beta}.$$

Im folgenden handelt es sich immer nur um die langsamste Eigenperiode, die ich allein experimentell bestimmt habe. In dieser wird das System (Spule und Antennen) am stärksten erregt und sie kommt für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie bei weitem am meisten in Betracht.

2. Der Einfluß eines Fehlers des Durchlaßindex β auf die Berechnung der Eigenperiode ist im allgemeinen klein. Aus (12) folgt durch Differentiation:

$$(20) \quad \frac{d\beta}{\beta} = -\frac{d\lambda}{\lambda} \left\{ \frac{\pi \cdot \lambda_0 / \lambda}{\sin \pi \lambda_0 / \lambda} + \frac{4\pi \cdot l / \lambda}{\sin 4\pi l / \lambda} \right\} = -\frac{d\lambda}{\lambda} \cdot A.$$

Der Faktor A ist im allgemeinen groß, und zwar ist er stets größer als 2, wie sich sofort aus (20) ergibt, da $\sin \pi \lambda_0 / \lambda$ und $\sin 4\pi l / \lambda$ stets positiv sind, und $\sin \varphi$ stets kleiner als φ ist. Der prozentische Fehler für λ ist also stets kleiner als die Hälfte des prozentischen Fehlers von β . β hat sehr wenig Einfluß auf λ , sowohl wenn l sehr klein, als auch wenn l sehr groß ist.

Denn falls l / λ_0 klein ist, folgt aus (17) oder (20):

$$(21) \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{d\beta}{\beta} \cdot \frac{4l}{\beta \lambda_0 + 4l},$$

d. h. für $l : \frac{1}{2} \lambda_0 = 0,10$ und für $\beta = \frac{1}{2}$ (eine Zahl, in deren Bereich meist die Werte β liegen), würde der prozentische Fehler in λ nur $\frac{2}{7}$ vom prozentischen Fehler in β betragen. Es dürfte also eine Kenntnis von β mit selbst 20 Proz. Fehler für die Bedürfnisse der Praxis ausreichen. — Wenn l / λ_0 groß ist, so folgt aus (18) oder (20)

$$(22) \quad \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{d\beta}{\beta} \cdot \frac{\lambda_0}{4l\beta + \lambda_0},$$

d. h. für $\beta = \frac{1}{2}$ und $l : \frac{1}{2} \lambda_0 = 4$ würde der prozentische Fehler in λ nur $\frac{1}{8}$ vom prozentischen Fehler in β betragen. Es ist sehr günstig, daß gerade in dem Bereiche, in welchem der Einfluß des β auf λ am stärksten ist, die Formeln (12) und (14) die tatsächlichen Verhältnisse am besten darstellen können.

3. Die Eigenperiode eines geraden Drahtes soll nach den theoretischen Entwicklungen von Abraham (l. c. p. 457 vgl. auch oben p. 959, Anm. 1) aus der Länge l zu berechnen sein

nach der Gleichung $\frac{1}{2} c T = l$. Dieses Resultat haben meine Beobachtungen nicht bestätigt ¹⁾, vielmehr war die beobachtete halbe Eigenwellenlänge um 5 Proz. größer als die Drahtlänge. Es wurde zunächst ein 4 m langer, 1 mm dicker Kupferdraht etwa 10 cm über dem in meiner letzten Arbeit ²⁾ beschriebenen Erreger ausgespannt (die Enden wurden durch Fäden gehalten), eine Vakuumröhre in die Nähe des einen Drahtendes gestellt, und der Kondensator des Erregers vermittelt seiner Mikrometerschraube so verstellt, daß die Röhre maximal leuchtete. Die vom Erreger erzeugte Wellenlänge betrug dann 421 cm. ³⁾ Wurde dagegen in 3 cm Distanz vom Draht ein zweiter, ebenfalls 4 m langer Draht parallel gespannt, so fiel die Resonanzwellenlänge auf den theoretisch zu erwartenden Wert (ich erhielt 401 cm anstatt 400 cm). — Ebenso ergab ein 250 cm langer, einzelner Draht $\frac{1}{2} \lambda = 262$ cm, dagegen zwei Paralleldrähte $\frac{1}{2} \lambda = 250$ cm.

Zunächst könnte man denken, daß die Kapazität der leuchtenden Röhre die Eigenperiode des Drahtes verlangsamt habe. Dagegen spricht aber einerseits, daß bei zwei Paralleldrähten sich der theoretische Wert für $\frac{1}{2} \lambda$ ergab (bei denen auch die Vakuumröhre zur Anwendung kam), und daß andererseits die Resonanzstellung des Erregerkondensators sich durchaus nicht änderte, wenn das Leuchten der Röhre schwächer gemacht und sie vom freien Drahtende und vom Drahte selbst mehr entfernt wurde.

Sodann konnte man an einen Einfluß der Dämpfung denken, da diese (wegen größerer Strahlung) bei einem Drahte stärker ist, als bei zwei Paralleldrähten. Da nun die Vakuumröhre auf maximale Amplitude (der elektrischen Kraft) anspricht, und diese nach M. Wien ⁴⁾ für langsamere T ein Maximum erreicht, als der Resonanz entspricht, so wäre die Differenz zu erklären, wenn die Dämpfung genügend groß wäre. Letzteres ist nun aber nicht der Fall. Setzt man die elektrische Kraft

1) Auch Hr. Hudson hat unabhängig von mir hier im Institut die gleichen Resultate gefunden, wie ich.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 295. 1902.

3) Der Erreger wurde sowohl durch darüber gelegte Paralleldrähte ohne als auch mit Kondensator, geeicht, wie ich es l. c. beschrieb.

4) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 725. 1896.

am Drahte proportional zu $e^{-\gamma t/T}$ (d. h. ist γ das natürliche logarithmische Dekrement), so wird maximale Amplitude durch den Erreger im Drahte erregt, wenn die Erregerperiode T ist:

$$(21) \quad T = T_0 \sqrt{\frac{1 + \gamma^2/4\pi^2}{1 - \gamma^2/4\pi^2}},$$

falls T_0 die Eigenperiode des Drahtes ohne Rücksicht der Dämpfung bezeichnet. Wenn also T um 5 Proz. größer ist als T_0 , so müßte $\gamma^2 = 2$, d. h. $\gamma = 1,4$ sein. Gegen einen so hohen Wert von γ spricht aber einerseits die noch recht gute experimentelle Einstellbarkeit ¹⁾ der Resonanzanlage, andererseits die Theorie ²⁾, nach der ist

$$(22) \quad \gamma = \frac{9,74}{4 \log \text{nat } l/q}.$$

Für den 4 m langen Draht müßte also $\gamma = 0,27$, für den 2,5 m langen Draht müßte $\gamma = 0,29$ sein. Daher müßte nach (21) eine Differenz zwischen T und T_0 nicht zu beobachten sein (sie müßte unter $1/5$ Proz. bleiben). — Auch nach der Resonanztheorie von Bjerknes ³⁾ würde die Periode der Maximalerregung um etwa nur 1 Proz. größer sein können, als die Eigenschwingsperiode.

Auch Blankschmirlgeln des Drahtes änderte nichts, als Beweis dafür, daß nicht etwa durch schlechtleitende Oberflächenschicht ein größeres γ hervorgebracht sein konnte.

Die Differenz zwischen Theorie und Experiment scheint mir, abgesehen von einem geringen Dämpfungseinfluß (nach der Bjerknesschen Theorie), wesentlich daran zu liegen, daß es nicht möglich ist, einen einzelnen Draht so fern von allen anderen Gegenständen, die stets auf Kapazitätsvergrößerung hinwirken, auf seine Eigenschwingung hin zu untersuchen, als dies die Theorie voraussetzt. In der Tat wurde die Resonanzperiode durch Annäherung eines 2 m langen Holzmaßstabes an den 2,5 m langen Draht merklich weiter vergrößert, ja sogar wenn nur ein kleines eisernes Tischchen (auf 20 cm Distanz) oder ein größerer Holztisch (auf 50 cm Distanz) dem Drahte genähert wurden, zeigte sich ihr Einfluß in weiterer Verlangsamung der Resonanzperiode und in stärkerer Dämpfung der Schwingung im Drahte (schwächeres

1) Sie war allerdings deutlich schlechter, als bei zwei Paralleldrähten.

2) M. Abraham, l. c. p. 469.

3) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 150. 1895.

Leuchten der Vakuumröhre im Resonanzfall). Die Drähte waren nun bei den Versuchen mindestens 1 m über dem Fußboden und von den Wänden entfernt, in der Mitte lagen sie aber 25 cm über dem Holztisch, auf welchem der Erreger stand. Dieser, das Induktorium, der Körper des Beobachters wird vermutlich die Kapazität des Drahtes so vermehrt haben, daß die Resonanzperiode um 5 Proz. größer ausfiel, als sie nach der Theorie sein sollte.¹⁾ Bei der drahtlosen Telegraphie wird man, wenn man mit genügend langen Antennen operiert, die nicht nahe an einem Gebäude geführt werden, sich viel eher den theoretischen Verhältnissen eines freien Drahtes nähern. Wir lassen daher die Theorie unverändert, haben aber zu berücksichtigen, daß bei Versuchen im kleinen, wenn die Drahtlänge l sehr groß gegen die Spulenwellenlänge λ_0 wird, eventuell bei Anwendung der Formell (12) die Drahtlänge um etwa 5 Proz. größer zu nehmen ist, als sie wirklich ist, wenigstens wenn Holz, Stein oder Metallmassen dem Drahte auf Distanzen nahe kommen, die mit seiner Länge vergleichbar sind.

4. Die Beobachtungen zur Ermittlung von λ_0 und λ sind in derselben Weise angestellt, wie ich es in meiner letzten Arbeit²⁾ ausführlich beschrieben habe. Die Spule wurde hoch über den Erregerkreis gestellt, von den Antennen hing die obere an einem an der Zimmerdecke über eine Rolle geleiteten Faden, während das untere Ende zu einer möglichst kleinen Öse gebogen war, welche um das obere Spulendrahtende gelegt wurde³⁾; die untere Antenne hing in einer kleinen Öse am unteren Spulendrahtende und endigte frei, d. h. mindestens noch 20 cm vom Fußboden entfernt. Der Draht ging (bei

1) Diese Versuche zeigen deutlich, welcher Fortschritt in der exakten Messung elektrischer Wellen erzielt wurde, als Lecher von dem einen Drahte, den Hertz angewandt hatte, zu seinem System von zwei Drähten überging. Daß die Differenz zwischen Theorie und Experiment sich in der dargelegten Weise erklärt, wird auch dadurch noch wahrscheinlicher gemacht, daß Hr. Hudson je nach der angewandten Drahtlänge etwas verschieden große Differenzen zwischen Theorie und Experiment erhielt.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 293. 1902.

3) Klemmschrauben mußten vermieden werden, weil ihre Kapazität die Verhältnisse störte. Durch besondere Kontrollversuche wurde festgestellt, daß die Anlegung durch die Ösen ebenso wirkte, als wenn sich der Spulendraht kontinuierlich in die Antenne fortsetzte, d. h. mit ihr einen zusammenhängenden Draht bildete.

größeren Längen) zentral durch ein 4 cm großes Loch der Tischplatte; bei den Versuchen mit sehr langen Antennen ($l = 500$ cm) traten die Antennen aus dem Beobachtungszimmer durch 42 cm im Durchmesser haltende Löcher im Fußboden bez. der Decke in ein unteres bez. oberes Stockwerk. Sämtliche Drähte bestanden aus Kupfer.

Ich gebe zunächst einige Beobachtungen an, welche die Anwendbarkeit der Formeln (12) und (14) dartun sollen.

Spule a , auf Ebonithohlring.

$$f = 1,94, \quad n = 10, \quad h/2r = 0,33, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$r = 192 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 373 \text{ cm}, \quad h = 2,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

Antennendicke $\delta = 0,9$ mm, isoliert.

Antennenlänge l cm	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Beob. $\frac{1}{2}\lambda$ cm	392	411	430	450	469	486	502	520	535
Ber. β nach (12)	0,511	0,509	0,516	0,507	0,504	0,509	0,518	0,515	0,521
$\log \text{vulg } l/\varrho$	2,05	2,35	2,52	2,65	2,74	2,82	2,89	2,95	3,00
$\beta' = \beta: \log l/\varrho$	0,250	0,217	0,205	0,191	0,184	0,180	0,180	0,174	0,174

Aus diesen Beobachtungen ergibt sich, daß von $l = 5$ bis $l = 50$ cm β annähernd konstant ist, jedenfalls viel besser konstant als β' . Es liegt dies aber an der Kleinheit von l . Es ist bei $l = 35$ cm $l: \frac{1}{2}\lambda = 0,07$. Für kleinere l ergibt die Tabelle, daß β nahezu konstant ist, für größere l dagegen daß β' nahezu konstant ist. Dies tritt noch deutlicher bei einer anderen Beobachtung mit längeren Antennen zu Tage.

Spule a , Antennendicke 1 mm, blanker Draht.

l	10	25	50	75	100	150	200	300	400	500
$\frac{1}{2}\lambda$	410	467	543	609	670	787	904	1120	1350	1500
β	0,583	0,518	0,556	0,585	0,604	0,628	0,631	0,643	0,621	0,680
β'	0,232	0,192	0,185	0,184	0,188	0,181	0,175	0,170	0,159	0,155
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,024	0,054	0,092	0,123	0,149	0,191	0,221	0,269	0,296	0,333

Man bemerkt aus der Tabelle, und besonders aus der Fig. 2, in welcher β und β' als Funktion von $l: \frac{1}{2}\lambda$ dargestellt ist, daß im allgemeinen β' viel besser konstant ist als β , und daß besonders im Intervall $0,05 < l: \frac{1}{2}\lambda < 0,25$

β' als konstant angesehen werden kann. Die Inkonstanz des β' bei kleinem l ist oben (p. 962) theoretisch erklärt, ist aber für praktische Berechnung von λ aus l und β' unwesentlich (vgl. oben p. 964). Das Abnehmen von β' mit wachsendem l von $l: \frac{1}{2}\lambda > 0,25$ an ist jedenfalls mindestens teilweise durch die oben p. 966 erwähnte Störung veranlaßt, weil auch bei den vertikal gespannten Antennen eine Vergrößerung ihrer Kapazität durch die Zimmerwände und die an ihnen verlaufenden Metallleitungen und Gasrohre nicht ganz zu vermeiden war. Wenn z. B. für $l = 500$ cm $\frac{1}{2}\lambda$ um 5 Proz. kleiner beobachtet wäre, so würde sich β' zu 0,184 berechnen, d. h.

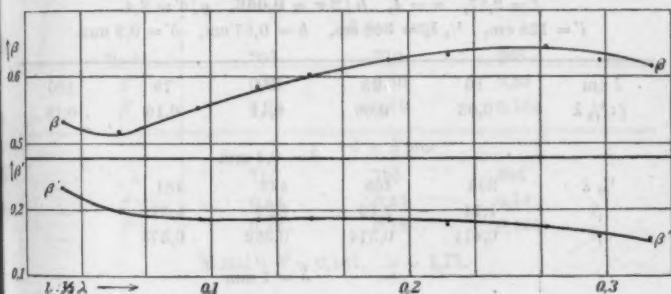


Fig. 2.

β hätte dann für diese langen Antennen noch denselben Wert, wie für die zehnmal kürzeren Antennen. Wahrscheinlich ist also bei Versuchen in großem Maßstabe, bei denen die obere Antenne freier liegt, β noch besser konstant, als bei diesen Versuchen. Das Verhalten von β' bei sehr langen Antennen ist deshalb aber praktisch nicht wichtig, weil einerseits β' auf λ dann wenig Einfluß hat (vgl. oben p. 964), und weil andererseits zur Erzielung scharfer Resonanz zwischen Sender und Empfänger bei der drahtlosen Telegraphie die Dämpfung des Senders durch Strahlung zweckmäßig stark niedrig zu halten ist, was um so mehr eintritt, je kleiner $l: \frac{1}{2}\lambda$ ist.

Wie ein Vergleich der beiden mitgeteilten Tabellen ergibt, bewirkt die Isolation der Antenne (ihr Draht war mit $\frac{1}{2}$ mm dicker Baumwollisolation versehen) ein etwas größeres λ als eine blanke Antenne gleicher Länge (und daher auch

kleineres β bez. β' . Dieses ist wegen der durch die Dielektrizitätskonstante des Isoliermaterials vergrößerte Antennenkapazität erklärlich.

Im folgenden sind nur blanke Antennen berücksichtigt.

Der Einfluß der Antennendicke δ geht aus folgenden Tabellen hervor, aus denen auch zu beurteilen ist, inwieweit β bez. β' konstant, d. h. unabhängig von l ist. Die Spulen sind geordnet nach wachsendem Verhältnis $h/2r$.

Spule e, auf Ebonitvollscheibe.

$$f = 2,87, \quad n = 4, \quad h/2r = 0,066, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 128 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 368 \text{ cm}, \quad h = 0,87 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$ $l: \frac{1}{2}\lambda$	10	25	50	75	100
	0,03	0,06	0,11	0,16	0,19
$\delta = 0,4 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	385	408	449	481	—
β	1,11	1,16	1,23	1,37	—
β'	0,411	0,374	0,362	0,373	—
$\delta = 1 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	387	414	454	497	532
β	1,04	1,08	1,17	1,19	1,27
β'	0,452	0,400	0,390	0,375	0,385
$\delta = 2 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	394	425	466	—	—
β	0,73	0,86	1,01	—	—
β'	0,866	0,857	0,874	—	—

Aus dieser Tabelle ergibt sich, daß von $l: \frac{1}{2}\lambda \cong 0,06$ an β' innerhalb der Messungsfehler (hier im Mittel 4 Proz. für β) konstant ist, und zwar auch für verschiedene Antennendicke δ . Der Mittelwert dieser β' (bei dem also nur die für $l = 10 \text{ cm}$ beobachteten β' ausgeschlossen sind) beträgt

$$\beta' \text{ Mittel} = 0,366.$$

Nach (16) ergibt sich daraus

$$q = 1,99 \text{ für } h/2r = 0,066, \quad g/\delta' = 2,4.$$

Spule *m*, kernlos.

$$f = 2,11, \quad n = 10, \quad h/2r = 0,20, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 317,5 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2} \lambda_0 = 670 \text{ cm}, \quad h = 2,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

<i>l</i> cm	10	25	50
<i>l</i> : $\frac{1}{2} \lambda$	0,01	0,03	0,06
$\delta = 0,4 \text{ mm}$			
$\frac{1}{2} \lambda$	700	757	838
β	0,66	0,57	0,58
β'	0,25	0,18	0,171
$\delta = 1 \text{ mm}$			
$\frac{1}{2} \lambda$	707	770	865
β	0,54	0,50	0,50
β'	0,24	0,18	0,166
$\delta = 2 \text{ mm}$			
$\frac{1}{2} \lambda$	716	785	886
β	0,43	0,43	0,44
β'	0,22	0,18	0,165

$$\text{Mittel}^1) \beta = 0,167, \quad \varphi = 1,77.$$

Spule *d*, auf Holzring.

$$f = 2,24, \quad n = 7, \quad h/2r = 0,21, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 134 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2} \lambda_0 = 300 \text{ cm}, \quad h = 1,3 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta' = 1 \text{ mm}.$$

<i>l</i> cm	10	25	50
<i>l</i> : $\frac{1}{2} \lambda$	0,03	0,07	0,12
$\frac{1}{2} \lambda$	325	369	425
β	0,70	0,71	0,78
β'	0,34	0,263	0,260

$$\varphi = 1,77.$$

1) Auch hier sowie im folgenden sind bei Berechnung des Mittelwertes von β' nur die bei $l: \frac{1}{2} \lambda \leq 0,06$ beobachteten Werte berücksichtigt.

$$f = 2,58, \quad n = 13, \quad h/2r = 0,22, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l' = 244 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 630 \text{ cm}, \quad h = 1,3 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$ $l: \frac{1}{2}\lambda$	10	25	50
	0,02	0,03	0,06
$\frac{1}{2}\lambda$	674	733	890
β	0,45	0,48	0,48
β'	0,20	0,18	0,161

$$\varphi = 1,75.$$

Spule a, auf Ebonitring.

$$f = 1,94, \quad n = 10, \quad h/2r = 0,33, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 192 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 373 \text{ cm}, \quad h = 2,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$ $l: \frac{1}{2}\lambda$	10	25	50	75	100
	0,02	0,05	0,09	0,12	0,15
$\delta = 0,2 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	—	—	511	571	—
β	—	—	0,70	0,72	—
β'	—	—	0,189	0,187	—
$\delta = 0,4 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	405	458	521	579	—
β	0,62	0,61	0,65	0,69	—
β'	0,23	0,20	0,191	0,193	—
$\delta = 1 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	410	467	543	609	670
β	0,53	0,52	0,56	0,58	0,60
β'	0,23	0,19	0,185	0,184	0,183
$\delta = 2 \text{ mm}$					
$\frac{1}{2}\lambda$	420	478	560	630	—
β	0,42	0,46	0,50	0,53	—
β'	0,21	0,19	0,185	0,183	—

$$\varphi = 1,68.$$

Spule *e*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 2,24, \quad n = 10, \quad h/2r = 0,33, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l = 191 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 427 \text{ cm}, \quad h = 2,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

l	10	25	50	75
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,09	0,12
$\frac{1}{2}\lambda$	460	510	577	640
β	0,61	0,60	0,64	0,67
β'	0,26	0,22	0,213	0,211

$$\varphi = 1,66.$$

Spule *n*, auf Eichenkern.

$$f = 2,80, \quad n = 13, \quad h/2r = 0,33, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l = 161 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 451 \text{ cm}, \quad h = 1,3 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

l	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14
$\frac{1}{2}\lambda$	484	545 (?)	606	667	722
β	0,61	0,52 (?)	0,62	0,66	0,70
β'	0,26	0,19 (?)	0,207	0,208	0,210

$$\varphi = 1,685.$$

Spule *p*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 1,85, \quad n = 15, \quad h/2r = 0,65, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l = 218 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 404 \text{ cm}, \quad h = 3,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14
$\frac{1}{2}\lambda$	456	513	593	665	727
β	0,47	0,49	0,52	0,54	0,55
β'	0,20	0,18	0,173	0,173	0,167

$$\varphi = 1,72.$$

Spule *o*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 2,01, \quad n = 20, \quad h/2r = 0,70, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l' = 185 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 393 \text{ cm}, \quad h = 2,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,08	0,11	0,14
$\frac{1}{2}\lambda$	440	504	589	661	728
β	0,42	0,44	0,47	0,50	0,52
β'	0,18	0,16	0,158	0,158	0,158

$$\varphi = 1,88.$$

Spule *r*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 1,63, \quad n = 29, \quad h/2r = 1,02, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l' = 268 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 438 \text{ cm}, \quad h = 3,0 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,04	0,07	0,09	0,11
$\frac{1}{2}\lambda$	499	591	711	806	887
β	0,32	0,31	0,33	0,35	0,36
β'	0,14	0,11	0,109	0,109	0,110

$$\varphi = 1,92.$$

Spule *q*, auf Rotbuche.

$$f = 1,40, \quad n = 20, \quad h/2r = 1,28, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 201 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 282,5 \text{ cm}, \quad h = 4,1 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,03	0,07	0,11	0,14	0,16
$\frac{1}{2}\lambda$	321	382	475	541	610
β	0,49	0,48	0,46	0,50	0,50
β'	0,21	0,177	0,155	0,157	0,152

$$\varphi = 2,02.$$

Spule *g*, kernlos.

$$f = 1,19, \quad n = 54, \quad h/2r = 1,96, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l' = 451 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 549 \text{ cm}, \quad h = 5,7 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

<i>l</i> cm	10	25	50	75
<i>l</i> : $\frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,03	0,05	0,07
$\frac{1}{2}\lambda$	647	790	968	1077
β	0,20	0,19	0,20	0,23
β'	0,09	0,07	0,068	0,072

$$\varphi = 2,26.)$$

Spule *s*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 1,14, \quad n = 29, \quad h/2r = 2,01, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 276 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 316 \text{ cm}, \quad h = 6,1 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

<i>l</i> cm	10	25	50	75	100
<i>l</i> : $\frac{1}{2}\lambda$	0,03	0,05	0,09	0,12	0,14
$\frac{1}{2}\lambda$	366	446	550	630	701
β	0,39	0,36	0,37	0,39	0,41
β'	0,17	0,13	0,124	0,124	0,125

$$\varphi = 2,23.$$

Spule *i*, auf Eichenkern.

$$f = 1,09, \quad n = 36, \quad h/2r = 2,49, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 340 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 363 \text{ cm}, \quad h = 7,5 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

<i>l</i> cm	10	25	50	75	100
<i>l</i> : $\frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,08	0,11	0,13
$\frac{1}{2}\lambda$	417	500	621	710	796
β	0,37	0,35	0,35	0,37	0,37
β'	0,16	0,13	0,116	0,116	0,112

$$\varphi = 2,45.$$

1) Hier ist auch der bei $l: \frac{1}{2}\lambda = 0,05$ beobachtete Wert von β' mit berücksichtigt, weil β' schon von $l: \frac{1}{2}\lambda = 0,03$ an konstant ist.

Spule f , auf Rotbuchenkern.

$$f = 1,10, \quad n = 88, \quad h/2r = 2,56, \quad g/\delta' = 1,2.$$

$$l' = 400 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 439 \text{ cm}, \quad h = 3,93 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,4 \text{ mm}.$$

	$\delta = 0,4 \text{ mm}$			$\delta = 1 \text{ mm}$			$\delta = 2 \text{ mm}$		
$l \text{ cm}$	10	25	50	10	25	50	10	25	50
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,03	0,06	0,02	0,03	0,05	0,02	0,03	0,05
$\frac{1}{2}\lambda$	550	705	889	572	741	942	603	785	993
β	0,18	0,17	0,18	0,14	0,14	0,15	0,11	0,12	0,13
β'	0,07	0,05	0,0514	0,06	0,05	0,051	0,06	0,05	0,049

$$\varphi = 2,43.$$

Spule t , auf Weißbuchenkern.

$$f = 0,84, \quad n = 60, \quad h/2r = 4,15, \quad g/\delta' = 1,4.$$

$$l' = 374 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 314 \text{ cm}, \quad h = 8,25 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12
$\frac{1}{2}\lambda$	389	491	630	731	825
β	0,26	0,25	0,25	0,27	0,27
β'	0,11	0,09	0,085	0,084	0,083

$$\varphi = 2,95.$$

$$f = 0,84, \quad n = 60, \quad h/2r = 4,28, \quad g/\delta' = 3,5.$$

$$l' = 363 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 307 \text{ cm}, \quad h = 8,25 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,4 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,03	0,05	0,08	0,10	0,12
$\frac{1}{2}\lambda$	379	489	627	730	821
β	0,27	0,24	0,25	0,26	0,27
β'	0,12	0,09	0,083	0,082	0,081

$$\varphi = 2,84.$$

Spule *b*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 0,83, \quad n = 47, \quad h/2r = 4,74, \quad g/\delta' = 3,4.$$

$$l' = 451 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 374 \text{ cm}, \quad h = 14,5 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\delta = 1 \text{ mm}.$$

$l \text{ cm}$	10	25	50	75	100
$l: \frac{1}{2}\lambda$	0,02	0,05	0,08	0,10	0,12
$\frac{1}{2}\lambda$	422	508	635	731	816
β	0,41	0,36	0,34	0,35	0,35
β'	0,18	0,13	0,112	0,109	0,107

$$\varphi = 2,84.$$

Spule *k*, auf Ebonitkern.

$$f = 0,79, \quad n = 65, \quad h/2r = 4,70, \quad g/\delta' = 2,4.$$

$$l' = 597 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 470 \text{ cm}, \quad h = 13,8 \text{ cm}, \quad \delta' = 0,9 \text{ mm}.$$

$$\varphi = 3,10.$$

Spule *l*, auf Weißbuchenkern.

$$f = 0,84, \quad n = 83, \quad h/2r = 4,70, \quad g/\delta' = 1,1.$$

$$l' = 489 \text{ cm}, \quad \frac{1}{2}\lambda_0 = 411 \text{ cm}, \quad h = 8,8 \text{ cm}, \quad \delta' = 1 \text{ mm}.$$

$$\varphi = 3,19.$$

Aus diesen Tabellen ergibt sich, daß φ außer von $h/2r$ nur sehr wenig von g/δ' abhängt, indem es mit abnehmenden g/δ' etwas größer wird. Indes ist diese Abhängigkeit nur bei

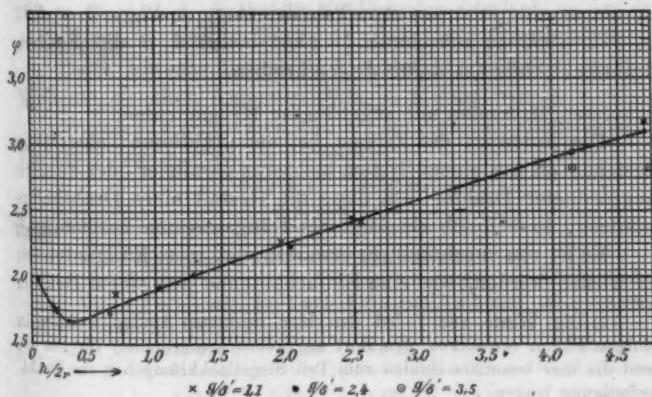


Fig. 3.

großem $h/2r$ ($h/2r > 4$) überhaupt bemerkbar. Dies geht noch deutlicher aus der graphischen Darstellung der Beobachtungswerte für φ hervor (vgl. Fig. 3).

Durch graphische Interpolation gewinnt man folgende Tabelle für φ :

Tabelle für φ .

$h/2r$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
φ	2,00	1,93	1,77	1,68	1,67	1,70	1,74	1,82	1,90	1,98	2,06	2,13	2,19	2,24

bei $g/\delta' = 1,1$ bis $2,4$

$h/2r$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
φ	2,25	2,43	2,60	2,75	2,90	3,10	3,26
	bei $g/\delta' = 1,1$ bis $2,4$				2,90	3,04	3,17
					2,85	2,85	2,85

Aus dieser Tabelle berechnet sich also der Durchlaßindex β nach der Formel

$$(16) \quad \beta = \text{brigg log } l/\rho \cdot \frac{f}{n} \sqrt{h/2r} \cdot \varphi$$

und daraus die Eigenwellenlänge λ nach Formel (12)

$$(12) \quad \text{tg } \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda} \text{tg } 2\pi \frac{l}{\lambda} = \beta,$$

wobei nach (15) ist:

$$(15) \quad \frac{1}{2} \lambda_0 = f \cdot l.$$

l' bedeutet die Spulendrahtlänge, l die Länge einer Antenne, ρ ihren Radius (halbe Dicke). n ist Windungszahl der Spule, h die Spulenhöhe, g die Ganghöhe, $2r$ der Spulendurchmesser. f ist aus den Tabellen Ann. d. Phys. 9. p. 322 u. 323. 1902 zu entnehmen.¹⁾ Dort bedeutet δ die Spulendrahtdicke, hier ist dafür δ' geschrieben.

II. Spulen mit angehängten Käfigantennen.

Die Antennen der Erreger bei der drahtlosen Telegraphie bestehen oft aus einem System mehrerer paralleler oder konisch angeordneter Drähte. Da diese die Gestalt eines Drahtkäfigs besitzen, so will ich sie kurz als Käfigantennen bezeichnen.²⁾

Es ist von vornherein zu erwarten, daß diese Käfigantennen so wirken werden, wie eine Einfachantenne aus einem Drahte,

1) Die Werte von f bei den hier benutzten Spulen weichen in einigen Fällen etwas von den dort angegebenen (normalen) Werten ab, weil die hier benutzten Spulen zum Teil Siegelackklumpchen zur Drahtbefestigung trugen.

2) Vielleicht empfiehlt sich auch die Bezeichnung: *Vielfachantenne*, im Gegensatz zur *Einfachantenne*. Ich weiß nicht, ob bisher ein Name eingeführt ist. Man könnte auch von *geschlossenen* und *offenen* Vielfachantennen sprechen, je nachdem die Drahtenden eine geschlossene Kurve (bei den Käfigantennen), oder eine offene, z. B. gerade Linie bilden.

dessen Radius $\bar{\rho}$ jedenfalls größer ist, als der Radius der Einzeldrähte der Käfigantennen. Der äquivalente Radius $\bar{\rho}$ der Käfigantenne muß wesentlich durch den mittleren Querschnitt des Drahtkäfigs bestimmt sein, etwas auch durch Anzahl und Dicke der zu dem Käfig verwendeten Drähte. Im folgenden beschreibe ich Versuche, aus denen der Äquivalentradius $\bar{\rho}$ der Käfigantenne hervorgeht.

1. *Käfigantennen, zylindrisch angeordnet.* Die Käfigantenne bestand aus sechs straff gespannten, 1 mm dicken, blanken Kupferdrähten von je 25 cm Länge. An einem Ende waren dieselben zusammengelötet und zu einer Öse umbogen, welche um das freie Ende der Spule a (vgl. oben p. 972) gelegt wurde. Von da an bildeten die sechs Drähte auf 5 cm Länge einen Kegel, dessen Grundfläche ein Kreis von 1 cm Radius war. Dieser Kreis wurde aus einer dünnen Holzplatte gebildet, in deren Rand in gleichen Abständen sechs kleine Rillen eingefeilt waren, in welche die Drähte eingeklemmt wurden. Von da an bildete auf 20 cm Länge die Käfigantenne einen Kreiszylinder vom Radius $R = 1$ cm, an dessen Ende wiederum eine dünne Holzplatte mit sechs Rillen zur Aufnahme der Drähte sich befand. Zwei solcher, ganz gleich gebauter Antennen wurden an die beiden Spulenenenden angelegt, so daß die Achsen beider Käfigantennen in eine Linie (Vertikale) fielen.

Diese Antenne lieferte $\frac{1}{2}\lambda = 550$ cm, während die freie Wellenlänge (ohne Antennen) $\frac{1}{2}\lambda_0 = 373$ cm betrug.

Nach p. 972 ergibt sich also bei der Antennenlänge $l = 25$ cm für die Spule a folgendes Resultat¹⁾:

Spule a , $l = 25$ cm.

$\frac{1}{2}\lambda_0 = 373$ cm.

	Einfachantennen. Drahtdicke δ				Zylinder- Käfigantenne $R = 10$ mm
	$\delta = 0,4$ mm	$\delta = 1$ mm	$\delta = 2$ mm	$\delta = 3$ mm	
$\frac{1}{2}\lambda$	453 cm	467 cm	478 cm	489 cm	550 cm
β	0,615	0,518	0,461	0,413	0,260
$\log l/\varrho$	3,10	2,70	2,40	2,22	—
$\beta - \beta : \log l/\varrho$	0,198	0,192	0,192	0,186	—

1) Dasselbe wurde noch ergänzt durch eine Beobachtung mit einer Antenne von 3 mm dickem Draht.

Nimmt man also als Mittelwert für β' an 0,192, so berechnet sich das der Käfigantenne äquivalente $\bar{\rho}$ aus

$$\beta : \log l / \bar{\rho} = 0,192, \quad \text{d. h.} \quad \log 25 / \bar{\rho} = \frac{0,260}{0,192} = 1,352, \\ \text{d. h.} \quad 25 : \bar{\rho} = 22,5 \quad \text{oder} \quad \bar{\rho} = 11 \text{ mm.}$$

Diese Käfigantenne wirkt also wie eine Einfachantenne, deren Draht $\bar{\rho} = 11$ mm Radius hat.

Dieselbe Antenne wurde bei der Spule b (vgl. oben p. 977) verwendet. Es ergab sich $\frac{1}{2} \lambda = 624$ cm. Da $\frac{1}{2} \lambda_0 = 374$ cm, so ergibt sich nach (12) $\beta = 0,174$. Für Einfachantenne von $\delta = 1$ mm ergab sich $\frac{1}{2} \lambda = 508$ cm, d. h. $\beta = 0,355$, $\beta' = 0,135$. Legt man diesen Wert von β' auch für die Käfigantenne zu Grunde, so folgt für sie $\log l / \bar{\rho} = 0,174 : 0,135 = 1,288$, d. h. $\bar{\rho} = 12,9$ mm. Daß dieser Wert etwas größer als der bei Spule a erhaltene $\bar{\rho} = 11$ mm ist, liegt wohl wesentlich daran, daß Spule a wegen ihres größeren Radius r einen stärkeren elektrostatischen Schutz¹⁾ auf die (noch verhältnismäßig kurze) Antenne ausübt, als Spule b . In Anbetracht des geringen Einflusses, den Änderungen von ρ auf die Wellenlänge λ besitzen, kann man für praktische Berechnungen der Wellenlänge λ für beide Spulen a und b mit dem Mittelwerte $\bar{\rho} = 12$ mm rechnen²⁾, d. h. der Äquivalentradius $\bar{\rho}$ einer Käfigantenne ist von der Spule, an welche die Antenne angeheftet ist, praktisch (d. h. annähernd) unabhängig.

Eine ebenso konstruierte Zylinder-Käfigantenne der Länge $l = 50$ cm mit vier, bzw. acht Drähten und dem Zylinderradius $R = 1$ cm ergab bei der Spule b (vgl. oben p. 977) folgendes Resultat:

Spule b , $l = 50$ cm.

$$\frac{1}{2} \lambda_0 = 374 \text{ cm.}$$

	Einfachantenne $\delta = 1 \text{ mm}$	Zylinder-Käfigantennen $R = 10 \text{ mm}$	
		4 Drähte	8 Drähte
$\frac{1}{2} \lambda$	635	795	822
β	0,335	0,183	0,167
β'	0,112	$\bar{\rho} = 11,6 \text{ mm}$	$\bar{\rho} = 16,2 \text{ mm}$

1) Vgl. oben p. 961.

2) Selbst wenn man $\bar{\rho} = 10$ mm annimmt, so würde λ nur um $3\frac{1}{2}$ Proz. anders berechnet werden, als mit der Annahme $\bar{\rho} = 13$ mm.

Man bemerkt deutlich den Einfluß der dichterem Drahtführung (bei acht Drähten) im Vergleich zur Antenne mit vier Drähten, indem bei ersterer die Wellenlänge und der Äquivalentradius $\bar{\rho}$ größer werden, als bei letzterer. In die hier erhaltenen Werte von $\bar{\rho}$ ordnet sich gut ein der bei Spule b mit der Zylinderantenne von sechs Drähten oder Länge $l = 25$ cm erhaltene Wert $\bar{\rho} = 12,9$ mm. Der Äquivalentradius der Zylinder-Käfigantenne ist also unabhängig von der Antennenlänge l . Die Abhängigkeit des $\bar{\rho}$ von der Anzahl N der Antennendrähte ist in folgender Tabelle noch einmal zusammengestellt.

Zylinder-Käfigantennen. $R = 10$ mm.

N	4	6	8
$\bar{\rho}$	11,6 mm	12,9 mm	16,2 mm

2. Käfigantennen, konisch angeordnet. Die Drähte der Antennen waren an einem (an das Spulenende gelegtem) Ende verlötet, am anderen Ende waren sie in kleine in gleichen Abständen angebrachte Rillen einer dünnen Holzplatte vom Radius R eingeklemmt, so daß die Drähte der Antennen auf einem geraden Kreiskegel lagen, dessen Grundkreis den Radius R besaß. Die Drähte der Antennen waren 1 mm dicke, gut geradlinig verlaufende Kupferdrähte.

Folgende Tabellen enthalten die Resultate, N ist die Anzahl der Drähte der Käfigantenne.

Spule a , $\frac{1}{2}\lambda_0 = 373$ cm.

	$l = 25$ cm			$l = 50$ cm		
	$R = 1$ cm	$R = 3,75$ cm		$R = 3,75$ cm		
	$N = 6$	$N = 6$	$N = 8$	$N = 4$	$N = 6$	$N = 8$
$\frac{1}{2}\lambda$ cm	527	595	612	688	714	737
β	0,304	0,200	0,184	0,264	0,239	0,220
$\bar{\rho}$ cm	0,65	2,27	2,75	1,95	2,64	3,33

Spule *b*, $\frac{1}{2} \lambda_0 = 374$ cm.

	<i>l</i> = 25 cm	<i>l</i> = 50 cm		
	<i>R</i> = 3,75 cm	<i>R</i> = 3,75 cm		
	$\mathfrak{N} = 8$	$\mathfrak{N} = 4$	$\mathfrak{N} = 6$	$\mathfrak{N} = 8$
$\frac{1}{2} \lambda$	708	841	878	909
β	0,121	0,158	0,143	0,132
$\bar{\varrho}$ cm	3,18	1,94	2,64	3,31

Bei der Berechnung des $\bar{\varrho}$ bei $l = 50$ und der Spule *b* ist der aus p. 977 folgende Wert bei $l = 50$ $\beta' = 0,112$ benutzt; wenn der Mittelwert $\beta' = 0,109$, der sich aus $l = 50, 75, 100$ ergibt, benutzt wäre, so würde $\bar{\varrho}$ etwas, aber nicht bedeutend, kleiner ausgefallen sein (vgl. unten Anm.).

Aus diesen Tabellen ergibt sich, daß auch bei konischen Käfigantennen der Äquivalentradius von der angewendeten Spule und annähernd von der Antennenlänge unabhängig ist.¹⁾ Mit Vergrößerung der Anzahl \mathfrak{N} der Drähte nimmt $\bar{\varrho}$ etwa im gleichen Verhältnis zu, wie bei den Zylinderantennen (vgl. letzte Tabelle und Tabelle auf p. 981).

Wie zu erwarten war, ist der Äquivalentradius der konischen Käfigantennen kleiner, als der der zylindrischen Käfigantennen bei gleichem *R*, ersterer ist halb so groß. Denn für $l = 25$ cm, $R = 1$ cm und $\mathfrak{N} = 6$ ergibt die konische Antenne $\bar{\varrho} = 6,5$ mm, die Zylinderantenne $\bar{\varrho} = 11$ mm bez. 12,9 mm.

Mit zunehmendem \mathfrak{N} , d. h. wachsender Drahtdichte, scheint nach den Beobachtungen $\bar{\varrho}$ bei Kegel-Käfigantennen gleich dem Radius *R* des Kegelgrundkreises zu werden, für Zylinder-Käfigantennen müßte also bei genügend großem \mathfrak{N} $\bar{\varrho}$ dem Werte $2R$ sich nähern. Wenn aber \mathfrak{N} sehr groß ist, so daß schließlich die Drähte der Käfigantennen sich berühren, so muß eine Zylinderantenne offenbar so wirken, als ob sie ein solider

1) Der Vergleich der Zahlen bei Spule *a* und $\mathfrak{N} = 8$, bei $l = 25$ und $l = 50$, nämlich $\bar{\varrho} = 2,75$ und $\bar{\varrho} = 3,33$ spricht ja anscheinend für ein Wachsen von $\bar{\varrho}$ mit wachsendem *l*. Bei Spule *b* ergeben aber die Zahlen $\bar{\varrho} = 3,18$ und $\bar{\varrho} = 3,31$ nur ein unbedeutendes Wachsen mit zunehmendem *l*, ja sogar eine Abnahme, wenn man die letzte Zahl $\bar{\varrho}$ mit dem Mittelwert $\beta' = 0,109$ berechnet hätte (vgl. oben im Text). Dann würde man nämlich $\bar{\varrho} = 3,09$ anstatt $\bar{\varrho} = 3,31$ gefunden haben.

Draht vom Radius $\bar{\rho} = R$ wäre. Hiernach würde sich das Resultat ergeben, daß mit wachsendem \mathfrak{A} bei konstantem R der Wert von $\bar{\rho}$ wieder abnehmen würde. Ich halte dies indes nicht für wahrscheinlich, glaube vielmehr, daß bei dickeren Antennen die bei dünneren Antennen gerechtfertigte Annahme: $\beta' = \beta : \log l/\bar{\rho} = \text{konst.}$ nicht mehr genau zutrifft.

Ich habe diese Fragen nicht genauer untersucht, weil sie für die Praxis, wo $l:\bar{\rho}$ meist viel größere Werte hat, als bei diesen Versuchen, zur Berechnung der Wellenlänge sehr wenig Einfluß haben. Jedenfalls kann man sagen:

Käfigantennen sind ein Ersatz für sehr dicke Einfachantennen und bieten dabei den Vorteil großer Gewichtersparnis. Daß die Anwendung dicker, d. h. auch Käfig-Antennen für die drahtlose Telegraphie zweckmäßig sein muß, werden wir weiter unten erörtern.

Für einigermaßen dichte Anordnung der Drähte der Käfigantenne wirkt die Zylinderantenne wie eine Einfach-Drahtantenne, deren Drahtradius nur wenig kleiner, als der Durchmesser der Zylinderantenne ist; die Kegelantenne wie eine Einfach-Drahtantenne, deren Drahtradius nur wenig kleiner als der Radius des Grundkreises der Kegelantenne ist.

3. *Inhomogene Antennen.* An die Spule b wurden zunächst zwei Einfach-Drahtantennen der Länge $l = 25$ cm und $\delta = 1$ mm angelegt. An das Ende der Antennendrähte wurden dann zwei Zylinderantennen von $R = 1$ cm und $\mathfrak{A} = 6$ angelegt. Es ergab sich $\frac{1}{2}\lambda = 751$, d. h. $\beta = 0,211$. Da nach p. 977 für eine Einfachantenne bei Spule b und $l = 50$ $\beta' = 0,112$ ist, so folgt $\log l/\bar{\rho} = 1,882$, d. h. $\bar{\rho} = 6,6$ mm. Es ist also, wie zu erwarten war, $\bar{\rho}$ etwa nur halb so groß, als wenn eine homogene Antenne angewendet wird, welche auf der ganzen Länge $l = 50$ cm einen Zylinder mit dem Radius $R = 1$ cm bildet.

Das Leuchten der Vakuumröhre am Ende der inhomogenen Antenne ist deutlich etwas schwächer als am Ende einer gleich langen homogenen Antenne. *Inhomogene Antennen werden also für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie nicht so günstig sein als homogene Antennen.* Der Grund liegt darin, daß an jeder Stelle, an welcher die Beschaffenheit einer Antenne sich plötzlich ändert, Reflexion der elektrischen Wellen einsetzen muß.

Wenn der Ort der Zylinderantenne und der Einfachantenne gegenseitig vertauscht wurde, d. h. wenn an die Spule b direkt die Zylinderantenne angelegt wurde, und dann an das Ende eines ihrer Drähte die Einfachantenne, so ergab sich dasselbe $\frac{1}{2}\lambda = 751$.

Die gewonnenen Resultate kann man also zusammenfassen in dem Satze: *Eine zylindrisch oder konisch gestaltete Käfigantenne oder eine inhomogene Antenne (teils aus Einfach- teils aus Vielfachdrähten bestehend) wirkt annähernd so, wie eine Einfachantenne aus einem Drahte, dessen Radius $\bar{\rho}$ gleich dem Radius (bei wenig Drähten) bez. dem Durchmesser (bei viel Drähten) des für die ganze Länge der Antenne geltenden mittleren Querschnittes ist.* (Dabei ist der Querschnitt als Kreisfläche zu berechnen, auch wenn er es in Wirklichkeit nicht ist.)

III. Ersatz der einen Antennenhälfte durch eine an die Spule angelegte Kapazität (Metallplatte).

1. *Theorie.* Wir legen wiederum den Anfang der z -Achse $z = 0$ in die Mitte der Spule (vgl. Fig. 4), welche sich von $z = -a$ bis $z = +a$ erstrecken soll. Bei $z = +a$ sei eine Einfach-Drahtantenne der Länge l , des Radius ρ angeschlossen, bei $z = -a$ sei zunächst eine Einfach-Drahtantenne der Länge l' , des Radius ρ angeschlossen, und daran eine Kapazität C , welche dem auf der anderen Seite der Spule angehängten Antennenstück der Länge $l - l'$ das elektrische Gleichgewicht hält, d. h. ebenso wirkt, wie ein Antennenstück der Länge $l - l'$ und des Radius ρ . Es soll C berechnet werden.

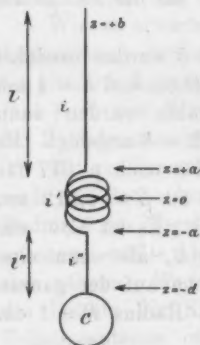


Fig. 4.

Der in der Überschrift genannte wichtigste Spezialfall entspricht dem Werte $l' = 0$.

Die Stromstärke i'' in der unteren Antenne setzen wir

$$(23) \quad i'' = A'' \sin 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{b+z}{\lambda}.$$

Diese Formel entspricht der Formel (2) auf p. 958, da i' identisch mit i'' sein muß, abgesehen von dem Unterschiede des

Vorzeichens in z , da für $z = -b$ ein Stromknoten eintreten müßte (falls die untere Antenne bis zur Länge $z = -b$ reichen würde).

Daher ergibt sich aus (23), (3) und (4) für das Potential V'' auf der unteren Antenne:

$$(24) \quad V'' = + \frac{A''}{\mathfrak{G}} \frac{T}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{b+z}{\lambda}.$$

Für $z = -d$ muß nun die Stromstärke i'' gleich sein der Ladungsabnahme der Kapazität C in der Zeiteinheit, d. h.

$$(25) \quad i'' = - \frac{\partial e''}{\partial t} \text{ für } z = -d.$$

Nun ist aber für $z = -d$:

$$(26) \quad e'' = C \cdot V'',$$

da bei $z = -d$ das Potential V'' auf der Antenne gleich sein muß dem Potential der an sie gehefteten Metallplatte. Daher ergibt (25) und (26):

$$(27) \quad i'' = -C \frac{\partial V''}{\partial t} \text{ für } z = -d,$$

d. h. nach (23) und (27):

$$(28) \quad \sin 2\pi \frac{b-d}{\lambda} = \frac{2\pi C}{\lambda \mathfrak{G}} \cos 2\pi \frac{b-d}{\lambda},$$

d. h.

$$(29) \quad C = \frac{\lambda \mathfrak{G}}{2\pi} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l-l'}{\lambda}.$$

Wenn $l-l':\lambda$ genügend klein ist, so wird

$$(30) \quad C = \mathfrak{G}(l-l'),$$

d. h. die äquivalente Kapazität C ist gleich der Kapazität des Antennenstückes, der sie das elektrische Gleichgewicht halten soll. Dieser Satz ist ja für kurze Antennenstücke von vornherein einleuchtend. Die Formel (29) erlaubt also, die Korrektur an der Formel (30) für längere Antennenstücke anzubringen. Da für kleine $l-l':\lambda$ zu setzen ist

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{l-l'}{\lambda} = 2\pi \frac{l-l'}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{3} \left(2\pi \frac{l-l'}{\lambda} \right)^2 \right),$$

so wird nach (29):

$$(31) \quad C = \mathfrak{G}(l-l') \left(1 + \frac{1}{3} \left(2\pi \frac{l-l'}{\lambda} \right)^2 \right).$$

In dieser Formel braucht λ nur annähernd bekannt zu sein. Der Wert $\frac{1}{3}(2\pi(l-l')/\lambda)^2$ muß klein gegen 1 sein, sonst ist Formel (29) zu benutzen.

Für die Kapazität \mathcal{C} der Längeneinheit der Antenne können wir mindestens mit einer gewissen Annäherung Formel (18) auf p. 961 benutzen. Wir wollen aber, da jene Formel aus den oben p. 961 angeführten Gründen hier nicht streng gelten kann, die Formel verallgemeinern in

$$(32) \quad \mathcal{C} = \frac{\alpha}{2 \log_{\text{nat}} l/q} = \frac{0,217 \cdot \alpha}{\log_{\text{vulg}} l/q},$$

wobei α einen Faktor bedeutet, den wir aus den Versuchen selbst bestimmen wollen und der annähernd gleich 1 sein muß.

Nach (31) und (32) ist also die äquivalente Kapazität C in elektrostatischem Maß:

$$(33) \quad C = \frac{0,217 \cdot \alpha}{\lg_{\text{vulg}} l/q} (l - l') \left(1 + \frac{1}{3} \left(2\pi \frac{l - l'}{\lambda} \right)^2 \right).$$

Verwendet man als Kapazität C eine Kugel, so ist

$$(34) \quad C = R \text{ (Kugelradius).}$$

Für eine dünne Kreisscheibe vom Radius R und der Dicke D ist¹⁾

$$(35) \quad C = \frac{2R}{\pi} \left(1 + \frac{1}{\pi} \frac{D}{R} \right).$$

Aber auch diese Formeln für C gelten streng nur für eine Scheibe bez. Kugel, von der andere Leiter sehr weit entfernt sind. Es ist also von vornherein möglich, daß, wenn wir (35) für die Formel (33) verwenden, dann α etwas verschiedene Werte annehmen kann.

Da durch besondere Versuche festgestellt wurde (vgl. weiter unten), daß mit großer Annäherung quadratische Metallscheiben ebenso wirken, wie Kreisscheiben von gleichem Flächeninhalt, so kann man (35) also auch zur Kapazitätsberechnung einer Quadratscheibe benutzen.

1) Vgl. Mathieu, l. c. in Anm. 1 p. 961. dieser Arbeit.

2. *Versuche.* Als Kapazitäten C wurden verwendet:

1. Eine Messingkugel vom Radius $R = 2,78$ cm.

$$C_1 = 2,78 \text{ cm.}$$

2. Eine Aluminiumkreisscheibe ¹⁾ vom Durchmesser $2R = 8,3$ cm, Dicke $D = 0,5$ mm.

$$C_2 = 2,65 \text{ cm.}$$

3. Eine Aluminiumkreisscheibe $2R = 15,0$ cm, $D = 0,5$ mm.

$$C_3 = 4,78 \text{ cm.}$$

4. Eine Aluminiumkreisscheibe $2R = 20,0$ cm, $D = 0,5$ mm.

$$C_4 = 6,36 \text{ cm.}$$

Die C sind nach (34) berechnet.

Wenn der Faktor α in Formel (33) eine absolute Konstante ist, so sollte die Äquivalentlänge $l - l'$ einer bestimmten Kapazität C nahezu unabhängig von l' sein; wegen des Nenners $\log l/\rho$ sollte sie nur ganz wenig mit wachsendem l' zunehmen. Die Versuche zeigen nun aber, daß bei sehr kleinem l' die Äquivalentlänge $l - l'$ größer ist, als bei größerem l' , daß aber von einem gewissen Werte l' an die Äquivalentlänge $l - l'$ konstant ist. Für sehr kleine l' (z. B. $l' = 1$ cm) hängt die Wirkung der Kapazität C auch von der Lage zur Spule ab, z. B. bei Kreisscheiben. Für größere l' tritt diese Komplikation nicht mehr auf. Wenn nämlich bei kleinem l' die Scheibe mit ihrer Fläche senkrecht gegen die Spulenachse gestellt wird, und zwar so, daß sie sich möglichst dem Endquerschnitt der Spule nähert, so ergibt sich eine kleinere Eigenwellenlänge λ , als wenn die Scheibe parallel zur Spulenachse verläuft. Ihre Orientierung in letzterem Falle, ob parallel oder senkrecht zu einem Spulenradius, ist für λ ohne Einfluß.

Der Grund dieser Erscheinung ist in den durch die magnetischen Kraftlinien der Spule in der Scheibe erzeugten Wirbelströmen zu suchen, welche die Selbstinduktion der ganzen Anordnung verkleinern, während durch die Annäherung der Scheibe an die Spule die Kapazität etwas gewachsen sein muß. Aus letzterem Grunde hätte also λ sich bei Annäherung der Scheibe vergrößern müssen.

1) Das Material hat keinen Einfluß. Eine Kupferscheibe desselben $\frac{1}{2}$ ergab die gleiche Wirkung.

Dieser Einfluß der Wirbelströme ist schon deutlich zu konstatieren, wenn bei einer isolierten Spule ohne Antennen eine Metallscheibe dem Endquerschnitt der Spule genähert, und etwa 1—2 cm parallel zu ihm isoliert über der Spule aufgestellt wird. Dadurch wird die Eigenwellenlänge λ der Spule bedeutend verkleinert. Das Material der Scheibe (ob Kupfer oder Aluminium) ist ohne Einfluß.¹⁾ Die Intensität der elektrischen Schwingungen, welche in der Spule durch Resonanz vom Erreger induziert wurden, ist etwas kleiner als ohne Scheibe. Dieser Einfluß der Wirbelströme macht sich auch geltend, wenn die Metallkugel als Kapazität C verwendet wird und sie dem Spulenendquerschnitt stark genähert wird.

Bei den folgenden Versuchen ist an dem oberen Spulende ein Antennendraht der Länge l'' und eine Kapazität (C_1, C_2, C_3, C_4 , Scheibe oder Kugel) befestigt, vertikal hängend an einem Faden. Wirbelströme waren bei dieser (vertikalen) Lage der Scheiben ausgeschlossen; bei der Kugel höchstens bei $l'' = 1$ cm von schwachem Einfluß. Am unteren Spulende ist ein vertikal frei herabhängender Draht eingehängt, dessen Länge l so abgeglichen wurde, daß das System (Spule + Antennen) dasselbe λ besaß, als wenn die obere Antenne ebenfalls durch eine Einfachdrahtantenne der Länge l ersetzt war. Es wurde mit mehreren Spulen operiert, um $h/2r, g/\delta', \lambda$ zu variieren. Die Beschaffenheit der Spulen ist aus den Köpfen der früheren Tabellen zu ersehen (vgl. p. 970 bis 977). Folgende Tabelle enthält die Resultate:

Kugel. $C_1 = 2,78$ cm.

Antennendicke $\delta = 1$ mm, d. h. $\varphi = \frac{1}{2}$ mm.

Spule	m	a	p		t	b
$h/2r$	0,20	0,33	0,65	0,65	4,15	4,74
l'' cm	1	1	1	17	1	1
$l-l''$ cm	30	31	30,5	31	32	26
$\frac{1}{2}\lambda$ cm ²⁾	790	490	540	600	550	510
α	1,18	1,15	1,16	1,21	1,11	1,34

1) Dies hängt mit dem Zusammendrängen der Strömung an die Metalloberfläche bei genügend schnellen Wechseln zusammen.

2) Die Werte von $\frac{1}{2}\lambda$ sind nur roh angegeben, weil dies für Formel (33) genügt.

Kreisscheibe. $C_2 = 2,65$ cm.

Spule	<i>m</i>			<i>a</i>						<i>b</i>			
δ mm	1	1	1	1	1	1	0,4	0,4	2	2	1	1	1
l' cm	1	9	26	1	9	24,5	1	9	1	24	1	9	25
$l-l'$ cm	31	29	29	32	29,5	30,5	39	37,5	26	26	28	29	30
$\frac{1}{2}\lambda$ cm	790	820	880	490	510	555	500	510	485	560	530	570	655
α	1,10	1,21	1,28	1,06	1,18	1,20	1,01	1,08	1,13	1,25	1,20	1,20	1,22

Kreisscheibe. $C_3 = 4,78$ cm.Antennendicke $\delta = 1$ mm.

Spule	<i>m</i>			<i>a</i>			<i>p</i>			<i>t</i>				<i>b</i>			
<i>r</i> cm	1	9	40	1	12	41	1	9	40	1	9	17	42	1	6	16	44
<i>r'</i> cm	66	65	61	69	63	59	71	65	58	65	63	60	58	59	59	59	59
<i>l</i> cm	900	945	1000	600	610	670	660	665	727	685	720	735	825	675	690	731	816
<i>α</i>	1,02	1,05	1,17	0,97	1,07	1,20	0,94	1,04	1,22	1,02	1,07	1,14	1,23	1,12	1,18	1,15	1,21

Kreisscheibe. $C_4 = 6,36$ cm.Antennendicke $\delta = 1$ mm.

Spule	m			a		p			t		b		
l'' cm	1	9		1	9	1	9	17	1	9	1	9	18
$l-l''$ cm	99	95		99	91	95	91	88	101	91	89	82	82
$\frac{1}{2} \lambda$ cm	1000	1010		670	670	715	727	740	830	825	780	782	816
α	0,95	1,00		0,91 ¹⁾	1,00	0,95	1,00	1,06	0,92	1,03	1,04	1,13	1,14

Quadratische Scheiben, die der Spulennachse parallel (d. h. also vertikal) als Antennen aufgehängt wurden, wirken genau so, wie gleich große Kreisscheiben. Dies wurde an zwei verschiedenen Quadratscheiben (Seitenlänge 13,3 cm bez. 17,7 cm) bei verschiedenen l' ($l' = 1$ cm bez. 17 cm) konstatiert. Dabei ist es auch gleichgültig, ob die Spitze des Quadrats an den Draht l' angelegt ist, oder ob l' an die Mitte einer Quadratseite angelegt wird.²⁾

1) Derselbe Wert ($\alpha = 0,90$) ergab sich auch, wenn eine Zylinderantenne $R = 1$ cm ($\bar{q} = 16$ mm, vgl. oben p. 979) angelegt wurde.

2) Die Anlegung erfolgte einfach durch ein kleines Stückchen Klebwachs.

Aus den Tabellen ergibt sich, daß der Faktor α von der angewendeten Spule und der Antennendicke δ unabhängig ist.¹⁾ Dagegen wächst bei bestimmten C der Faktor α etwas mit wachsendem l' . Ferner wird α mit wachsendem C kleiner. Für eine Kugel ist α etwas größer, als für eine Scheibe bei gleichem C (durch Einfluß der Wirbelströme); bei genügend großem l' , bei welchem der Einfluß der Wirbelströme verschwindet, ist α für Kugel und Scheibe gleich.

Für die Verhältnisse der Praxis kommen die ganz kurzen Entfernungen l' , die (der hier gewählten Anordnung geometrisch ähnlich) der Entfernung $l' = 1$ cm entsprechen, weniger in Betracht. $l' = 9$ cm und die größeren C dürften am meisten den Verhältnissen der Praxis entsprechen.

Wir können dann $\alpha = 1$ setzen, erhalten also die Formel, die direkt aus den Kapazitätsformeln eines Drahtes bez. einer Kreisscheibe abzuleiten ist:

$$(36) \quad C = \frac{0,217}{\log \text{vulg } l/\varrho} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l-l'}{\lambda}$$

bez. bei kleinem $l-l':\lambda$:

$$(37) \quad C = \frac{0,217}{\log \text{vulg } l/\varrho} (l-l') \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(2\pi \frac{l-l'}{\lambda} \right)^2 \right\};$$

dabei ist für eine dünne Scheibe der Oberfläche S (unabhängig von der Gestalt der Scheibe, sofern sie sich nicht zu sehr von quadratischer oder Kreisgestalt entfernt):

$$(38) \quad C = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

Die Oberfläche S einer Metallplatte, welche einer Länge $l-l'$ eines Antennendrahtes des Radius ϱ das elektrische Gleichgewicht hält, bestimmt sie also aus:

$$(36') \quad \sqrt{S} = \frac{0,603}{\log \text{vulg } l/\varrho} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l-l'}{\lambda}$$

$$(37') \quad \sqrt{S} = \frac{0,603}{\log \text{vulg } l/\varrho} (l-l') \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(2\pi \frac{l-l'}{\lambda} \right)^2 \right\}.$$

1) Nur für die Spule b hat sich α immer etwas größer ergeben, als für die anderen Spulen. — Bei C_2 wächst scheinbar für Spule a der Faktor α mit wachsendem δ , dagegen ist bei C_4 selbst bei der Zylinderantenne α ebenso groß, wie bei $\delta = 1$ mm.

Bei kleinem l'' ist darauf zu achten, daß die Platte nicht so liegt, daß die magnetischen Kraftlinien der Spule Wirbelströme in der Platte induzieren können. Bei größerem l'' soll die Platte S nicht durch Aufwärtsbiegen von l'' der Drahtantenne l stark genähert werden.¹⁾ Sonst kommt es auf die Lage von S nicht an.

Wenn nur ein Antennendraht an ein Spulenende angelegt wurde, so zeigte im Resonanzfalle die Vakuumröhre an dem anderen freien Spulenende starkes Leuchten, am Antennendraht und Antennenende aber nur sehr schwaches Leuchten. Man darf also jedenfalls bei der drahtlosen Telegraphie nicht mit einer Spule als Erreger arbeiten, die nur an einem Ende eine Antenne trägt, ohne ausbalanzierende Gegenkapazität am anderen Ende.²⁾

IV. Übergang und Reflexion elektrischer Wellen an der Grenze Spule-Draht.

Wir wollen zunächst Spule und Draht nur einseitig begrenzt annehmen, d. h. nur das Ende berücksichtigen, an dem Spule und Draht zusammenstoßen. Dieses Ende liege bei $z = 0$. Für negative z , d. h. in der Spule, ist dann zu setzen

$$(39) \quad i' = A_1' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) + A_2' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} \right),$$

für positive z , d. h. im Drahte, ist zu setzen

$$(40) \quad i = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) + A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} \right).$$

Die Indizes 1 beziehen sich auf die nach der $(+z)$ -Richtung fortgepflanzten Wellen, die Indizes 2 auf die nach der $(-z)$ -

1) Dadurch wird natürlich λ größer. In praxi ist ein solcher Einfluß nicht zu befürchten. Er ist überhaupt sehr gering. Wenn z. B. C_2 und $l'' = 17$ cm, $l = 50$ cm bei Spule p angewendet wurde, so wurde λ um $\frac{2}{3}$ Proz. größer, wenn l'' horizontal (anstatt vertikal) lag, um 5 Proz. größer, wenn l'' aufwärts gebogen und dem l auf 10 cm Abstand genähert wurde.

2) Diese von Braun eingeführte Gegenkapazität ist nicht nur für intensive Wellenerregung und -Strahlung wichtig, sondern schafft auch im Gegensatz zu dem von Slaby angewandten Erdschluß des anderen Spulenendes erst definierte Verhältnisse, bei denen man überhaupt von einer bestimmten Eigenperiode der induzierten Spule + Antenne sprechen kann. Denn wie schon Braun hervorgehoben hat, sind für schnelle elektrische Schwingungen die elektrischen Eigenschaften des Erdschlusses nach dem Bodenmaterial verschieden, auch wenn er feucht ist und der Erdschluß durch große Platten vermittelt wird.

Richtung fortgepflanzten Wellen. Nach den Gleichungen (3) und (4) p. 959 ist

$$(41) \quad V' = \frac{T}{\mathfrak{U} \lambda'} \left(A_1' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda'} \right) - A_2' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda'} \right) \right),$$

$$(42) \quad V = \frac{T}{\mathfrak{U} \lambda} \left(A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right).$$

Für $z = 0$ muß $i = i'$, $V = V'$ sein. Dies liefert die Bedingungen:

$$(43) \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = A_1' + A_2' \\ \beta(A_1 - A_2) = A_1' - A_2' \end{cases}$$

wobei (10)

$$\beta = \frac{\mathfrak{U} \lambda'}{\mathfrak{U} \lambda} = \frac{\mathfrak{U}' \sigma'}{\mathfrak{U} \sigma}$$

den Durchlaßindex bezeichnet.

Fallen die Wellen im Draht ein (A_1) gegen eine (unendlich lang gedachte) Spule, so wird ein Teil A_r an der Spule reflektiert (verbleibt also im Drahte), ein Teil geht auf die Spule über (A_d). Es ist in diesem Falle zu setzen:

$$(44) \quad A_1 = A_r, \quad A_2 = A_d, \quad A_1' = 0, \quad A_2' = A_d'.$$

Daher ergibt (43):

$$(45) \quad \frac{A_r}{A_d} = -\frac{1-\beta}{1+\beta}, \quad \frac{A_d'}{A_d} = \frac{2\beta}{1+\beta}.$$

Wenn der Durchlaßindex β klein ist, so wird die im Draht einfallende Stromwelle fast total (mit Umkehr der Stromrichtung) an der Spule reflektiert, und die Spule wirkt drosselnd, insofern die auf sie übergehende Stromamplitude sehr klein ist.

Für den umgekehrten Fall, d. h. falls die Wellen in der Spule einfallen gegen einen (unendlich lang gedachten) Draht, so ist zu setzen

$$(46) \quad A_1' = A_d', \quad A_2' = A_r', \quad A_1 = A_d, \quad A_2 = 0.$$

Daher ergibt (43)

$$(47) \quad \frac{A_r'}{A_d'} = \frac{1-\beta}{1+\beta}, \quad \frac{A_d}{A_d'} = \frac{2}{1+\beta},$$

d. h. bei kleinem β (Drosselspule) wird die in der Spule einfallende Stromwelle fast total ohne Umkehr der Stromrichtung reflektiert, und auf den Draht geht fast die doppelte einfallende Stromamplitude über.

Die Amplituden der Potentialwellen verhalten sich in beiden Fällen gerade umgekehrt, wie die Amplituden der Stromwellen, da nach (41) und (42) $A: \mathfrak{C} \lambda$, bez. $A': \mathfrak{C}' \lambda'$ als Amplituden der Potentialwellen zu deuten sind.

Eine Berechnung des Durchlaßindex β , d. h. auch der Wirkung einer Drosselspule auf Grund unserer Formel (16) p. 962 ist bei den bisher hier betrachteten beiden Fällen nicht ohne weiteres angängig, da diese Formel nur für Spulen und Drähte von endlicher Länge experimentell verifiziert ist, und für $l = \infty$ und $n = \infty$ die Formeln überhaupt ihren Sinn verlieren. Dagegen erlaubt Formel (10) den Schluß zu ziehen, daß die Drosselwirkung einer Spule um so bedeutender ist, je enger sie gewickelt ist (weil dadurch c'/c klein wird) und je weniger ihr Radius den Radius des die einfallenden Stromwellen führenden Drahtes übertrifft (weil dadurch $\mathfrak{C}':\mathfrak{C}$ möglichst klein bleibt).

Für die hier untersuchten Fälle des endlichen n und endlichen l bietet die Formel (47) insofern Interesse, als sie zeigt, daß bei kleinem β das Verhältnis der von der Spule auf die Antenne übergehenden Stromstärke zur induzierten Stromamplitude in der Spule jedenfalls beim ersten Auftreffen der Welle am Spulenende größer ist, als bei großem β . Insofern sollte man einen Vorteil in der Anwendung von Antennen und Spulen sehen, welche möglichst kleinen Durchlaßindex β bewirken, d. h. nach (16) eng gewundene Spulen¹⁾ und dicke Antennen (daher Käfigantennen) anwenden. — Indes werden die Verhältnisse doch durch die vielfachen Reflexionen²⁾ der Wellen an den Spulen- bez. Drahtenden anders. Zunächst ergibt sich aus (8) und (10):

$$(48) \quad A'^2 = A^2 \left(\sin^2 \frac{2\pi l}{\lambda} + \beta^2 \cos^2 \frac{2\pi l}{\lambda} \right),$$

d. h. es ergibt sich in der Tat immer ein größeres A , als A' , sowie $\beta < 1$ ist. Für $\beta = 0$ und $l = 0$ würde sich sogar $A = \infty$ ergeben. Aber dieser für kleine β und kleine l sich ergebende

1) In Formel (16) entsteht die Hauptveränderung, die man dem β durch verschiedene Spulen erteilen kann, durch die Windungszahl n . Der Faktor $f\sqrt{h/2r}$ ist in einem ziemlich großen Bereiche von $h/2r$ konstant (vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 329. 1902), während φ langsam mit $h/2r$ wächst.

2) Ohne zeitliche Dämpfung der Wellen würden unendlich viele Reflexionen zu berücksichtigen sein. Die Formeln (8) gelten für solche unendlich viel Reflexionen.

sehr große Wert von A entspricht tatsächlich doch nur einer kleinen Stromstärke in der Antenne wegen des in (2) auftretenden Faktors $\sin 2\pi(b-z)/\lambda$. Entscheidend für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie ist, abgesehen von der Strahlung, die Größe der Potentialamplitude am Ende der Antenne. Am Ende der Antenne ist nun für $t=0$ nach (6)

$$(49) \quad V = -\frac{AT}{\mathfrak{C}\lambda} = -\frac{A}{\mathfrak{C}c},$$

während am freien Ende einer Spule ohne Antenne nach (5) ist

$$(50) \quad V' = -\frac{A'_0 T_0}{\mathfrak{C}' \lambda'_0} = -\frac{A'_0}{\mathfrak{C}' c'}.$$

Wenn nun $A'_0 = A'$ wäre, d. h. wenn die in der Spule durch den Erreger induzierte Stromamplitude ohne Antenne ebenso groß wäre, als die mit angehängter Antenne erregte Stromamplitude, so würde nach (49), (50) und (48) sein:

$$(51) \quad V:V' = \frac{\beta}{\sqrt{\sin^2 \frac{2\pi l}{\lambda} + \beta^2 \cos^2 \frac{2\pi l}{\lambda}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1-\beta^2}{\beta^2} \sin^2 2\pi \frac{l}{\lambda}}},$$

d. h. das Potential am Antennenende wurde, falls $\beta < 1$ wäre, kleiner sein als am freien Ende der Spule ohne Antenne, dagegen würde durch Antennen, welche den Durchlaßindex β möglichst groß machen, d. h. bei Spulen von wenig Windungszahl n und kleiner Antennendicke ρ , das Potential am freien Antennenende stark gesteigert werden gegenüber dem Potential am Spulenende ohne Antenne.

Nun ist aber die Voraussetzung $A'_0 = A'$ nicht zutreffend, sondern es ist $A'_0 < A'$, weil durch die Antenne die Periode T vergrößert wird; daher muß, um Resonanz zwischen Primär- und Sekundärsystem zu erhalten, ersteres mit größerer Kapazität, d. h. auch größerer Energie gespeist werden, und es ist $A' > A'_0$. Aus diesem Grunde muß also die Anwendung von Antennen, selbst bei kleinem β , vorteilhaft sein, besonders aber, weil durch Antennen, besonders durch dicke Vielfachantennen (Käfigantennen) die Strahlung vergrößert wird.¹⁾ Welches nun die theoretisch besten Werte für β und beste Konstruktion von Spule und Antenne ist, soll in einer späteren Arbeit behandelt werden.

1) Die theoretische Abhängigkeit der Strahlung von der Dicke bei einem einzigen geraden Drahte hat M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 462. 1898 berechnet.

Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Auf p. 960, 962, 963 und 978 sind Formeln [(12), (12'), (16), (17), (18)] und eine Tabelle (für q , p. 978) angegeben, welche die Eigenwellenlänge einer Spule mit angehängter Antenne zu berechnen erlauben.

2. Eine Vielfachantenne (Käfigantenne), die eventuell inhomogen sein kann (teils Vielfach-, teils Einfachantenne), wirkt wie eine Einfachantenne aus einem Drahte, dessen Radius gleich ist dem Radius (bei wenig Drähten der Vielfachantennenstücke), bez. dem Durchmesser (bei viel Drähten der Vielfachantennenstücke) des für die ganze Länge geltenden, von den Antennen-drähten umspannten mittleren Querschnittes (indem derselbe als Kreis berechnet ist).

3. Die Flächengröße S einer Metallplatte, welche einem Antennenstück der Länge l das elektrische Gleichgewicht (als Gegenantenne) hält, ist zu berechnen aus:

$$\sqrt{S} = \frac{0,608 \cdot l}{\text{brigg log } l/q},$$

falls $l:\lambda$ klein ist. Für größere Werte $l:\lambda$ und für einen allgemeinen Fall ist die Formel auf p. 990 angegeben.

4. Eine Spule wirkt gegen Wechselströme um so mehr abdrosselnd, je enger sie gewickelt ist, und je weniger ihr Radius den Radius des die Wechselströme führenden geraden Drahtes übertrifft.

5. Der Vorteil der Anwendung von Antennen bei den Erregern der drahtlosen Telegraphie liegt etwas an Verlangsamung der Periode, besonders aber an Vermehrung der Strahlung. Beides wird besonders durch dicke Antennen erreicht. Aus beiden Gründen sind daher Vielfachantennen (Käfigantennen) günstig, da sie bei großer Gewichtsersparnis dicke Antennen ersetzen (vgl. Nr. 2).

6. Die halbe Wellenlänge der Maximalerregung eines einzelnen geraden Drahtes ergibt sich experimentell meist etwas abweichend (größer), als seine Länge. Dies rührt wahrscheinlich wesentlich von Störungen (Kapazitätsvermehrung durch die Umgebung) und etwas von der vergrößerten Dämpfung (durch Strahlung) her.

Giessen, 3. Mai 1903.

(Eingegangen 3. Mai 1903.)

5. Die diffuse Reflexion des Lichtes an matten Oberflächen; von Fritz Thaler.

(Hierzu Taf. VI.)

(Auszug aus der Kieler Inaugural-Dissertation.)¹⁾

§ 1. Einleitung.

Beleuchtet man eine ebene matte Fläche df unter einem bestimmten Einfallswinkel und betrachtet man die Fläche df in einer Richtung, die mit der Normalen der Fläche den Winkel α bildet, so ist nach Lambert²⁾ der Einfluß dieser Richtung

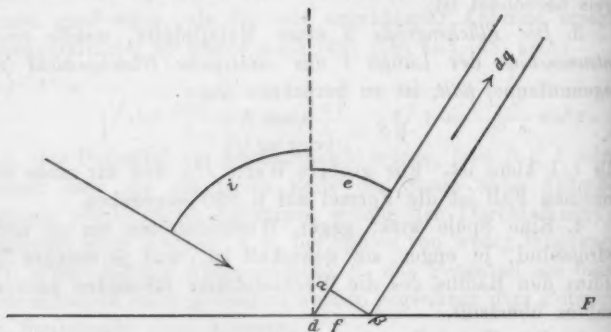


Fig. 1.

der, daß die Lichtmenge, die von df reflektiert wird, mit $\cos \alpha$ proportional ist. Da aber nun die scheinbare Größe des reflektierenden Elementes gleichfalls mit $\cos \alpha$ proportional ist, so fällt nach Lambert der Einfluß dieser Richtung, unter der man die Fläche betrachtet, vollkommen fort. Eine matte reflektierende Fläche müßte also nach allen Richtungen hin gleich hell erscheinen. Es sei z. B. F eine Fläche, die bei der Inzidenz i beleuchtet wird. Von dem Flächenelement df gehe in der Richtung e die Lichtmenge dq fort. Dann ist nach dem dritten Lambertschen Gesetz dq proportional

1) Der Fakultät eingereicht im Juni 1902.

2) J. H. Lambert, *Photometria sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae*. Augsburg 1760.

$df \cos e = C \cdot df \cos e$. Die Helligkeit H_e , in welcher die Fläche F in der Richtung e erscheint, ist:

$$H_e = \frac{dq}{\alpha \beta} = \frac{dq}{df \cos e},$$

also:

$$H_e = \frac{C df \cos e}{df \cos e} = C.$$

Diese Konstante ist bedingt durch die auf F fallende Lichtmenge, also proportional mit $\cos i$ und noch abhängig von dem Reflexionsvermögen der Fläche F .

Schon Bouguer¹⁾ fand das Lambertsche Kosinusgesetz auf Grund seiner Beobachtungen nicht bestätigt und zu demselben Resultate wie Bouguer sind noch eine große Reihe von anderen Autoren gekommen. Erwähnt seien hier Kononowitsch²⁾, Seeliger³⁾, Lommel⁴⁾, Messerschmitt⁵⁾ und Chwolson.⁶⁾ W. Möller⁷⁾ dagegen fand durch Beobachtungen, die er an glühenden Metallplatten anstellte, das Lambertsche Gesetz in diesem Falle vollkommen bestätigt, während nach den Versuchen von Ångström⁸⁾ und Godard⁹⁾ das Gesetz nur annähernd richtig ist.

Bei allen diesen Untersuchungen ist nun der Winkel, den die durch die Normale der beleuchteten Fläche und den ein-

1) M. Bouguer, *Essai d'optique*, Paris 1729; *Traité d'optique*, Paris 1760.

2) A. Kononowitsch, *Schriften der math. Abt. der neuruss. naturforschenden Gesellschaft* 2.; *Fortschritte der Physik* 35. p. 490. 1879; *Schriften der neuruss. (Kiew) Universität* 22. p. 107; *Fortschritte der Physik* 37. (2) p. 481. 1881.

3) H. Seeliger, *Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der Königl. bayr. Akad. der Wissenschaft zu München*. Heft 2. p. 201. 1888; *Vierteljahrsschrift der astr. Gesellschaft* 21. p. 220. 1886.

4) E. Lommel, *Wied. Ann.* 10. p. 449. 631. 1880; *Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der Königl. bayr. Akad. der Wissenschaft zu München* p. 95. 1887.

5) J. B. Messerschmitt, *Wied. Ann.* 34. p. 867. 1888.

6) O. Chwolson, *Mélanges phys. et chim. tirés du Bull. de St. Petersbourg* 12. (Beibl. 11. p. 149. 1887 u. *Fortschritte der Physik* 42. p. 85. 1886.)

7) W. Möller, *Wied. Ann.* 24. p. 266. 1884.

8) K. Ångström, *Wied. Ann.* 26. p. 253. 1885.

9) L. Godard, *Ann. de chim. et phys.* 10. p. 354. 1887; *Journ. de Phys.* (2) 7. p. 435. 1888.

fallenden Strahl gelegte Ebene (Inzidenzebene) mit der durch die Normale und den austretenden Strahl gelegten Ebene (Emanationsebene) bildet, und den wir das Azimut nennen wollen, unberücksichtigt geblieben. Vielmehr mußte dieses Azimut nach allen bisher aufgestellten Formeln ohne Einfluß sein, und es mußte bei einem bestimmten Einfallswinkel und bei gegebenem Ausfallswinkel die Helligkeit nach allen Richtungen im Raume die gleiche sein. Hier ist es nun das große Verdienst Wieners, zuerst auf die Bedeutung des Azimutes hingewiesen und dasselbe berücksichtigt zu haben. Und bei den Beobachtungen, die er an Gips über den Einfluß des Azimutes anstellte, ergab sich, daß dasselbe unter keinen Umständen vernachlässigt werden darf, sondern sogar von ganz erheblichem Einfluß ist. Die Beobachtungen von Wiener sind nun, wie er selbst anerkennt, mit sehr wenig genauen Hilfsmitteln angestellt worden. So beobachtet er die zu untersuchende Platte mit dem bloßen Auge, indem er die Helligkeit derselben bei den verschiedenen Konstellationen der Winkel mit einer zweiten gleich großen Platte, deren Helligkeit er gleich 1 setzt, vergleicht. Sodann hat er eine sehr unvollkommene Beleuchtungsvorrichtung. Er beleuchtet nämlich beide Platten mit je einer Stearinkerze, von denen sechs auf das Pfund kommen, deren Flammen er durch Biegen des Dochtes in das Innere der Flamme vergrößern konnte, und die er auf möglichst gleicher Flammenhöhe zu halten suchte. Ferner bediente er sich einer ziemlich unvollkommenen Winkelmessung. Um die drei Winkel: Inzidenz-, Emanationswinkel und das Azimut zu messen, schnitt er aus Karton eine Kreisscheibe, die in der Weise mit Einschnitten versehen war, daß man durch Umbiegen eine körperliche Ecke herstellen konnte, von der zwei Seiten und zwei Winkel Rechte waren, die dritte Seite und der dritte Winkel, die einander gleich waren, sich von $0-180^\circ$ verändern konnten. Legte er nun diese veränderliche Seite auf die Gipsplatte, so bildete die nicht in der Platte liegende Kante die Flächennormale und während die durch sie begrenzten Seiten die Ein- und Ausfallsebene angaben, gab die dritte veränderliche Seite das Azimut an. Alle Seiten waren nun mit Gradeinteilungen versehen und von dem Scheitel der Ecke konnte eine Schnur, die in der Ecke

befestigt war, einmal nach dem Auge, dann nach dem Licht geführt werden, wodurch der Inzidenz- und Emanationswinkel gemessen werden konnte. Der Grundkreis gab bei dieser Anordnung das Azimut an. Wie aber das bloße Auge bei schlechter Abgrenzung und Umschließung der zu vergleichenden Flächen bei geringen Helligkeitsunterschieden, und um solche handelt es sich doch bei dem vorliegenden Problem, in der Regel wenig empfindlich ist, andererseits die Flammen der Stearinkerzen sicherlich mit wenig gleicher Intensität brannten, und die Winkelmessung auch keine exakte ist, so ließen die Wienerschen Versuche noch an Genauigkeit zu wünschen übrig. Sehr vermißt man bei seinen Beobachtungen aber, daß er gar nicht angibt, wie seine Gipsoberfläche eigentlich beschaffen gewesen ist. Wie sehr aber bei verschiedenartiger Beschaffenheit der Oberfläche bei ein und demselben Körper die Erscheinung der diffusen Reflexion wechselt, werden wir in einem späteren Abschnitte noch näher kennen lernen. Wiener selbst spricht dann auch am Schlusse seiner Arbeit den Gedanken aus, daß es wünschenswert wäre, mit feineren Hilfsmitteln, als sie ihm zu Gebote standen, weitere Untersuchungen an verschiedenen Stoffen mit wechselnder Oberflächenbeschaffenheit anzustellen.

Auf Anregung des Prof. Dr. Leonhard Weber in Kiel habe ich dann diese Beobachtungen an mehreren Stoffen mit wechselnder Beschaffenheit der Oberfläche angestellt.

§ 2. Beschreibung der Apparate.

Auf einem dreifüßigen Gestell, das während der Beobachtungen fest an einem Tisch angeschraubt war, befand sich in einem Rahmen, der mit Zapfen in zwei Lagern ruhte, die zu untersuchende Platte. Hierdurch war es möglich, die Platte um eine in ihrer Ebene liegende und durch ihren Mittelpunkt hindurchgehende horizontale Achse zu drehen. Der Drehungswinkel wurde an einem Vertikalkreise abgelesen. Sodann befanden sich jene beiden Lager in einem weiteren Gehäuse, das eine Drehung um eine stets durch den Mittelpunkt der Platte gehende Vertikalachse gestattete. Unter diesem Gehäuse befand sich um dieselbe vertikale Achse drehbar eine horizontale Leiste, die nach der einen Seite über 1 m lang

war und nach der anderen Seite durch Gegengewichte ausbalanciert war. An zwei Teilkreisen konnte die Drehung der Leiste für sich und ihre relative Drehung gegen das Gehäuse abgelesen werden. Beide Ablesungen konnten dabei mittels je zweier gegenüberliegender Indizes an Teilkreisen vorgenommen werden. Parallel mit der oben genannten Leiste auf die Mitte der Platte zu gerichtet war die Inzidenzrichtung des Lichtes. Die Emanationsrichtung war im Raume konstant nach dem auf die Mitte der Platte unveränderlich eingestellten Photometer. Mit Hülfe der angegebenen drei Drehungen des Rahmens, des Gehäuses und der Leiste können nun alle Stellungen der Platte, die notwendig sind, um bei verschiedenen Inzidenz-, Emanationswinkeln und Azimuten zu beobachten, erreicht werden. Bezeichnen wir die Inzidenzwinkel mit i , die Emanationswinkel mit e und die Azimute mit v , so gehören zu jeder beliebigen Zusammenstellung der drei Winkel i , e , v drei andere Winkel, die am Apparat einzustellen sind. Bezeichnen wir nun eine Drehung um die horizontale Achse mit φ , eine Drehung des Gehäuses mit ω_1 und eine Drehung der Leiste mit ω_2 , so finden, wie eine leichte trigonometrische Überlegung zeigt, zwischen i , e , v und ω_1 , ω_2 , φ folgende Beziehungen statt:

$$\cos \omega_1 = \cos i \cos e + \sin i \sin e \cos v,$$

$$\operatorname{tg} \omega_2 = \frac{\cos i}{\cos e \cdot \sin \omega_1} - \cotg \omega_1,$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos e}{\cos \omega_2}.$$

Nach diesen drei Formeln wurden dann für alle Winkel i , e , v die dazu gehörigen Winkel ω_1 , ω_2 , φ ausgerechnet und zwar wurde

$$i = 10, 30, 50, 70, 80,$$

$$e = 10, 30, 50, 70, 80,$$

$$v = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180$$

gesetzt.

Die Ausrechnung selbst geschah bis auf Bruchteile von Minuten, während später bei der Einstellung am Apparat bis auf ganze Grade abgerundet wurde, da der Apparat nur Einstellungen bis zu einem Grad Genauigkeit gestattete. Ein Fehler kommt aber auf diese Weise nicht in die Beobachtungen herein, da man Helligkeitsunterschiede bei Einstellungen, deren Differenz nur einen Grad beträgt, nicht mehr wahrnehmen kann.

Auf der schon oben erwähnten bis auf einen Meter verlängerten Leiste befand sich sodann ein kleiner Schlitten, der eine Petroleumlampe trug, und zwar derart, daß die Mitte der Petroleumflamme in gleicher Höhe mit dem Mittelpunkt der zu untersuchenden Platte war, so daß das einfallende Licht der Leiste parallel lief. Die Petroleumlampe, die bei allen Beobachtungen in der Entfernung von 1 m aufgestellt war, lieferte das zur Beleuchtung der Platte erforderliche Licht. Eine andere Lichtquelle als eine Petroleumlampe zu verwenden, war nicht ratsam, denn eine stets gut gereinigte Petroleumlampe, die mit bestem Öl gespeist wird, liefert immer noch eine am konstantesten brennende Lichtquelle von zugleich ausreichender Helligkeit. H. Wright¹⁾ benutzt zwar bei seinen photometrischen Messungen über die diffuse Reflexion eine Bogenlampe, aber eine solche ist doch am allerersten Intensitätsschwankungen unterworfen.

Die Petroleumlampe wurde immer $\frac{1}{2}$ Stunde vor den eigentlichen Beobachtungen angezündet und einige Versuche, die angestellt wurden, um dann noch etwaige Unterschiede in der Intensität derselben zu konstatieren, zeigten, daß solche nicht mehr wahrnehmbar waren. Sollte aber durch das spätere Sinken des Petroleums in dem Behälter eine Differenz bedingt gewesen sein, so wurde der dadurch entstehende Fehler auf die Weise eliminiert, daß nach jeder Beobachtungsreihe wieder auf die Anfangs- oder Normallage eingestellt wurde. Die Normallage war, da bei $i = 0$, $e = 0$, $\nu = 0$ nicht beobachtet werden konnte, $i = 0$, $e = 5$, $\nu = 0$. Auf diese Lage beziehen sich daher auch alle Beobachtungen, indem die Helligkeit in dieser Richtung gleich 1 gesetzt wurde, die Zahlen also, die später in den Tabellen aufgeführt sind, beziehen sich alle auf diese Lage.

Die Helligkeit der zu untersuchenden Platte wurde mit dem von Prof. L. Weber konstruierten Photometer gemessen, das mit einem Lummer-Brodhunschen Prisma ausgestattet war. Als Vergleichslampe diente eine zum Photometer gehörige Benzinflamme, die auf der konstanten Höhe von 2 cm gehalten wurde. Auch diese Flamme wurde immer $\frac{1}{2}$ Stunde vor Beginn der Beobachtungen angezündet, und etwa später

1) H. Wright, Ann. d. Phys. 1. p. 17. 1900.

im Laufe der Beobachtungen eintretende Schwankungen wurden gleichfalls durch das Einstellen auf die Vergleichslage vor und nach jeder Beobachtungsreihe eliminiert. Die Gesamtorientierung von Photometer, Lichtquelle und der zu untersuchenden Platte war derart, daß bei der idealen Nulllage, also bei $i = e = v = 0$ die Achse des Photometers, der Mittelpunkt der Lichtquelle und der zu untersuchenden Platte, der durch ein Fadenkreuz ermittelt werden konnte, in einer Geraden lag.

§ 3. Die Beobachtungsmethode.

Die photometrische Messung geschah nach der schon von Seeliger und H. Wright benutzten Methode. Es ist nämlich

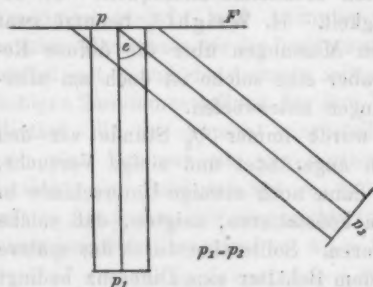


Fig. 2.

die Größe p des untersuchten Teiles der Platte nicht konstant, sondern wächst mit wachsendem Emanationswinkel um den Betrag $1/\cos e$. Dagegen ist die Projektion der Platte auf die zum beobachteten Strahl senkrechte Ebene für jeden Emanationswinkel konstant.

Die Messung geschah nun so, daß für ein und denselben Inzidenzwinkel und für dasselbe Azimut bei verschiedenen Emanationswinkeln beobachtet wurde und zwar in der Reihenfolge:

$$e = 10, 30, 50, 70, 80, 70, 50, 30, 10,$$

so daß man also für jedes e zwei Werte erhielt. Zeigte sich dann bei den für dasselbe e gefundenen Werten eine Differenz, die größer als 1 Proz. war, so wurde die ganze Beobachtungsreihe verworfen und von neuem angestellt. Ebenso wurde die Beobachtungsreihe dann verworfen, wenn ein Unterschied in den beiden Normalstellungen vor und nach der Versuchsreihe eingetreten war, der größer als 1 Proz. war. Bei sehr großen Inzidenzen wurde nun die Intensität in der Normalstellung sehr gering, so daß hier ein etwas größerer Fehler in die Beobachtungen herein kommen könnte. Denn je dunkler das Gesichtsfeld ist, desto geringer ist die Fähigkeit des Auges,

geringe Lichtunterschiede wahrzunehmen. Allein hier begnügte ich mich nicht mit je zwei Werten für denselben Emanationswinkel, sondern ich nahm vier Einstellungen vor, so daß auch diese Werte nur einen Fehler haben können, der wenig größer als 1 Proz. sein dürfte. Aus den zwei bez. vier gefundenen Werten für denselben Emanations-, Inzidenzwinkel und dasselbe Azimut wurde dann das Mittel genommen. Die eigentliche Beobachtung geschah nun auf folgende Weise. Nachdem die zu untersuchende Platte in die Normalstellung gebracht worden war, wurde die Milchglasscheibe des Photometers so eingestellt, daß das Gesichtsfeld im Photometer überall die gleiche Helligkeit zeigte. In dieser Lage wurde dann der Abstand der Milchglasscheibe von der Benzinflamme abgelesen. Setzt man den Abstand gleich r_0 , so ist die Helligkeit, unter der die Platte erscheint, proportional mit $\frac{1}{r_0^2}$. Also $H_0 = \lambda \frac{1}{r_0^2}$, wo λ ein unbekannter Proportionalitätsfaktor ist. Bringt man jetzt die Platte in irgend eine andere Lage, so ändert sich im allgemeinen die Helligkeit in dem einen Teile des Gesichtsfeldes. Ändert man jetzt die Lage der Milchglasscheibe so, daß die Helligkeit des Gesichtsfeldes wieder eine gleichmäßige ist, so möge in dieser Lage der Abstand der Milchglasscheibe von der Benzinflamme mit r bezeichnet werden. Alsdann ist die Helligkeit H unter der die Platte jetzt erscheint, proportional mit $\frac{1}{r^2}$. Also $H = \lambda \frac{1}{r^2}$. Die beiden Helligkeiten H_0 und H sind also durch die Gleichung verbunden:

$$H_0 : H = \lambda \cdot \frac{1}{r_0^2} : \lambda \frac{1}{r^2} = r^2 : r_0^2.$$

Wird nun die Helligkeit in der Normalstellung gleich 1 gesetzt, so kann darauf die Helligkeit in allen anderen Lagen bezogen werden und es ist:

$$H = \frac{r_0^2}{r^2}.$$

Auf diese Weise wird dann die gewünschte Größe erhalten, nämlich die Helligkeit, unter der die zu untersuchende Platte bei dem Inzidenzwinkel i , dem Emanationswinkel e und dem Azimut v erscheint. Die in der angegebenen Weise gefundenen und ausgeglichenen Werte sind dann in den folgenden Tabellen niedergelegt.

§ 4. Das Beobachtungsmaterial.

Zu den von mir untersuchten Platten ist noch folgendes zu bemerken:

1. *Mattes Glas.* Eine gewöhnliche Milchglasscheibe war durch äußerst feinen Schmirgel so lange abgerieben und bearbeitet worden, bis die spiegelnde Glasfläche gänzlich verschwunden war. Die Platte hatte wie alle übrigen eine Größe von 22 cm². Sie besaß ein sehr gleichmäßiges mattes Aussehen.

2. *Magnesiumoxyd.* Dieselbe Platte wie vorhin war horizontal aufgehängt und unter ihr Magnesiumband so lange abgebrannt worden, bis sich das weiße Magnesiumoxyd als eine schöne weiße Schicht gleichmäßig auf der Platte niedergeschlagen hatte. Eine auf solche Weise genügend dick hergestellte Magnesiumschicht ist ein ausgezeichneter Repräsentant zerstreut reflektierender Flächen.

3. *Gips I.* Um zu beobachten, welchen Einfluß Änderungen der Oberfläche der zu untersuchenden Substanz auf die Erscheinung der diffusen Reflexion haben kann, wurde Gips in verschiedenen Modifikationen der Oberfläche beobachtet. Gips I wurde folgendermaßen gewonnen. Ein quadratischer Rahmen von den Dimensionen des Apparates wurde auf eine mit Alkohol abgeriebene, äußerst reine Spiegelglasscheibe gelegt. Alsdann wurde in die so entstandene Form der vorher bereitete Gipsbrei gegossen. Auf diese Weise wurde als Abdruck der Glasscheibe eine Platte gewonnen, die genügend definiert ist, da sie jederzeit wieder hergestellt werden kann. Die Platte war ziemlich gleichmäßig und zeigte nur bei äußerst kleinen Einfallswinkeln eine glänzende Oberfläche. Sehr große Schwierigkeit bereitete die Beschaffung von wirklich reinem Gips. Der von mir benutzte, aus Alabaster hergestellte Gips stammte aus der chemischen Fabrik von H. Merck in Darmstadt.

4. *Gips II.* Dieselbe Platte wie vorhin wurde mit einem weichen Wollappen abgerieben, so daß also der direkte Abdruck von der Spiegelglasscheibe verschwand, und die Oberfläche ein klein wenig rauher war wie Gips I.

5. *Gips III.* Eine Glasplatte von den Dimensionen des Apparates wurde zunächst angefeuchtet. Sodann wurde durch ein äußerst feines Gazenetz feinsten Gips darüber gebreitet, so

daß sich eine schöne, gleichmäßig rauhe Gipsschicht auf der Platte bildete.

Noch weiter in der Rauigkeit der Oberfläche zu gehen, hielt ich nicht für angebracht, da hier die genaue Definition vollkommen aufhört. Messerschmitt hat aber noch einige Versuche bei noch rauheren Oberflächen, wenn auch nur in einer Ebene $\nu = 0$, vorgenommen, die sich an meine Beobachtungen vielleicht anschließen könnten. Er nahm ein ebenes Brettchen und strich feuchten Gips darauf, dem er beliebige Erhöhungen bis zu 1 cm Höhe gab. Wie er sagt, sah eine solche Fläche einer Mondlandschaft in Gips nicht unähnlich. Diese Fläche ließ er dann trocknen und beobachtete sie. Sie ist bei ihm mit Gips B bezeichnet, während Gips A ebenso hergestellt wurde, nur streute er bevor die Masse getrocknet war, trockenen Gips auf die Oberfläche, wodurch diese ein noch rauheres Ansehen bekam. Zur Ergänzung meiner Beobachtung werde ich die Tabellen für Gips B und Gips A, die sich bei Messerschmitt befinden, am Schlusse meiner Tabellen mit aufnehmen.

§ 5. Die Beobachtungen.

In den Tabellen I sind immer die Zahlen aufgeführt, wie sie auf Grund der in § 3 auseinandergesetzten Beobachtungsmethode gefunden worden sind. In den Tabellen II sind die Zahlen der Tabellen I noch durch $\cos i$ dividiert. Es müßten diese Zahlen sämtlich gleich 1 sein im Falle der Gültigkeit der Lambertschen Formel. Die Abweichungen der Zahlen von 1 lassen daher erkennen, nicht nur wie bei konstanter Inzidenz die Helligkeit von ϵ und ν abhängt, sondern auch wie auf diese Helligkeit die Inzidenz einwirkt ohne Rücksicht der durch die Inzidenz verminderten Beleuchtungsstärke.

Ferner ist noch zu bemerken, daß in den Tabellen die Zahlen, die sich bei dem Azimut $\nu = 0$ an den Stellen $i = \epsilon$ befinden, nicht direkt durch Beobachtungen an jenen Stellen gewonnen sind, da hier die Richtung des Photometers mit der Richtung des einfallenden Lichtes zusammenfällt, sondern durch solche Beobachtungen, die in möglichster Nähe derselben lagen. In den Tabellen sind sie daher durch schrägen Druck kenntlich gemacht.

Tabelle I für mattes Glas.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
e			$r = 0^\circ$		
10	0,9852	0,8472	0,5938	0,2784	0,1274
30	0,9243	0,8197	0,5843	0,2691	0,1265
50	0,8415	0,7809	0,5783	0,2641	0,1255
70	0,8299	0,7440	0,5363	0,2506	0,1225
80	0,7575	0,6660	0,5141	0,1991	0,1147
			$r = 30^\circ$		
10	0,8036	0,7986	0,5604	0,2917	0,1162
30	0,8782	0,8037	0,5481	0,2751	0,1204
50	0,8099	0,7395	0,5783	0,2683	0,1322
70	0,8031	0,6972	0,5770	0,2761	0,1423
80	0,7165	0,6623	0,5548	0,2573	0,1493
			$r = 60^\circ$		
10	0,8075	0,8049	0,5513	0,2971	0,1149
30	0,8348	0,8256	0,5699	0,2926	0,1165
50	0,8034	0,8214	0,5867	0,2979	0,1219
70	0,7774	0,8090	0,5821	0,2961	0,1427
80	0,7055	0,7518	0,5730	0,2631	0,1485
			$r = 90^\circ$		
10	0,8024	0,8010	0,5604	0,3045	0,1175
30	0,8174	0,8257	0,5762	0,3037	0,1271
50	0,7944	0,8235	0,5900	0,3053	0,1305
70	0,7642	0,8740	0,5787	0,3063	0,1475
80	0,7250	0,7257	0,5423	0,2870	0,1420
			$r = 120^\circ$		
10	0,8163	0,8121	0,5635	0,3053	0,1197
30	0,8345	0,8425	0,5820	0,3386	0,1233
50	0,8253	0,8236	0,6113	0,3417	0,1525
70	0,7827	0,7647	0,5874	0,3447	0,1551
80	0,7542	0,7350	0,5543	0,2726	0,1653
			$r = 150^\circ$		
10	0,8219	0,8062	0,5762	0,3088	0,1213
30	0,8653	0,8523	0,6112	0,3498	0,1456
50	0,8520	0,8330	0,6760	0,3718	0,1757
70	0,8368	0,7983	0,6777	0,4153	0,2023
80	0,8174	0,7826	0,6623	0,4271	0,2285
			$r = 180^\circ$		
10	0,9757	0,8466	0,5981	0,2938	0,1396
30	0,9600	0,8751	0,6436	0,3407	0,1711
50	0,9337	0,8997	0,7486	0,4938	0,2591
70	0,8997	0,9172	0,9393	0,9697	0,7759
80	0,8183	0,8688	1,0193	1,5805	2,1852

Tabelle II für mattes Glas.

$i = 0^\circ$	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
e			$r = 0^\circ$		
14	1,0000	0,9782	0,9237	0,8139	0,7338
35	0,9385	0,9465	0,9089	0,7869	0,7286
55	0,8544	0,9018	0,8996	0,7721	0,7227
75	0,8427	0,8590	0,8354	0,7326	0,7051
97	0,7698	0,7691	0,7998	0,5820	0,6603
			$r = 30^\circ$		
32	0,8211	0,9222	0,8718	0,8528	0,6692
54	0,8918	0,9281	0,8527	0,8043	0,6931
72	0,8222	0,8539	0,8997	0,7843	0,7613
93	0,8155	0,8051	0,8977	0,8071	0,8195
	0,7275	0,7648	0,8681	0,7523	0,8599
			$r = 60^\circ$		
49	0,8200	0,9294	0,8576	0,8688	0,6613
65	0,8476	0,9533	0,8865	0,8555	0,6710
89	0,8177	0,9485	0,9128	0,8125	0,7020
97	0,7895	0,9841	0,9056	0,8657	0,8220
85	0,7164	0,8681	0,8915	0,7693	0,8552
			$r = 90^\circ$		
75	0,8165	0,9249	0,8719	0,8903	0,6767
71	0,8900	0,9538	0,8965	0,8882	0,7320
55	0,8066	0,9509	0,9166	0,8927	0,7517
75	0,7940	0,9053	0,8925	0,8957	0,8495
20	0,7362	0,8879	0,8437	0,8585	0,8174
			$r = 120^\circ$		
97	0,8289	0,9379	0,8767	0,8927	0,6894
33	0,8473	0,9728	0,9148	0,9901	0,7102
25	0,8880	0,9510	0,9511	0,9989	0,8780
51	0,7948	0,8890	0,9198	1,031	0,8933
53	0,7656	0,8487	0,8623	0,7971	0,9518
			$r = 150^\circ$		
13	0,8346	0,9309	0,8965	0,9028	0,6920
56	0,8787	0,9841	0,9509	1,023	0,8385
57	0,8652	0,9618	1,052	1,087	1,012
23	0,8497	0,9217	1,054	1,214	1,165
85	0,8300	0,9087	1,030	1,249	1,316
			$r = 180^\circ$		
96	0,9907	0,9776	0,9305	0,8590	0,8039
11	0,9757	1,010	1,001	0,9962	0,9901
91	0,9481	1,039	1,165	1,411	1,492
59	0,9136	1,059	1,461	2,335	4,468
52	0,8310	1,003	1,623	4,517	12,584

Tabelle I für Magnesiumoxyd.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
e			$\nu = 0^\circ$		
10	0,9731	0,8092	0,5563	0,2485	0,1165
30	0,9098	0,8697	0,5622	0,2580	0,1213
50	0,8525	0,8095	0,6371	0,2802	0,1376
70	0,7669	0,7029	0,5114	0,3628	0,1779
80	0,6537	0,5980	0,5073	0,3336	0,2230
			$\nu = 30^\circ$		
10	0,9678	0,8064	0,5614	0,2749	0,1050
30	0,9200	0,8100	0,5873	0,2800	0,1224
50	0,8671	0,7781	0,5614	0,2826	0,1326
70	0,7695	0,7014	0,4869	0,3026	0,1597
80	0,6845	0,6443	0,4836	0,2906	0,1695
			$\nu = 60^\circ$		
10	0,9520	0,8189	0,5585	0,2632	0,1092
30	0,9018	0,8277	0,5771	0,2803	0,1263
50	0,8587	0,7747	0,5671	0,2859	0,1301
70	0,7522	0,7103	0,5343	0,3099	0,1529
80	0,6587	0,6336	0,5138	0,2955	0,1754
			$\nu = 90^\circ$		
10	0,9267	0,8215	0,5454	0,2669	0,1123
30	0,9100	0,8068	0,5623	0,2738	0,1233
50	0,8612	0,7948	0,5561	0,3000	0,1332
70	0,7550	0,7081	0,5376	0,3036	0,1729
80	0,6655	0,6349	0,5150	0,2803	0,1781
			$\nu = 120^\circ$		
10	0,9582	0,8116	0,5544	0,2564	0,1184
30	0,9273	0,8111	0,5688	0,2863	0,1203
50	0,8932	0,7714	0,5625	0,2996	0,1528
70	0,7786	0,7273	0,5557	0,3463	0,1900
80	0,7157	0,6701	0,5497	0,3539	0,1991
			$\nu = 150^\circ$		
10	0,9669	0,8142	0,5598	0,2055	0,1025
30	0,9386	0,8208	0,5701	0,2911	0,1250
50	0,9119	0,7755	0,6306	0,3335	0,1649
70	0,7755	0,7449	0,6294	0,4182	0,2749
80	0,6828	0,6887	0,6045	0,5100	0,3374
			$\nu = 180^\circ$		
10	0,9552	0,7859	0,5251	0,2522	0,1181
30	0,9217	0,7804	0,5503	0,2722	0,1313
50	0,8780	0,7556	0,5670	0,3375	0,2332
70	0,7826	0,7320	0,6259	0,4596	0,3451
80	0,7221	0,7231	0,7082	0,6267	0,4846

Tabelle II für Magnesiumoxyd.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
ϵ			$\nu = 0^\circ$		
10	0,9881	0,9844	0,8654	0,7266	0,6711
30	0,9239	1,004	0,8746	0,7544	0,6989
50	0,8656	0,9847	0,9912	0,8192	0,7927
70	0,7787	0,8116	0,7956	1,061	1,001
80	0,6635	0,6905	0,7892	0,9754	1,284
			$\nu = 30^\circ$		
10	0,9827	0,9812	0,8733	0,8036	0,6045
30	0,9841	0,8353	0,9136	0,8185	0,7047
50	0,8805	0,8927	0,8733	0,8261	0,7635
70	0,7814	0,8099	0,7576	0,8875	0,9196
80	0,6951	0,7440	0,7523	0,8497	0,9778
			$\nu = 60^\circ$		
10	0,9667	0,9456	0,8685	0,7695	0,6287
30	0,9157	0,9558	0,8977	0,8195	0,7276
50	0,8720	0,8946	0,8823	0,8358	0,7493
70	0,7638	0,8202	0,8312	0,9062	0,8802
80	0,6688	0,7316	0,7993	0,8641	1,083
			$\nu = 90^\circ$		
10	0,9410	0,9485	0,8485	0,7802	0,6529
30	0,9241	0,9316	0,8747	0,8006	0,7099
50	0,8745	0,9178	0,8651	0,8770	0,7672
70	0,7667	0,8177	0,8363	0,8877	0,9958
80	0,6757	0,7332	0,8012	0,8195	1,025
			$\nu = 120^\circ$		
10	0,9734	0,9590	0,8624	0,7497	0,6498
30	0,9416	0,9366	0,8848	0,8384	0,6928
50	0,9070	0,8907	0,8751	0,8760	0,8802
70	0,7906	0,8398	0,8646	1,012	1,094
80	0,7268	0,7788	0,8552	1,035	1,147
			$\nu = 150^\circ$		
10	0,9819	0,9401	0,8709	0,7482	0,6180
30	0,9530	0,9263	0,9870	0,8509	0,7196
50	0,9260	0,8955	0,9809	0,9750	0,9496
70	0,7874	0,8601	0,9721	1,223	1,585
80	0,6934	0,7953	0,9404	1,491	1,943
			$\nu = 180^\circ$		
10	0,9699	0,9075	0,8169	0,7374	0,6804
30	0,9359	0,9011	0,8562	0,7959	0,7560
50	0,8916	0,8725	0,8821	0,9867	1,343
70	0,7947	0,8453	0,9737	1,331	1,997
80	0,7833	0,8349	1,052	1,717	2,791

Tabelle I für Gips I.

	$\delta = 10^\circ$	$\delta = 30^\circ$	$\delta = 50^\circ$	$\delta = 70^\circ$	$\delta = 80^\circ$
ϵ			$\nu = 0^\circ$		
10	0,8322	0,6878	0,4147	0,1735	0,08501
30	0,7303	0,6199	0,3979	0,1736	0,08672
50	0,6809	0,5589	0,3911	0,1667	0,08277
70	0,6023	0,4793	0,3284	0,1640	0,08021
80	0,5623	0,4681	0,3104	0,1629	0,07776
			$\nu = 30^\circ$		
10	0,7946	0,6410	0,4361	0,1925	0,08386
30	0,6846	0,5979	0,4175	0,1873	0,09154
50	0,6375	0,5402	0,3883	0,1786	0,07874
70	0,5560	0,4801	0,3395	0,1947	0,08468
80	0,5042	0,4071	0,3073	0,1733	0,1079
			$\nu = 60^\circ$		
10	0,8114	0,6540	0,4428	0,1968	0,08380
30	0,7035	0,6069	0,4175	0,1901	0,08316
50	0,6437	0,5622	0,4001	0,1803	0,08380
70	0,5666	0,4897	0,3531	0,1972	0,09671
80	0,5125	0,4225	0,3126	0,1869	0,1104
			$\nu = 90^\circ$		
10	0,8470	0,6759	0,4462	0,1999	0,08605
30	0,7161	0,6255	0,4334	0,1931	0,08907
50	0,6653	0,5865	0,4150	0,2128	0,09154
70	0,5979	0,5180	0,3797	0,2236	0,1097
80	0,5364	0,4681	0,3256	0,1993	0,1111
			$\nu = 120^\circ$		
10	0,9205	0,6866	0,4473	0,1971	0,08279
30	0,7663	0,6510	0,4513	0,2261	0,08565
50	0,7068	0,6142	0,4613	0,2182	0,1037
70	0,6161	0,5639	0,4530	0,2355	0,1210
80	0,5503	0,4872	0,3727	0,2363	0,1263
			$\nu = 150^\circ$		
10	0,9590	0,6978	0,4589	0,1951	0,07817
30	0,7888	0,7327	0,4972	0,2289	0,09640
50	0,7115	0,6802	0,5422	0,2703	0,1241
70	0,6400	0,6420	0,5917	0,3126	0,1810
80	0,5598	0,5402	0,4501	0,3672	0,2334
			$\nu = 180^\circ$		
10	0,9864	0,6925	0,4399	0,2153	0,1013
30	0,8002	0,9069	0,5096	0,2595	0,1244
50	0,7258	0,7249	0,9288	0,4198	0,2030
70	0,6431	0,6556	0,7534	2,160	1,220
80	0,5606	0,6191	0,7456	2,013	4,853

Tabelle II für Gips I.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
ϵ			$r = 0^\circ$		
10	0,8450	0,7365	0,6451	0,5192	0,4895
20	0,7415	0,7158	0,6189	0,5075	0,4994
30	0,6914	0,6454	0,6084	0,4876	0,4767
40	0,6116	0,5534	0,5078	0,4795	0,4619
50	0,5709	0,5406	0,4829	0,4764	0,4478
			$r = 30^\circ$		
10	0,8068	0,7401	0,6784	0,5641	0,4829
20	0,6952	0,6904	0,6495	0,5488	0,5271
30	0,6474	0,6287	0,6041	0,5222	0,4535
40	0,5646	0,5543	0,5282	0,5693	0,4877
50	0,5119	0,4701	0,4781	0,5066	0,6214
			$r = 60^\circ$		
10	0,8239	0,7552	0,6888	0,5754	0,4826
20	0,7143	0,7008	0,6495	0,5558	0,4789
30	0,6536	0,6492	0,6224	0,5263	0,4826
40	0,5754	0,5654	0,5494	0,5819	0,5569
50	0,5231	0,4879	0,4863	0,5464	0,6360
			$r = 90^\circ$		
10	0,8601	0,7805	0,6941	0,5844	0,4955
20	0,7271	0,7222	0,6742	0,5645	0,5130
30	0,6756	0,6772	0,6455	0,6215	0,5271
40	0,6071	0,5981	0,5907	0,6537	0,6316
50	0,5447	0,5406	0,5065	0,5826	0,6399
			$r = 120^\circ$		
10	0,9346	0,7930	0,6958	0,5762	0,4768
20	0,7782	0,7692	0,7021	0,6612	0,4933
30	0,7178	0,7092	0,7176	0,6381	0,5971
40	0,6256	0,6511	0,7048	0,6886	0,6966
50	0,5587	0,5625	0,5798	0,6909	0,7271
			$r = 150^\circ$		
10	0,9738	0,8057	0,7189	0,5704	0,4502
20	0,8009	0,8460	0,7735	0,6391	0,5555
30	0,7224	0,7854	0,8435	0,7908	0,7145
40	0,6499	0,7413	0,9206	0,9140	1,042
50	0,5685	0,6231	0,7003	1,074	1,344
			$r = 180^\circ$		
10	1,001	0,7996	0,6344	0,6293	0,5836
20	0,8126	1,048	0,7928	0,7587	0,7166
30	0,7370	0,8428	1,445	1,227	1,169
40	0,6530	0,7570	1,172	6,315	7,024
50	0,5896	0,7149	1,160	5,751	2,795

Tabelle I für Gips II.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
e			$r = 0^\circ$		
10	0,9918	0,8302	0,5581	0,2500	0,1128
30	0,9113	0,8191	0,5602	0,2565	0,1128
50	0,8958	0,7649	0,5862	0,2545	0,1162
70	0,8240	0,7021	0,5120	0,2957	0,1333
80	0,7031	0,6317	0,4724	0,2957	0,1684
			$r = 30^\circ$		
10	0,9915	0,8006	0,5363	0,2779	0,1110
30	0,9448	0,7991	0,5637	0,2702	0,1265
50	0,8983	0,7840	0,5742	0,2705	0,1197
70	0,8328	0,7246	0,5616	0,2990	0,1464
80	0,7104	0,6211	0,4656	0,3301	0,1663
			$r = 60^\circ$		
10	0,9802	0,8085	0,5490	0,2727	0,1111
30	0,9530	0,8082	0,5557	0,2590	0,1183
50	0,9078	0,7894	0,5625	0,2725	0,1187
70	0,8265	0,7307	0,5557	0,2896	0,1516
80	0,7163	0,6347	0,5425	0,3006	0,1849
			$r = 90^\circ$		
10	0,9720	0,8165	0,5526	0,2677	0,1111
30	0,9452	0,8391	0,5661	0,2755	0,1282
50	0,8962	0,7972	0,5682	0,2899	0,1287
70	0,8252	0,7378	0,5634	0,2907	0,1615
80	0,7340	0,6619	0,5320	0,2945	0,1877
			$r = 120^\circ$		
10	0,9384	0,8281	0,5705	0,2633	0,1152
30	0,9515	0,8461	0,5753	0,3039	0,1200
50	0,9063	0,8099	0,5867	0,3029	0,1528
70	0,8265	0,7516	0,5831	0,3209	0,1763
80	0,7546	0,6925	0,5596	0,3354	0,2162
			$r = 150^\circ$		
10	0,9384	0,8271	0,5596	0,2700	0,1041
30	0,9546	0,8449	0,6005	0,2963	0,1354
50	0,9092	0,8087	0,6280	0,3327	0,1728
70	0,8265	0,7955	0,6826	0,3547	0,2421
80	0,7330	0,7252	0,7151	0,4718	0,3255
			$r = 180^\circ$		
10	0,9526	0,8289	0,5785	0,2744	0,1201
30	0,9405	0,8339	0,5962	0,2669	0,1417
50	0,9085	0,8107	0,6400	0,3725	0,1877
70	0,8473	0,8047	0,7128	0,5280	0,3601
80	0,7637	0,7873	0,7299	0,7540	0,7913

Tabelle II für Gips II.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
ϵ			$\nu = 0^\circ$		
10	1,007	0,9586	0,8683	0,7809	0,6498
30	0,9254	0,9239	0,8715	0,7398	0,6498
50	0,9096	0,8832	0,9125	0,7440	0,6693
70	0,8367	0,8107	0,7965	0,8547	0,7676
80	0,7139	0,7294	0,7349	0,8647	0,9698
			$\nu = 30^\circ$		
10	1,005	0,9244	0,8343	0,8124	0,6891
30	0,9593	0,9442	0,8769	0,7900	0,7285
50	0,9122	0,9053	0,8933	0,7909	0,6892
70	0,8457	0,8867	0,8737	0,8737	0,8413
80	0,7214	0,7171	0,7243	0,9653	0,9576
			$\nu = 60^\circ$		
10	0,9953	0,9336	0,8541	0,7975	0,6859
30	0,9677	0,9550	0,8646	0,7574	0,6815
50	0,9218	0,9115	0,8751	0,7965	0,6832
70	0,8392	0,8437	0,8646	0,8468	0,8728
80	0,7274	0,7329	0,8439	0,8789	1,065
			$\nu = 90^\circ$		
10	0,9870	0,9428	0,8597	0,7828	0,6399
30	0,9598	0,9689	0,8807	0,7967	0,7096
50	0,9101	0,9205	0,8840	0,8476	0,6832
70	0,8379	0,8520	0,8765	0,8496	0,9301
80	0,7453	0,7643	0,8277	0,8611	1,031
			$\nu = 120^\circ$		
10	0,9936	0,9550	0,8875	0,7699	0,6625
30	0,9661	0,9770	0,8950	0,8886	0,6908
50	0,9203	0,9352	0,9127	0,8943	0,8800
70	0,8392	0,8678	0,9071	0,9385	1,015
80	0,7661	0,7997	0,8613	0,9806	1,216
			$\nu = 150^\circ$		
10	0,9936	0,9550	0,9017	0,7895	0,6001
30	0,9693	0,9756	0,9342	0,8662	0,7800
50	0,9233	0,9338	0,9770	0,9727	0,9950
70	0,8392	0,9186	1,062	1,037	1,395
80	0,7487	0,8374	1,112	1,380	1,874
			$\nu = 180^\circ$		
10	0,9673	0,9572	0,9000	0,8023	0,6909
30	0,9564	0,9629	0,9275	0,8681	0,8162
50	0,9225	0,9361	0,9957	1,064	1,081
70	0,8609	0,9292	1,109	1,580	2,189
80	0,7755	0,9091	1,136	2,205	4,550

Tabelle I für Gips III.

ϵ	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
	$\nu = 0^\circ$				
10	0,9832	0,8239	0,5751	0,2748	0,1384
30	0,9144	0,9526	0,6550	0,3206	0,1575
50	0,8485	0,8940	0,8114	0,4025	0,2040
70	0,8028	0,8485	0,7885	0,6263	0,5311
80	0,7755	0,7528	0,7004	0,5979	0,4282
	$\nu = 30^\circ$				
10	0,9730	0,8001	0,5511	0,2908	0,1473
30	0,8749	0,8488	0,6166	0,3191	0,1706
50	0,8442	0,8291	0,6475	0,3337	0,1907
70	0,7958	0,7857	0,6422	0,4467	0,2753
80	0,7579	0,7347	0,6250	0,4560	0,3460
	$\nu = 60^\circ$				
10	0,9683	0,7859	0,5321	0,2828	0,1433
30	0,9078	0,8150	0,5604	0,2998	0,1519
50	0,8692	0,7716	0,5863	0,3228	0,1802
70	0,8188	0,7326	0,5848	0,3796	0,2392
80	0,7681	0,7035	0,5698	0,3894	0,2808
	$\nu = 90^\circ$				
10	0,9248	0,7692	0,5262	0,2790	0,1404
30	0,9108	0,7401	0,5361	0,2844	0,1504
50	0,8488	0,7379	0,5484	0,3216	0,1696
70	0,7959	0,7035	0,5484	0,3460	0,2380
80	0,7669	0,6789	0,5415	0,3611	0,2630
	$\nu = 120^\circ$				
10	0,9227	0,7601	0,5090	0,2659	0,1300
30	0,8761	0,7188	0,5152	0,2841	0,1350
50	0,8316	0,6876	0,5152	0,2912	0,1585
70	0,7786	0,6742	0,5255	0,3289	0,2020
80	0,7294	0,6370	0,5102	0,3443	0,2264
	$\nu = 150^\circ$				
10	0,9197	0,7251	0,5028	0,2618	0,1227
30	0,8636	0,7035	0,5152	0,2854	0,1337
50	0,8100	0,6837	0,5314	0,2937	0,1493
70	0,7681	0,6602	0,5347	0,3210	0,1937
80	0,7035	0,5742	0,4908	0,3342	0,2246
	$\nu = 180^\circ$				
10	0,9144	0,7311	0,5102	0,2609	0,1268
30	0,8606	0,7196	0,5273	0,2768	0,1310
50	0,8089	0,6984	0,5702	0,2879	0,1491
70	0,7731	0,6915	0,5679	0,3505	0,2035
80	0,6905	0,6188	0,5578	0,3349	0,2439

Tabelle II für Gips III.

	$i = 10^\circ$	$i = 30^\circ$	$i = 50^\circ$	$i = 70^\circ$	$i = 80^\circ$
θ			$r = 0^\circ$		
10	0,9984	0,9514	0,8947	0,8020	0,7969
30	0,9285	1,100	1,019	0,9358	0,9068
50	0,8616	1,056	1,262	1,481	1,175
70	0,8151	0,9798	1,228	1,831	1,951
80	0,7874	0,8693	1,089	1,748	2,466
			$r = 30^\circ$		
10	0,9880	0,9289	0,8574	0,8502	0,8482
30	0,8884	0,9801	0,9590	0,9331	0,9822
50	0,8572	0,9573	1,007	0,9757	1,098
70	0,8080	0,9072	0,9991	1,306	1,586
80	0,7695	0,8484	0,8723	1,333	1,993
			$r = 60^\circ$		
10	0,9833	0,9072	0,8278	0,8270	0,8254
30	0,9218	0,9411	0,8719	0,8765	0,8748
50	0,8826	0,8909	0,9122	0,9469	1,038
70	0,8314	0,8459	0,9098	1,110	1,378
80	0,7800	0,9123	0,8864	1,139	1,617
			$r = 90^\circ$		
10	0,9385	0,8903	0,8186	0,8156	0,8037
30	0,9248	0,8546	0,8340	0,8315	0,8661
50	0,8618	0,8521	0,8531	0,9404	0,9764
70	0,8081	0,8123	0,8331	1,012	1,370
80	0,7788	0,7839	0,8463	1,056	1,514
			$r = 120^\circ$		
10	0,9370	0,8777	0,7918	0,7775	0,7486
30	0,8896	0,8300	0,8016	0,8308	0,7772
50	0,8444	0,7939	0,8016	0,8516	0,9128
70	0,7906	0,7785	0,8175	0,9618	1,163
80	0,7406	0,7355	0,7757	1,007	1,304
			$r = 150^\circ$		
10	0,9339	0,8373	0,7823	0,7639	0,7068
30	0,8769	0,8123	0,8016	0,8345	0,7697
50	0,8225	0,7895	0,8267	0,8587	0,8597
70	0,7800	0,7623	0,8319	0,9386	1,115
80	0,7143	0,6631	0,7686	0,9770	1,293
			$r = 180^\circ$		
10	0,9285	0,8442	0,7937	0,7629	0,7301
30	0,8738	0,8809	0,8203	0,8094	0,7544
50	0,8214	0,8064	0,8871	0,8419	0,8585
70	0,7851	0,7985	0,8844	1,025	1,201
80	0,7012	0,7146	0,8677	0,9782	1,434

Gips A.

e	$i = 0^\circ$	10°	15°	20°	30°	45°	60°	70°	80°
0	1000	—	—	902	—	654	517	377	177
10	—	991	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	982	—	—	630	—	—	—
20	929	—	—	947	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	881	618	—	—	—
45	980	—	908	—	818	593	446	271	117
60	979	—	—	—	—	582	364	—	—
70	974	—	—	—	—	566	—	218	—
80	677	—	—	—	—	396	—	—	87

Gips B.

e	$i = 0^\circ$	10°	15°	20°	30°	45°	60°	70°	80°
0	1000	990	—	1045	—	851	614	317	167
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	956	—	—	841	—	—	—
20	1082	—	—	992	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	952	571	—	—	—
45	1215	—	920	—	846	694	454	377	223
60	736	—	—	—	—	512	324	—	—
70	512	—	—	—	—	292	—	123	—
80	248	—	—	—	—	130	—	—	16

Zum Schluß mögen hier noch zwei Tabellen für den Fall der senkrechten Inzidenz Platz finden.

Gips I.

e	$\nu = 0^\circ$	$\nu = 180^\circ$
10	0,9120	0,9120
30	0,7391	0,7469
50	0,6912	0,6858
70	0,6165	0,6165
80	0,5844	0,5344

Gips II.

e	$\nu = 0^\circ$	$\nu = 180^\circ$
10	0,9838	0,9822
30	0,9287	0,9272
50	0,8788	0,8788
70	0,8203	0,8172
80	0,7561	0,7594

§ 6. Konstruktion der Modelle.

Eine graphische Darstellung, deren sich auch andere Autoren wie Bouguer, Messerschmitt, Wiener bedient

haben, habe auch ich zur besseren Übersicht der Verhältnisse bei der Erscheinung der diffusen Reflexion angewandt. Man kann nämlich, wie genannte Autoren gezeigt haben, sogenannte Helligkeitskurven konstruieren. Man trägt für einen bestimmten Inzidenzwinkel auf jeden von dem Mittelpunkt der Fläche ausgehenden Strahl die in dieser Richtung gemessene Helligkeit als Vektor auf. Dadurch, daß Bouguer und Messerschmitt die Punkte miteinander verbanden, erhielten sie Helligkeitskurven. Wiener dagegen, der sich nicht auf Beobachtungen in einer Ebene beschränkte, sondern seine Beobachtungen auf den Raum ausdehnte, erhielt in ähnlicher Weise dadurch, daß er durch alle im Raume ermittelten Punkte eine Fläche legte, eine Helligkeitsfläche. Auch ich habe nach dem Vorgange von Wiener solche Helligkeitsflächen für alle beobachteten Platten und Inzidenzen konstruiert, und zwar verfuhr ich dabei folgendermaßen. Auf einzelnen Kartons wurden die für einen bestimmten Inzidenzfall gemessenen Helligkeiten als Vektoren aufgetragen und die bei den verschiedenen Emanationen erhaltenen Punkte miteinander verbunden. Dabei wurde für jedes beobachtete Azimut eine solche Helligkeitskurve gezeichnet. Sodann wurden diese Kurven ausgeschnitten und die einzelnen Kartons fächerartig auf eine gemeinsame Unterlage aufgesetzt. Der Symmetrie wegen wurden auch die Kurven der Azimute 210, 240 . . . 330 in den Modellen mit angebracht. Dieses kann ja ohne weiteres geschehen, da die Erscheinung der diffusen Reflexion in Bezug auf die Ebene $\nu = 0$, $\nu' = 180$ symmetrisch ist. Da diese Modelle einen weit besseren Einblick in das Wesen der diffusen Reflexion gestatten als die entsprechenden Tabellen, so habe ich die Abbildungen (vgl. Taf. VI) für alle an einer Platte beobachteten Inzidenzen mit beigelegt. Gips III habe ich aus dem Grunde gewählt, weil sich bei ihm die Erscheinung der diffusen Reflexion gewissermaßen umkehrt. Als letzte Abbildung ist noch ein Modell für mattes Milchglas beigelegt und zwar für den Fall $i = 70^\circ$.

§ 7. Folgerungen aus den Tabellen bez. Modellen.

Aus den angeführten Tabellen und in vielleicht noch höherem Maße aus den beigelegten Modellabbildungen kann man nun:

über den Vorgang der diffusen Reflexion an matten Oberflächen folgende Schlüsse ziehen.

1. Bei demselben Inzidenzwinkel nimmt die Helligkeit mit wachsendem Azimut zu; mit Ausnahme von Gips III. Dabei ist zu beachten, daß Glas, Gips I und Gips II in der Ebene $\nu = 0$ kein Maximum zeigen bei einem Emanationswinkel, der gleich dem entsprechenden Inzidenzwinkel ist, während bei Magnesiumoxyd ein deutliches Maximum an jenen Stellen zu bemerken ist (beachte p. 1005).

2. Wie aus den Tab. II hervortritt, ergeben sich fast durchweg Werte, die kleiner sind, als sie nach dem Lambert'schen Gesetze sein müßten.

3. Die Helligkeit erreicht ihr Maximum immer dann, wenn Ein- und Ausfallwinkel in entgegengesetzten Azimuten liegen. Die matten Oberflächen sind demnach doch noch im gewissen Sinne spiegelnde Flächen. Dieses deckt sich auch mit der Erklärung der Strahlerzerstreuung durch matte Oberflächen. Man nimmt nämlich an, daß die matten Flächen aus einer großen Zahl unendlich kleiner Flächenelemente zusammengesetzt sind, die nach allen Richtungen hin gelagert sind. Die größte Anzahl derselben hat aber ihre Oberfläche in der Richtung der Gesamtoberfläche und daher tritt bei den matten Oberflächen eine vorherrschende Spiegelung im Sinne der Gesamtoberfläche ein.

4. Zu bemerken ist noch, daß die Helligkeitsmaxima immer bei Emanationswinkeln liegen, die größer sind als die dazu gehörigen Inzidenzwinkel, und daß die Spiegelung um so deutlicher hervortritt, je größer der Inzidenzwinkel wird. Für Glas trifft z. B. folgendes zu:

bei $i = 10$	liegt das Maximum bei $e = 10$	0,9857,
" $i = 30$	" " " "	" $e = 70$ 0,9172,
" $i = 50$	" " " "	" $e = 80$ 1,0198,
" $i = 70$	" " " "	" $e = 80$ 1,5808,
" $i = 80$	" " " "	" $e = 80$ 2,1852.

5. Während nun bei den ersten vier beobachteten Platten der Unterschied ein nicht allzu großer ist, nimmt Gips III eine vollkommen isolierte Stellung ein. Bei Gips III kehrt sich nämlich die Erscheinung der diffusen Reflexion insofern gerade um, als das Helligkeitsmaximum nicht in der dem einfallenden

Strahl entgegengesetzten Richtung, also bei einem Azimut $\nu = 180$ liegt, sondern bei $\nu = 0$. Hier nimmt also die Helligkeit mit wachsendem Azimut nicht zu, sondern sie nimmt ab.

6. Aus den beiden von Messerschmitt übernommenen Tabellen von Gips A und Gips B ist nun weiter nichts zu entnehmen. Denn wie seine Oberflächen einen viel zu willkürlichen Charakter tragen, so sind auch seine Zahlen sehr wenig dazu angetan, etwas näheres auszusagen.

7. Aus den beiden letzten Tabellen ist, wie es für den Fall der senkrechten Inzidenz nicht anders zu erwarten war, zu entnehmen, daß für alle Azimute bei gleichen Emanationswinkeln die Helligkeit eine gleiche ist.

Vorstehende Arbeit wurde in der unter Leitung des Herrn Prof. L. Weber stehenden Abteilung des physikalischen Institutes der Universität Kiel ausgeführt.

(Eingegangen 5. April 1903.)

6. Ein Beitrag zur Festigkeitslehre; von Georg Kuntze.

(Auszug aus der Göttinger Inaugural-Dissertation.)

I. Über die Gesichtspunkte, die bei der Anstellung von Festigkeitsversuchen maßgebend sein dürften.

Die nachstehende Untersuchung, welche die Vermehrung des immer noch ziemlich spärlichen Materiales an Beobachtungen über Festigkeit, die zu theoretischer Verwertung wirklich geeignet sind, bezweckt, ist auf Anregung von Hrn. Prof. Voigt unternommen worden und schließt sich an dessen unten zitierte Abhandlung¹⁾ an.

In derselben werden bezüglich des Materiales zu Festigkeitsversuchen die folgenden Anforderungen erhoben:

1. Eine wohldefinierte und reguläre Beschaffenheit der Oberfläche der Präparate.

2. Eine spröde, so wenig wie möglich duktile Substanz, die sich immer wieder in übereinstimmender Natur herstellen läßt. Im Falle elastischer Nachwirkungen ein so schnelles Operieren, daß diese nicht in merklicher Stärke auftreten.

3. Eine Struktur, deren Feinkörnigkeit in einem angemessenen Verhältnis zu den Querschnitten der Präparate steht und möglichst amorph ist, da eine kristallinische Struktur zu Gleitflächen Veranlassung geben kann, die in die Erscheinung ein völlig neues Element bringen.

4. Aus praktischen Gründen wird es gut sein, wenn die zu untersuchende Substanz sich leicht bearbeiten läßt und nur eine mäßige Festigkeit besitzt, damit die Experimente nicht zu große Hilfsmittel erfordern.

Die Beobachtungen sind in der mathematischen Abteilung des physikalischen Institutes zu Göttingen angestellt worden. Die zur Untersuchung nötigen Apparate sind dem Verfasser von dem Institute zur Verfügung gestellt und, soweit sie nicht

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 4. p. 567. 1901.

vorhanden waren, in der Werkstätte des physikalischen Institutes angefertigt worden.

Mit den im folgenden zu schildernden Versuchen sollte der Anfang mit systematisch angestellten Festigkeitsbeobachtungen gemacht werden, die, wenn möglich, so weit fortzusetzen sein werden, bis zum Aufbau einer physikalisch einwandfreien Festigkeitstheorie genügendes Beobachtungsmaterial vorliegt.

II. Die untersuchte Substanz und ihre physikalischen Eigenschaften.

Nach einigen Vorversuchen erwies sich als brauchbar eine Mischung von chemisch reiner Stearinsäure und fein gesiebttem Gips. Bei der Herstellung der Substanz wurde folgendermaßen verfahren. In die im Wasserbade geschmolzene Stearinsäure wurde der durch ein Sieb übergeseibte Gips eingeführt, bis das Mischungsverhältnis 28 zu 72 betrug. Es entstand so ein dicker Brei, der allerdings noch eine beträchtliche Menge Luft enthielt, die durch das anhaltende Rühren hineingekommen war. Um diese zu beseitigen, wurde die Substanz in einer Gußform in den Rezipienten einer Luftpumpe gebracht, der mit Hilfe einer Wasserstrahlpumpe ausgepumpt wurde. Bei der großen Zähigkeit der Substanz dauerte das merklich vollständige Beseitigen der Luftblasen ziemlich lange (etwa drei Stunden), und es mußte durch eine geeignete elektrische Heizvorrichtung dafür gesorgt werden, daß der Guß flüssig blieb. Die Temperatur wurde sogar auf etwa 120° C. gesteigert, da bei höherer Temperatur der Brei etwas dünnflüssiger wurde. Es muß hier erwähnt werden, daß im Vakuum wirklich nur Luft aus dem Guß herausgetrieben wurde und nicht etwa in merklichem Betrage auch Stearindampf. Denn erstens erreichte die Gasabgabe für jede Schmelze schließlich ein Ende und trat bei wiederholtem Einschmelzen derselben Substanz doch immer wieder von neuem ein, nachdem vorher gerührt war, und zweitens siedet Stearinsäure auch bei einer Temperatur von 180° C. noch nicht in dem angewendeten Vakuum von 18 mm Quecksilberdruck. Eine Abgabe von Stearindampf könnte also nur in ganz geringem Maße stattgefunden haben, wie übrigens sogleich noch einmal glaubhaft gemacht werden wird.

Nach erfolgtem Evakuieren wurde die Gußform in fließendes kaltes Wasser gesetzt, um ein möglichst rasches Erstarren der Substanz herbeizuführen. Es erwies sich indes als zweckmäßig, den Guß von oben her durch eine Heizvorrichtung flüssig zu halten, sodaß das Abkühlen von unten nach oben fortschreiten mußte. Dadurch wurde verhindert, daß sich infolge Schwindens der Substanz im Innern ein Hohlraum bildete. In dieser Weise wurde mit jedem Guß verfahren. Die bei der Herstellung der Präparate sich ergebenden Abfälle wurden immer wieder mit eingeführt.

Das so erhaltene Material erwies sich als ein harter und unbedingt spröder Stoff, der beim Zerschlagen ein sehr feines Korn und fast muscheligen Bruch zeigte, ähnlich Solenhofer Kalkstein. Homogenität der Substanz war durch die Herstellung bis zu einem gewissen Grade gewährleistet und ließ nur in den obersten Schichten des Gusses nach, die indessen nicht benutzt worden sind. Der Schmelzpunkt lag bei 62°C . und war wegen der Zähigkeit und außerordentlich schlechten Wärmeleitfähigkeit nicht genau zu beobachten. Das spezifische Gewicht bestimmte sich zu 1,82 und blieb von Guß zu Guß konstant, sodaß auch hieraus geschlossen werden darf, daß sich die Zusammensetzung der Substanz während der Untersuchung nicht wesentlich geändert hat. Auf der Drehbank ließ sich das Material gut bearbeiten und zeigte beim Schneiden mit scharfem Stahl eine glänzende Oberfläche.

Da es nötig sein wird, auch die elastischen Eigenschaften der Substanz zu kennen, so soll das zur Bestimmung der Elastizitätsmoduln eingeschlagene Verfahren in diesem Zusammenhang geschildert werden.

Aus dem Gußstück wurden mit der Kreissäge prismatische Stäbe von ungefähr 15 cm Länge, 1 cm Breite und 0,2 cm Dicke hergestellt. Dabei wurden nur die mittleren Partien des Gusses verwendet mit Hinweglassung außer der obersten auch der untersten Schicht von 3—5 mm Dicke. Die Stäbe wurden mit Schmirgelpapier bearbeitet, damit sie glatte Oberflächen, scharfe Kanten und gleichmäßige Dimensionen erhielten. Schon die ersten Versuche mit diesen Stäben zeigten, daß zur Bestimmung der Elastizitätsmoduln wegen der elastischen Nachwirkungen eine statische Methode nicht gut angewendet werden

konnte. Wenn man nämlich ein wagerecht liegendes Stäbchen an beiden Enden unterstützte und es bei Zimmertemperatur in der Mitte vorsichtig mit etwa 10–20 g belastete, so bog es sich ein wenig, kehrte aber nach Beseitigung der Belastung nicht wieder vollständig in die Anfangslage zurück. Es empfahl sich daher, die Elastizitätsmoduln aus langsamen Schwingungen der Stäbchen zu bestimmen. Um solche Schwingungen hervorzubringen, mußten die Stäbchen mit geeignet gewählten trägen Massen fest verbunden werden, deren Trägheitsmomente die Schwingungsdauer genügend verlängerten. Dies geschah nach Prof. Voigts Vorschlage und Theorie in folgender Weise.

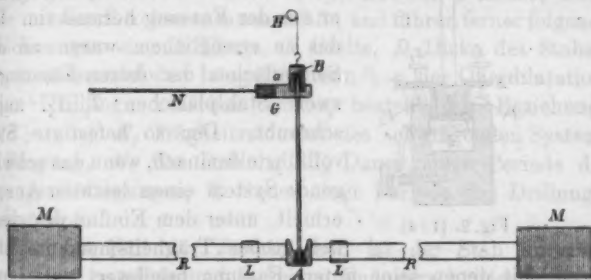


Fig. 1. (1:4)

(Die bei dieser und den übrigen Figuren angegebenen Größenverhältnisse sind nur annähernd richtig.)

Die Stäbe wurden mit ihren beiden Enden in zwei unten näher zu beschreibende Fassungen eingekittet. Die untere Fassung A trug in der Richtung, in der die Dicke des Stabes lag, zwei dünnwandige Messingrohre $R R$ von je 30 cm Länge, an deren Enden Bleimassen M von etwa 200 g angeschraubt waren (Fig. 1). Außerdem saßen auf den Rohren als Laufgewichte zwei kleine verschiebbare Messingringe $L L$, mit deren Hilfe sich das System ausbalancieren ließ. In der Richtung, in der die Breite des Stabes lag, trug die untere Fassung A ein sie von drei Seiten umgreifendes Messingstück $K K$ mit zwei gehärteten Schraubenspitzen $S_1 S_2$ derart, daß die Spitzen der Schrauben in der Höhe saßen, in der der zu untersuchende Stab aus der Fassung herauskam (Fig. 2). Mit den Stahlspitzen lag das ganze System in zwei kleinen Stahlpännchen $P_1 P_2$,

in denen es sich sehr leicht um eine horizontale Achse drehen konnte.

An einem am Gestell des Apparates in der Höhe verstellbaren Stahlstreifen N (Fig. 1) war ein bei a sich gabelndes Messingstück G angeschraubt, welches an seinen Enden zwei Schrauben S_3, S_4 trug (Fig. 2). Deren Spitzen hielten die obere

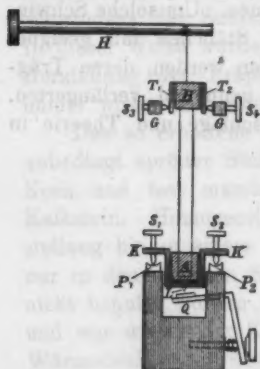


Fig. 2. (1 : 4)

Fassung zwischen sich, sodaß auch diese mit einem Minimum von Reibung um eine horizontale Achse sich drehen konnte. Und auch hier war die Anordnung so getroffen, daß die Achse da durch den Stab ging, wo er aus der Fassung herauskam. Um das zu ermöglichen, waren an den Seitenflächen der oberen Fassung B zwei Stahlplättchen T_1, T_2 angeschraubt. Der so befestigte Stab vollführte demnach, wenn das schwingende System einen leichten Anstoß erhielt, unter dem Einfluß des ziemlich großen Trägheitsmomentes der

Massen, mit denen seine untere Fassung beschwert war, langsame Biegungsschwingungen. Die obere Fassung mußte sich infolge der Ausbiegungen des Stabes ein wenig (um eine Größe zweiter Ordnung in Bezug auf die Durchbiegung) auf und nieder bewegen, und es wurde ihr diese Bewegung durch die Befestigung an dem federnden Stahlstreifen gestattet.

Um die Bestimmung des Drillungsmoduls zu ermöglichen, wurde mit einer Arretierungsvorrichtung H (Fig. 2) die obere Fassung gehoben, nachdem die Schrauben S_3 und S_4 fest in zwei auf T_1 und T_2 angebrachte Körnerschläge eingeklemmt waren. Der Stab, der nun unten völlig frei hing, wurde dadurch entlastet, daß gegen eine mit der unteren Fassung verbundene Stahlspitze L eine kleine Metallplatte Q gedrückt wurde, die nun eine Unterstützung des ganzen Systems bot und auf der sich der oben eingeklemmte Stab mit einem Minimum von Reibung um eine vertikale Achse drehen konnte. Erhielt jetzt das System einen seitlichen Stoß, so vollführte der Stab langsame Drillungsschwingungen.

Die Trägheitsmomente des schwingenden Systems für Biegung und Drillung waren so groß, daß die Dauer der unter ihrer Einwirkung zu stande kommenden Schwingungen der Stäbchen als unendlich groß angesehen werden konnten gegen die Zeiten, in denen sich eine Biegungs- oder Drillungsschwingung über die Länge des Stäbchens fortpflanzt. Da die Einwirkungen des Luftwiderstandes und der inneren Reibung auf die Schwingungsdauer als unwesentlich unberücksichtigt bleiben konnten, so kann man bei der Berechnung der Formeln für die Elastizitätsmoduln folgendermaßen verfahren.

Wir orientieren den Stab so zu einem rechtwinkligen Koordinatensystem, daß seine Länge mit der Z -Achse, seine Dicke mit der X -Achse zusammenfällt, und führen ferner folgende Bezeichnungen ein: L Länge, B Breite, D Dicke des Stabes, s Elastizitätsmodul der Längsdilatation ¹⁾, s_1 der Querdilatation, s_2 der Drillung; zwischen den s_h besteht die Beziehung: $s_2 = 2(s - s_1)$, M_β Trägheitsmoment des schwingenden Systems für Biegung, M_δ für Drillung, T_β Dauer einer Periode der Biegungsschwingungen, T_δ Dauer einer Periode der Drillungsschwingungen.

Für den Fall der *Durchbiegung* ist der Stab um zwei seiner Breite parallele und in seinen Endquerschnitten liegende Achsen drehbar. Der eine Endquerschnitt ($z = 0$) erfährt das Moment 0, der andere ($z = L$) erfährt das Moment $\overline{\mathfrak{M}}$ um die Y -Achse. Da die Schwingungen der Massen *für sich* sehr langsam sind (sie haben mindestens die Dauer von einer Minute), so ist die Elastizität des Stabes die einzig merkliche beschleunigende Kraft, die dem schwingenden Systeme das Moment $-\overline{\mathfrak{M}}$ erteilt. Bezeichnet man mit φ den Winkel, um den sich das letzte Stabelement dz , und mit ihm das träge System, um die Y -Achse gegen die Z -Achse dreht, so ist

$$(1) \quad -\overline{\mathfrak{M}} = M_\beta \frac{d^2 \varphi}{dt^2}.$$

In jedem Querschnitt des Stabes wirkt um die Y -Achse ein Moment:

$$(2) \quad \mathfrak{M} = k \frac{d^2 x}{dz^2}, \quad k = \frac{q \cdot k^3}{s} = \frac{B D^3}{12 \cdot s},$$

¹⁾ W. Voigt, Kompendium der theor. Physik 1. p. 331. 337. 411. Leipzig 1895.

worin q der Querschnitt des Stabes, k der Trägheitsradius um eine der Y -Richtung parallelgehende Achse ist.

Für das vorliegende Bieungsproblem gilt die Differentialgleichung:

$$(3) \quad \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} = 0.$$

Die Bedingungen für die Enden des Stabes sind:

$$(4) \quad z = 0: \quad x = 0, \quad \mathfrak{M} = 0.$$

$$(5) \quad z = L: \quad x = 0, \quad \mathfrak{M} = \overline{\mathfrak{M}}, \quad \frac{dx}{dz} = \varphi.$$

Bei Einführung von vier Konstanten a, b, c, d folgt aus der Differentialgleichung (3):

$$x = \frac{ax^3}{6} + \frac{bx^2}{2} + cz + d,$$

oder, da nach den Bedingungen (4) für das Ende $z = 0$ b und d verschwinden:

$$x = \frac{as^3}{6} + cz.$$

Nach den Bedingungen (5) für das Ende $z = L$ ist aber:

$$0 = \frac{aL^3}{6} + cL, \quad \varphi = \frac{aL^2}{2} + c = \frac{aL^2}{3},$$

woraus nach (2) folgt:

$$(6) \quad \overline{\mathfrak{M}} = k a L = \frac{3 \varphi k}{L} = \frac{3 \varphi q \cdot k^3}{L s} = \frac{\varphi \cdot B D^3}{4 L s}.$$

Aus der Gleichung (1), das heißt aus

$$(7) \quad -\overline{\mathfrak{M}} = M_\beta \frac{d^2 \varphi}{ds^2} = -\frac{\varphi \cdot B D^3}{4 \cdot L \cdot s},$$

erhält man für die Dauer einer Doppelschwingung:

$$T_\beta^2 = 4 \pi^2 \frac{4 \cdot M_\beta L s}{B \cdot D^3},$$

also zur Bestimmung von s die Formel:

$$(8) \quad s = \frac{B \cdot D^3 \cdot T_\beta^2}{16 \pi^2 \cdot M_\beta \cdot L}.$$

Bei den *Drillungsschwingungen* des Stabes ergibt sich für die Drehung ψ des letzten Querschnittes $z = L$ gegen den ersten,

festgehaltenen $z = 0$, wenn B mindestens dreimal so groß ist als D und \bar{M} das Drehungsmoment bezeichnet, die Gleichung ¹⁾:

$$(9) \quad \psi = \frac{3 L \bar{M} \cdot s_2}{D^3 B \cdot \left(1 - 0,630 \frac{D}{B}\right)}.$$

Die träge Masse erfährt bei einer Drehung um den Winkel ψ von dem Stab das Moment:

$$-\bar{M} = -\frac{B \cdot D^3 \psi}{3 L s_2} \cdot \left(1 - 0,630 \frac{D}{B}\right).$$

Aus der Gleichung:

$$-\bar{M} = M_0 \frac{d^2 \psi}{dt^2} = -\frac{B \cdot D^3 \cdot \psi}{3 L s_2} \left(1 - 0,630 \frac{D}{B}\right)$$

erhält man für die Dauer einer Doppelschwingung:

$$T_2 = 4 \pi^2 \cdot \frac{3 \cdot M_0 \cdot L s_2}{D^3 \cdot B \left(1 - 0,630 \frac{D}{B}\right)}$$

und somit zur Bestimmung von s_2 die Formel:

$$(10) \quad s_2 = \frac{B \cdot D^3 \cdot T_2^2}{12 \pi^2 \cdot M_0 \cdot L} \cdot \left(1 - 0,630 \frac{D}{B}\right).$$

Zur Beobachtung der Schwingungsdauer war an einem der Bleizylinder eine Marke angebracht, deren Durchgänge durch das Gesichtsfeld eines kleinen Fernrohres gezählt wurden.

Der Untersuchung stellte sich nun ein Umstand erschwerend in den Weg, nämlich der Wechsel der Temperatur. Nicht nur die Resultate der später zu besprechenden Festigkeitsbeobachtungen, sondern auch die Schwingungsdauer der Stäbe und mehr noch die Zahl der beobachtbaren Amplituden waren außerordentlich von der Temperatur abhängig. Der Versuch, durch herabfließendes Wasser von 0° C. den Stab auf konstante Temperatur zu bringen, scheiterte an der mangelhaften Benetzbarkeit der Substanz. Schließlich wurde für die Elastizitätsbeobachtungen die Frage dadurch glücklich gelöst, daß diese in einer dem Verfasser gütigst zur Verfügung gestellten Zelle des zum städtischen Schlachthofe gehörigen Kühlhauses angestellt wurden.²⁾ Die dort vorhandenen Einrichtungen ge-

1) De Saint Venant, Sav. étrang. 14. p. 233. 1853.

2) Hrn. Schilling, dem Direktor des Schlachthofes zu Göttingen, sei auch an dieser Stelle für sein freundliches Entgegenkommen verbindlichster Dank ausgesprochen.

statten es, in sehr vollkommener Weise innerhalb weniger Zehntel Grad die Temperatur konstant auf 0° C. zu halten. Es wurde so möglich, 30—40 Perioden zu zählen, und die Beobachtung ergab, wie gleich hier bemerkt sei, keinen Unterschied in der Dauer großer und kleiner Amplituden und somit merkliche Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes.

Vor der Messung der T_β und T_δ erfolgte die Bestimmung der Trägheitsmomente der bewegten Massen. Zu diesem Zwecke waren in die Messingrohre RR (Fig. 1) in gleichem Abstände vom Schwerpunkte des ganzen Systems zwei kleine Nuten eingedreht, in die die Aufhängedrähte einer bifilaren Suspension eingelegt wurden. Bezeichnet e_1 den unteren, e_2 den oberen Fadenabstand, h die mittlere Fadenlänge, P das Gewicht des Systems, τ die Dauer der halben Periode, so bestimmt sich das Trägheitsmoment M :

$$(11) \quad M_\beta = \frac{e_1 \cdot e_2 \cdot \tau_\beta^2}{4 h \cdot \pi^2} P.$$

Eine Drehung des Systems um 90° in den Drahtschlingen gestattete die Bestimmung von M_δ , das übrigens nur wenig von M_β verschieden war.

Überblick über die Beobachtungen.

Bestimmung der Trägheitsmomente M_β und M_δ aus (11):

$$e_1 = 5,20 \text{ cm}, \quad e_2 = 5,15 \text{ cm},$$

$$\tau_\beta = 8,045 \text{ sec}, \quad \tau_\delta = 8,042 \text{ sec},$$

$$h = 71,10 \text{ cm}, \quad P = 634,69 \text{ gr}.$$

Hieraus folgt:

$$M_\beta = 384\,600 \text{ cm}^2 \text{ gr}, \quad M_\delta = 384\,300 \text{ cm}^2 \text{ gr}.$$

Bestimmung der Elastizitätsmoduln s_2 und s_1 aus (8) und (10).

Die Breiten und Dicken der Stäbe wurden an sieben bis elf verschiedenen Stellen gemessen und für die Rechnung die Mittelwerte aus den erhaltenen Zahlen benutzt. Die Schwingungszahlen T_β und T_δ sind aus 6—8 Beobachtungen gefunden, bei denen jedesmal 30—35 Perioden gezählt wurden.

Eine der Messungen ergab folgende Zahlen:

$$B = 1,052 \text{ cm}, \quad D = 0,229 \text{ cm}, \quad L = 12,48 \text{ cm},$$

$$T_\beta = 0,813 \text{ sec}, \quad T_s = 1,177 \text{ sec}.$$

$$s = 11,03 \cdot 10^{-12} \text{ cm sec}^2 \text{ gr}^{-1}, \quad s_2 = 26,59 \cdot 10^{-12} \text{ cm sec}^2 \text{ gr}^{-1}.$$

Aus zwei weiteren Beobachtungen ergab sich:

$$s = 10,97 \cdot 10^{-12}, \quad s_2 = 26,58 \cdot 10^{-12},$$

$$s = 10,78 \cdot 10^{-12}, \quad s_2 = 26,36 \cdot 10^{-12}.$$

Man erhält daraus als Mittelwert für die Elastizitätsmoduln:

$$s = 10,93 \cdot 10^{-12} \text{ cm sec}^2 \text{ gr}^{-1}, \quad s_2 = 26,51 \cdot 10^{-12} \text{ cm sec}^2 \text{ gr}^{-1},$$

$$s_1 = \frac{1}{2}(2s - s_2) = -2,33 \cdot 10^{-12} \text{ cm sec}^2 \text{ gr}^{-1}.$$

Die Poissonsche Zahl $\mu = -s_1/s$ ergibt sich zu 0,21, das Verhältnis s_2/s zu 2,43. Diese Werte kommen demnach den von der älteren speziellen Elastizitätstheorie für isotrope Körper geforderten Werten von 0,25 und 2,5 ziemlich nahe, woraus eine erhebliche Rigidität der Substanz folgt.

Für die Elastizitätskonstanten gelten die Beziehungen:

$$c = \frac{4s - s_2}{s_2(3s - s_2)} = 103 \cdot 10^9 \frac{\text{gr}}{\text{cm sec}^2},$$

$$c_1 = \frac{s_2 - 2s}{s_2(3s - s_2)} = 27,9 \cdot 10^9 \frac{\text{gr}}{\text{cm sec}^2},$$

$$c_2 = \frac{1}{2}(c - c_1) = \frac{1}{s_2} = 37,6 \cdot 10^9 \frac{\text{gr}}{\text{cm sec}^2}.$$

Für die elastischen Widerstände im technischen Maßsystem erhalten wir folgende Zahlen.

$$\text{Biegungswiderstand: } E = \frac{1}{s \cdot 981 \cdot 10^3} = 933\,000 \cdot \frac{\text{gr}}{\text{mm}^2},$$

$$\text{Drillungswiderstand: } D = \frac{1}{s_1 \cdot 981 \cdot 10^3} = 384\,000 \cdot \frac{\text{gr}}{\text{mm}^2}.$$

Zur näheren Charakterisierung dieser Substanz sei erwähnt, daß die für E und D gefundenen Zahlen mit zu den kleinsten bisher beobachteten gehören. Werte von dieser Größenordnung finden sich bei Holzarten. Von den Mineralien

kommt unserem Material in dieser Beziehung vielleicht Opal am nächsten mit seinen Zahlen: ¹⁾

$$E = 3\,880\,000 \frac{\text{gr}}{\text{mm}^2}, \quad D = 1\,830\,000 \frac{\text{gr}}{\text{mm}^2};$$

doch sind diese noch immer 4—5 mal so groß, wie die hier erhaltenen.

III. Die Festigkeitsversuche.

Bevor wir an die Schilderung der Festigkeitsversuche selbst gehen, müssen wir noch einige Bemerkungen vorausschicken.

Die Präparate zu den Versuchen sind, um ein genaues Urteil über alle dabei stattfindenden Umstände zu haben, sämtlich vom Verfasser selbst hergestellt. Das Material dazu war den unteren Partien des Gusses entnommen mit Hingelassung der alleruntersten Schicht von 3—5 mm Dicke. Hergestellt sind sie auf der Drehbank, wie es nachher im einzelnen beschrieben werden wird. Bei der Anfertigung war aus dem in der Einleitung angegebenen Gründen ein besonderes Augenmerk auf eine glatte und möglichst gleichartige Oberfläche gerichtet. Gegen früher im Göttinger physikalischen Institute angestellte Festigkeitsversuche ist von Hrn. Prof. Mohr das Bedenken ausgesprochen worden, daß durch die Bearbeitung eines nicht sehr festen Materiales auf der Drehbank keine gesunden Querschnitte und guten Oberflächen erzielt würden.²⁾ Demgegenüber sei bemerkt, daß jedenfalls in unserem Falle die eingehende Untersuchung der Oberflächen und Querschnitte der Präparate keinen Anhaltspunkt für eine solche Vermutung ergeben hat. Die Randpartien der Querschnitte zeigten bei Betrachtung mit der Lupe dasselbe Aussehen wie die mittleren Partien; von einer gestörten Oberflächenschicht von 1 mm Dicke (die Hr. Mohr für möglich erklärt) kann auch nicht entfernt die Rede sein.

Die Oberflächen waren immer glatt, wenn nur der benutzte Drehstuhl recht scharf und der abzdrehende Span nicht zu klein war. Im anderen Falle vibrierte das Präparat leicht und erhielt dadurch eine geriefelte Oberfläche.

Zum Messen der zylindrischen Präparate diente ein Dicken-

1) W. Voigt u. P. Drude, Wied. Ann. 42. p. 537. 1891.

2) O. Mohr, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 21. p. 742. 1901.

messer, der die halben Hundertstel Millimeter noch abzulesen gestattete, für die Präparate mit *wechselndem* (nach der Mitte verjüngten) Querschnitt ein Mikrometer mit Fadenkreuz, mit welchem man bis auf 2—3 Tausendstel Millimeter genau ablesen konnte. Nach einiger Übung gelang es leicht, den kleinsten Querschnitt der sich nach der Mitte zu verjüngenden Präparate herauszufinden. Bei der Besprechung der elastischen Eigenschaften der Substanz wurde erwähnt, daß eine merkbare elastische Nachwirkung vorhanden war. Die Versuche wurden daher so angestellt, daß die zum Zertrümmern der Präparate erforderlichen Spannungen rasch bis zu ihren Grenzwerten gesteigert wurden. Die im folgenden beschriebenen Apparate gestatteten im allgemeinen ein derartig schnelles Operieren. Dadurch wurden dauernde Deformationen vermieden. Bei einigen Präparaten wurde nach dem Experiment der Querschnitt noch einmal gemessen. Die sich ergebenden Abweichungen von der ersten Messung fielen in das Bereich der Beobachtungsfehler und waren teils positiv, teils negativ. Daß keine bleibenden Deformationen eintraten, wird auch dadurch wahrscheinlich gemacht, daß die Bruchstücke der Zug-, Torsions- und Biegungspräparate stets so vollkommen aneinander paßten, daß der Riß nur mit Mühe zu sehen war.

Im vorigen Kapitel ist bereits erwähnt worden, daß die Temperaturschwankungen besondere Berücksichtigung verlangten. Auf die Resultate der Festigkeitsbeobachtungen schienen schon Schwankungen von 2—3° C. einen störenden Einfluß zu haben. Es wurde daher jedes fertig gedrehte und gemessene Präparat in einem Glasgefäß verschlossen des Nachts in Wasser von 0° gekühlt. Am Morgen wurden dann die Beobachtungen möglichst gleichmäßig rasch vorgenommen.

A. Die Druckversuche.

Die Druckpräparate waren kleine, im Zentrierfutter gedrehte Zylinderchen von 0,8 cm Höhe und 0,8—1,3 cm Durchmesser. Um einen möglichst genauen Parallelismus der Endflächen zu erzielen, wurden die Präparate bei der Herstellung auf der Drehbank nicht umgespannt, sondern nach Fertigstellung des Zylindermantels und der rechten Endfläche mit einem sogenannten Linkstahl in der angegebenen Länge abgestochen.

Der Druckapparat bestand aus einem Messingrohr R , in das zwei Stahlstempel S_1 und S_2 mit polierten Endflächen eingeschliffen waren, zwischen die das Präparat zentrisch gestellt wurde (Fig. 3). Der untere Stempel stand auf einem Eisenfundament E , unter dem ein Hebel H hindurchging. Vermittelst des aus Stahlstücken zusammengeschrubten Rahmens TT wurde, wie die Figur zeigt, die vom Hebel ausgeübte Druckkraft auf den oberen Stempel übertragen. Oben wie unten waren die Verbindungen durch Spitzen hergestellt, die in Körnerschläge eingriffen. Am Hebelende war ein Dynamometer eingehängt, welches die mit der Hand ausgeübte Druck-

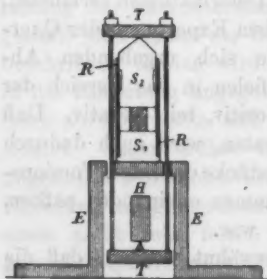


Fig. 3. (1:3)

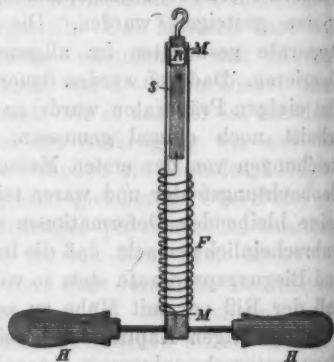


Fig. 4. (1:4)

kraft anzeigte. Das Dynamometer war für diese Zwecke besonders angefertigt worden, nachdem sich die käuflichen Federwagen als unbrauchbar erwiesen hatten (Fig. 4). Eine aus bestem Stahl zylindrisch gewickelte Feder F war an ihrem einen Ende mit zwei Handgriffen HH versehen, an ihrem anderen mit einer zylindrischen Skala S verschraubt, auf der ein kleiner Ring R verschiebbar angebracht war. Die Feder umfaßte eine Hülse M , die ebenfalls mit deren unterem Ende fest verbunden war und durch einen Längsschlitz die in ihrem Innern befindliche Skala S erkennen ließ. Wurde die Feder durch einen Zug mit den Händen ausgedehnt, so nahm die Hülse den Ring mit, der beim Zurückgehen der Feder auf der Skala stehen blieb. Die Grenzspannung war dann gleich der beim Bruch vom Dynamometer angezeigten Kilogrammzahl,

multipliziert mit dem Übersetzungsverhältnis des Hebels (11,59) und vermehrt um das Gewicht des Hebels (10,5 kg) bezogen auf die den Druck ausübende Stelle. Bei den Druckversuchen wurde nach dem von Hrn. Prof. Föppl angegebenen Verfahren¹⁾ zwischen Preßstempel und Präparat ein Schmiermittel gebracht, um die Reibung zu vermindern, und zwar erwies sich Petroleum als das brauchbarste. Dickflüssigere Öle, Vaseline und Talg blieben nicht am Präparat haften, sondern wurden bei einer gewissen Belastung herausgedrückt.

Um nach erfolgter Zertrümmerung der Präparate die Gestalt der Bruchstücke studieren zu können, mußte verhindert werden, daß der nach unten schlagende Hebel diese zwischen den Preßstempeln weiter zertrümmerte. Zu diesem Zwecke war in das Stativ des Apparates eine vertikal stehende Schraube eingedreht, von deren Kopf der Hebel aufgefangen wurde. Die Schraube wurde so weit nach oben gedreht, daß sofort nach erfolgtem Bruch der Hebel aufschlug.

Die Bruchflächen verliefen meistens nicht so, wie man auf Grund anderer mit spröden Substanzen angestellten Versuche hätte erwarten sollen. Präparate aus Steinsalz zerbrachen durch vertikale Sprünge in zahlreiche Prismenelemente. Präparate aus Glas und einem Gemisch von Stearin- und Palmitinsäure zerfielen in eine sehr große Zahl feiner Bruchstücke.²⁾ Ein ausschließlich vertikaler Verlauf der Bruchflächen konnte bei unseren Versuchen nur einige Male konstatiert werden. In den meisten Fällen zerbrachen die Präparate zunächst durch schräg verlaufende Sprungflächen so, daß oben zwei gegenüber liegende Teile des Präparates abgeschoben wurden und ein keilförmiges Stück übrig blieb. Dieses zerfiel bei den Präparaten mit größeren Querschnitten weiter durch vertikale Sprünge und blieb bei den dünneren Präparaten meistens unversehrt erhalten.

Der Grund für dieses abweichende Verhalten kann mit Sicherheit nicht angegeben werden. Es ist möglich, daß das die Preßstempel führende Rohr *R* (vgl. Fig. 3) trotz seiner erheblichen Wandstärke infolge nicht ganz gleichförmiger Unterstützung sich gelegentlich ein wenig gebogen hat. Obgleich

1) A. Föppl, Mitteilungen aus dem mech.-technischen Laboratorium der technischen Hochschule in München 27. Heft. 1900.

2) W. Voigt, Ann. d. Phys. 4. p. 567. 1901.

auf die Herstellung des Druckapparates viel Sorgfalt verwendet worden war, konnte ein ganz gleichartiges Verhalten der Präparate beim Bruch nicht erzielt werden. Man wird daher wohl sagen können, daß infolge exzentrischen Druckes die Spannungen sich nicht absolut gleichförmig über den Querschnitt verteilen. Jedenfalls hat — und das ist für die Beurteilung der erhaltenen Zahlen nicht unwichtig — eine Abhängigkeit der Grenzspannung von der Orientierung der Sprungflächen nicht nachgewiesen werden können.

Über die Beobachtungen selbst gibt die folgende Tab. 1 Aufschluß.

Tabelle I.

Nr.	Durchmesser mm	Querschnitt qmm	Grenzspannung kg	$\frac{\text{kg}}{\text{qmm}}$
1	12,80	128,7	446,3	3,47
2	12,88	180,8	419,6	3,22
3	12,88	190,3	492,4	3,32
4	12,75	127,9	420,8	3,29
5	12,90	130,7	434,7	3,33
6	12,00	113,1	382,5	3,38
7	11,95	112,2	395,8	3,52
8	12,15	115,9	389,5	3,36
9	11,00	95,1	314,2	3,30
10	11,18	98,2	315,3	3,21
11	11,20	98,6	308,4	3,18
12	11,15	97,7	315,3	3,23
13	9,88	76,7	263,2	3,43
14	10,00	78,6	272,4	3,46
15	9,85	76,2	244,6	3,21
16	9,95	77,8	270,1	3,47
17	8,95	63,0	205,2	3,26
18	8,95	63,0	212,2	3,37
19	8,75	60,2	197,1	3,27
20	8,85	61,5	186,7	3,04
21	8,08	51,3	171,6	3,35
22	8,05	50,9	173,9	3,42
23	8,10	51,5	163,5	3,18
24	8,00	50,3	162,3	3,25

Mittel: $3,31 \pm 0,01 \frac{\text{kg}}{\text{qmm}}$

B. Die Zugversuche.

Die zur Anstellung der Zugversuche erforderlichen Präparate sind aus 5 cm langen prismatischen Stücken der Substanz nach folgendem Verfahren hergestellt. Im Zentrierfutter wurden die Stücken rund gedreht und hierauf die für die Zugversuche dienenden Fassungen laufend aufgepaßt. Diese Fassungen hatten die in Fig. 5 in etwa zwei Drittel natürlicher Größe wiedergegebene Gestalt: auf einem kurzen Hohlzylinder von etwa 1 cm Länge saß ein rechteckiger oben laufend durchbohrter Bügel. Die zwischen Spitzen eingesetzten Präparate wurden so gedreht, daß sie sich nach der Mitte zu ein wenig verjüngten.



Fig. 5. (2:3)

Diese Gestalt brachte manche Vorteile mit sich. Bei einem zylindrischen Präparat hätte man infolge der Schwächung der Substanz durch die Fassungen ein Reißen des Präparates an einer Fassung befürchten müssen, da an diesen leicht Beschädigungen der Präparate eintreten. Dieser Fall trat auch einmal bei einem Präparat ein, das sich zu wenig nach der Mitte zu verjüngte. Durch die Verjüngung wurde zugleich noch erreicht, daß etwa vorhandene Inhomogenitäten sich in minder störender Weise bemerkbar machten. Denn es war nicht sehr wahrscheinlich, daß die eine oder andere Inhomogenität gerade in den kleinsten Querschnitt zu liegen kam.

Damit die Präparate bei dem Zug nicht aus den Fassungen herausrutschten, wurde auf jeder Fassung eine Kappe befestigt (in Fig. 6 schraffiert gezeichnet), deren übergreifender Rand das Präparat festhielt. Da diese Kappen erst nach Fertigstellung des Präparates aufgeschraubt werden konnten, mußte jede durch einen Längsschnitt in zwei Hälften zerlegt werden, die dadurch zusammengehalten wurden, daß ein Ring rr über die Kappe geschraubt wurde.

Die Präparate wurden zwischen Spitzen zerrissen, die in dieselben Bohrungen eingriffen, in denen auch die Spitzen des Drehbankfutters und des Reitstockes gesessen hatten. Durch dieses Verfahren war gewährleistet, daß die Richtung der äußeren Kraft so genau mit der Achse der Präparate zusammenfiel, als dies überhaupt herzustellen möglich ist. Hier-

durch war eine gleichförmige Verteilung der Spannungen über den Querschnitt der Präparate sehr vollkommen erzielt.

Die Belastung geschah auf zweierlei Weise. Zehn Präparate sind mit dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Dynamometer, 15 durch direkte Belastung mit Gewichten zerissen. In die Fassungen wurden zu diesem Zweck geeignete mit den Spitzen S_1 und S_2 (Fig. 6) versehene Haken eingehängt, an deren unterem im ersten Falle das Dynamometer, im zweiten eine Gewichtsschale hing. Letztere trug dann schon anfangs etwa Dreiviertel der zum Zerreißen erforderlichen Last. Eine Arretierungsvorrichtung ermöglichte ein stoßfreies Anhängen dieser Gewichtsschale. Die weitere Belastung erfolgte durch zulaufendes Schrot. Die Schrotkugeln fielen aus geringer Höhe in ein auf der Gewichtsschale stehendes Gefäß, das mit Watte ausgelegt war, um den Stoß der auffallenden Schrotkugeln möglichst abzuschwächen.



Fig. 6. (2:8)

Im Augenblick des Reißens wurde durch eine automatische Vorrichtung der Schrotzufluß abgestellt. Das erste Verfahren lieferte einen allerdings nur sehr wenig höheren Mittelwert. Hierfür sind mehrere Gründe denkbar. Entweder haben die geringen Stöße der auffallenden Schrotkugeln doch etwas zum vorzeitigen Zerreißen der Präparate beigetragen, oder es hat die Temperatur der Umgebung, die meistens $10-14^{\circ}\text{C}$. betragen hat, wegen der etwas längeren Dauer der Versuche Einfluß auf die Festigkeit der Substanz gehabt. Dazu kommt noch, daß überhaupt die längere Dauer eines Festigkeitsversuches unabhängig von der Temperatur einen geringeren Wert der Maximalspannung zur Folge hat.¹⁾ Wahrscheinlich werden alle genannten Umstände zu berücksichtigen sein, um den Unterschied zwischen den beiden Mittelwerten zu erklären. Die zweite Methode, die aus den angegebenen Gründen einige Nachteile hatte, wurde gewählt, weil die Ablesungen am Dynamometer zu unsicher waren; schon die Zehntel-Kilogramme mußten geschätzt werden.

Die bei beiden Beobachtungsmethoden erzielten Bruchflächen waren vollständig glatt und verliefen im kleinsten Querschnitt senkrecht zur Achse der Präparate. Diese Beobachtungen

1) Vgl. C. v. Bach, *Elastizität und Festigkeit* p. 80. Berlin 1890; C. Brodmann, *Göttinger Nachrichten* p. 44. 1894.

bestätigten demnach nicht die Theorie des Hrn Prof. Mohr ¹⁾, auf die im vierten Kapitel noch zurückzukommen sein wird. Diese Theorie verlangt Bruchflächen, die nur angenähert mit einem Querschnitt zusammenfallen, und niedrige Kanten und Pyramiden zeigen.

Die Resultate der Beobachtungen sind in der folgenden Tab. II niedergelegt.

Tabelle II.

Nr.	Radius mm	Querschnitt qmm	Belastung kg	kg qmm	
1	2,615	21,50	13,2	0,61	Mittel von 1—10 = 0,57
2	2,665	22,31	13,4	0,60	
3	2,750	23,76	11,9	0,50	
4	2,198	15,18	9,6	0,63	
5	2,647	22,03	10,5	0,48	
6	2,69 ^a	22,79	13,7	0,60	Mittel von 11—25 = 0,54
7	3,031	28,88	16,2	0,56	
8	2,880	17,79	10,6	0,59	
9	2,741	23,60	14,2	0,60	
10	3,012	28,51	14,7	0,52	
11	2,873	25,93	14,91	0,57	
12	2,703	22,97	12,61	0,55	
13	2,586	21,03	12,38	0,59	
14	2,711	23,10	13,51	3,58	
15	2,640	21,91	13,68	0,62	
16	2,71 ^a	23,23	11,68	0,50	Gesamtmittel: $0,550 \pm 0,0067 \frac{\text{kg}}{\text{qmm}}$
17	2,865	25,80	12,92	0,50	
18	2,565	20,68	10,83	0,52	
19	2,250	15,90	9,44	0,59	
20	2,28 ^a	16,47	8,26	0,50	
21	2,442	18,75	10,09	0,54	
22	2,388	17,91	9,89	0,55	
23	2,852	25,55	12,72	0,50	
24	2,648	22,03	10,59	0,48	
25	2,58 ^a	20,96	9,81	0,47	

Gesamtmittel: $0,550 \pm 0,0067 \frac{\text{kg}}{\text{qmm}}$

1) O. Mohr, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 44. p. 1524. 1900; 21. p. 740. 1901.

C. Die Torsionsversuche.

Die Länge der Präparate und ihre Herstellungsweise war die gleiche wie bei den Zugpräparaten. Sie erhielten nur abweichend von den früher benutzten in der Mitte einen zylindrischen Teil, damit sich die zu erwartende ausgedehnte Sprungfläche auf ein Stück konstanten Querschnittes verteilen konnte. Die verwendeten Fassungen hatten an Stelle des vorhin erwähnten Bügels einen vierkantigen, laufend durchbohrten Ansatz,

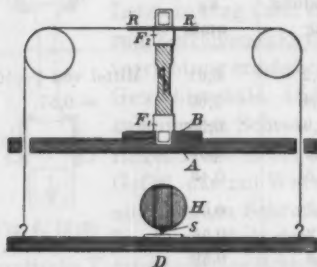


Fig. 7. (1:4)

der dazu diente, das Präparat in geeigneter Weise zu befestigen. Auf einem Brett *A* war ein Messigstück *B* aufgeschraubt, das in der Mitte ein quadratisches Loch hatte (Fig. 7). In dieses paßte die Fassung *F*₁ hinein. Auf die obere Fassung *F*₂ wurde ein Rad *R* (mit einem Radius von 40 mm) gesetzt, das ebenfalls mit einem quadratischen Loch versehen war. Zwei an dem Rad befestigte Fäden gingen von dessen Peripherie über zwei Rollen nach unten zur Leiste *D*. Diese Leiste wurde mit Hilfe eines nachher näher zu beschreibenden Hebels *H* allmählich belastet. Dadurch wurde auf das obere Ende des Präparates ein wachsendes Drehmoment ausgeübt, bis der Bruch erfolgte. Die Bruchfläche selbst zeigte die schon oft beschriebene schraubenförmige Gestalt in stets regelmäßiger Ausbildung. Sie war begrenzt von einer unter einer Neigung von 45° spiralig sich aufwindenden Linie, die nach Vollendung eines Umlaufes parallel der Achse abfällt.

Der Hebel *H*, der in der Fig. 7 nur im Querschnitt zu sehen ist, bestand aus einem Messingrohr, das zur Verhinderung der Durchbiegung mit einem auf Hochkant gestellten Eisenstab versteift war. Die Belastung des Hebels erfolgte durch langsames Vorrollen einer Gewichtsschale. Diese hing an einer auf dem Hebel laufenden Rolle, die durch zwei dem Hebel parallel gehende Fäden mit Hilfe einer Kurbel vorgezogen werden konnte. Diese Vorrichtung gestattete eine stoßfreie

und gleichmäßig sich steigernde Belastung. Das Gewicht des Hebels selbst wurde durch ein Gegengewicht aufgehoben. Auf dem Hebel war eine Teilung angebracht, deren Nullpunkt mit der Achse des Hebels zusammenfiel. Auf dem Teilstrich 100 war eine Spitze *S* (Fig. 7) angeschraubt, die in einen Körnerschlag auf der Leiste *D* eingriff.

Die folgende Tab. III enthält die Torsionsbeobachtungen.

Tabelle III.

Nr.	Radius mm	Dreh- moment kg mm	Drehmoment Radius ³
1	2,875	31,40	1,32
2	3,04 ³	32,28	1,15
3	3,47 ³	47,48	1,13
4	2,930	35,56	1,41
5	3,005	30,24	1,12
6	2,928	32,12	1,28
7	3,10 ³	34,20	1,12
8	3,225	40,88	1,22
9	2,920	31,92	1,28
10	2,580	21,56	1,26
11	2,683	25,64	1,33
12	3,006	33,40	1,23
13	2,940	36,12	1,42
14	2,920	31,80	1,42
15	3,08 ³	39,00	1,33
16	2,936	32,12	1,27
17	2,628	24,00	1,33
18	2,844	27,56	1,20
19	2,82 ³	25,92	1,15
20	2,650	21,84	1,17
21	3,090	39,92	1,36
22	2,85 ³	30,96	1,33
23	2,840	32,68	1,42
24	2,920	29,28	1,17
25	3,013	35,68	1,31

Mittel: 1,273

 $\pm 0,012 \frac{\text{kg} \cdot \text{mm}}{(\text{mm})^3}$

Tabelle IV.

Nr.	Radius mm	Dreh- moment kg mm	Drehmoment Radius ³
1	2,573	14,70	0,863
2	2,54 ³	14,70	0,892
3	2,569	13,70	0,808
4	2,735	16,97	0,828
5	2,789	16,33	0,753
6	2,90 ⁴	17,96	0,734
7	2,89 ³	18,39	0,777
8	2,836	19,81	0,869
9	2,553	13,85	0,832
10	2,749	17,04	0,820
11	2,639	14,70	0,800
12	2,660	14,84	0,844
13	2,517	13,35	0,837
14	2,686	14,91	0,770
15	2,827	17,61	0,780
16	2,883	15,98	0,667
17	2,719	14,41	0,717
18	2,114	6,39	0,676
19	2,691	15,12	0,777
20	2,613	13,49	0,756
21	2,56 ³	13,85	0,824
22	2,649	13,99	0,753
23	2,47 ³	12,99	0,860
24	2,641	12,28	0,666
25	2,617	14,91	0,832

Mittel: 0,7894

 $\pm 0,0085 \frac{\text{kg} \cdot \text{mm}}{(\text{mm})^3}$

D. Die Biegungsversuche.

Bezüglich der Herstellung der Biegungspräparate kann auf das im Abschnitt B. Gesagte verwiesen werden. In die Bohrungen der Fassungen ließen sich Messingstäbe $M_1 M_2$ von 7,5 cm Länge einschrauben, die, wie die Fig. 8 zeigt, mit angefeilten Flächen $L_1 L_2$ versehen waren derart, daß die Achse des Präparates in diesen Flächen verlief. Mit den Flächen wurden die Präparate auf Schneiden $S_1 S_2$ gelegt, die auf einem Brett A verschiebbar angebracht waren. Es war übrigens Sorgfalt darauf verwendet worden, daß die Präparate gleiche Länge erhielten und der Abstand der Schneiden stets

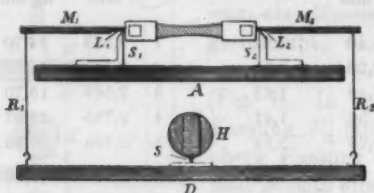


Fig. 8. (1:3)

7,6 cm betrug. Am Ende der Messingstäbe waren Nuten eingedreht, in die die Leiste D mit den Haken $R_1 R_2$ eingehängt wurde. Genau wie im vorigen Abschnitt beschrieben ist, wurde auch hier die Belastung der Leiste D ausgeführt. Es entstand so um die Schneiden S ein Drehmoment, das den Bruch herbeiführte. Dieses Drehmoment berechnete sich aus dem Produkt der am Ende eines Messingstabes wirkenden Kraft und der Länge des Hebelarmes (71 mm).

Die Bruchflächen waren auch hier vollkommen glatt und verliefen senkrecht zur Achse im kleinsten Querschnitt. Um ein sicheres Zerbrechen der Präparate im kleinsten Querschnitt zu erreichen, waren diese so gedreht, daß sie sich von beiden Fassungen aus gleichmäßig nach der Mitte zu verjüngten.

Die Beobachtungsergebnisse finden sich in Tab. IV (p. 1039).

IV. Die theoretische Verwertung der gewonnenen Resultate.

In diesem Kapitel wollen wir die gefundenen Resultate zu einer Prüfung der wichtigsten Festigkeitstheorien verwenden.

Wir orientieren die Präparate so zu einem rechtwinkligen Koordinatensystem, daß ihre Achse mit der Z -Richtung zusammenfällt. Für Druck- und Zugbeanspruchung fallen die maximalen Spannungen mit der Hauptspannung Z_z zusammen und bestimmen sich durch die Quotienten aus wirkender Kraft und Querschnitt. Auch im Falle der Biegung geht die Maximalspannung der Z -Achse parallel und erreicht ihren größten Wert gleich dem $4/\pi$ -fachen Quotienten aus Moment und dritter Potenz des Radius im höchsten Punkt des kleinsten Querschnittes. Die bei der Torsionsbeanspruchung auftretenden Maximalspannungen Z'_z finden in der Oberfläche statt. Ihre Richtung ist normal zu einem betrachteten Radius und um 45° gegen die Z -Achse geneigt. Nach den allgemeinen Torsionsformeln wird ihr Wert gleich dem $2/\pi$ -fachen Quotienten aus Moment und dritter Potenz des Radius.

Die Berechnung ergibt für die Maximalspannungen folgende Werte in absoluten Einheiten:

1. Druck: $Z_z = 3,31 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2},$
 $= 3,31.1000.100.981. = 3250.10^5 \frac{\text{gr}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2},$
2. Zug: $Z_z = 0,55 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2},$
 $= 0,55.1000.100.981. = 540.10^5 \frac{\text{gr}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2},$
3. Torsion: $Z'_z = \frac{2N}{r^3\pi}, \quad \frac{N}{r^3} = 1,27 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3},$
 $Z'_z = 2.1,27.1000.100.981. \frac{1}{\pi} = 793.10^5 \frac{\text{gr}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2},$
4. Biegung: $Z_z = \frac{4M}{r^3\pi}, \quad \frac{M}{r^3} = 0,789 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3},$
 $Z_z = 4.0,789.1000.100.981. \frac{1}{\pi} = 986.10^5 \frac{\text{gr}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$

Wie schon viele andere Untersuchungen, so bestätigen auch unsere Zahlen *nicht* die auf Clebsch zurückgehende Annahme¹⁾, daß für die Zertrümmerung eines Materiales eine der Substanz individuelle Maximalspannung unabhängig von ihrer Orientierung zur Bruchfläche nötig sei. Die Maximal-

1) A. Clebsch, Theorie der Elastizität fester Körper p. 134. Leipzig 1862.

spannung bei Druck ist z. B. etwa 6 mal größer als bei Zug, und diese Differenzen lassen sich durch die Annahme einer Nichterfüllung des Hookeschen Gesetzes durch die benutzte Substanz in keiner Weise beseitigen.

Eine andere von Thomson und Tait ausgesprochene Ansicht ¹⁾, daß nämlich die *Differenzen* zwischen den größten und kleinsten Hauptspannungen einen maximalen Wert erreichen, ist gleichfalls mit unseren Resultaten nicht vereinbar. Die kleinsten Hauptspannungen sind in den Fällen 1, 2, 4 praktisch gleich Null, die Differenzen werden also hier den Maximalspannungen gleich; im Falle 3 sind sie den Maximalspannungen entgegengesetzt gleich, die Differenzen also mit dem Doppelten der Maximalspannungen identisch.

Ebensowenig läßt sich nachweisen, daß die *Energie* bei allen Arten der Beanspruchung konstant sei. Der Wert des elastischen Potentials φ' zeigt sofort die Unhaltbarkeit auch dieser Annahme:

$$2\varphi' = s_1(X_x^2 + Y_y^2 + Z_z^2) + s_2(X_x^2 + Y_y^2 + Z_z^2 + 2(Y_x^2 + Z_x^2 + X_y^2)).$$

Diese Gleichung vereinfacht sich für den ersten, zweiten und vierten Fall zu

$$(1) \quad 2\varphi' = (s_1 + s_2) Z_z^2.$$

Der dritte Fall verlangt:

$$(2) \quad 2\varphi' = 2s_2 Z_z^2.$$

Da die für die verschiedenen Arten der Beanspruchung erhaltenen Werte von Z_z verschieden sind, so kann nach Gleichung (1) niemals das elastische Potential und somit die Energie einen konstanten Wert für Druck, Zug oder Biegung annehmen. Auch Gleichung (2) liefert keinen Wert für φ' , der mit einem der aus Gleichung (1) zu erhaltenden übereinstimmt.

Wir wenden uns nun der Besprechung der aus neuester Zeit stammenden Theorie des Hrn. Prof. Mohr ²⁾ zu.

Dieser Theorie liegt die Annahme zu Grunde, daß die Bruchgrenze eines Materiales bestimmt wird durch die „Spannungen der Bruchflächen“ und daß jede in einem Körperpunkte entstehende Bruchfläche durch die Richtung der mittleren

1) W. Thomson u. P. G. Tait, *Natural Philosophy* I. p. 832. 1885.

2) O. Mohr, *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* 44. p. 1524. 1900; 21. p. 740. 1901.

Hauptspannung geht. Die Trennungsfläche steht somit senkrecht auf der Ebene der größten und kleinsten Hauptspannung, und es sind theoretisch jederzeit zwei einander gleichwertige Trennungsflächen möglich, die symmetrisch zu den extremen Hauptspannungen liegen. Für jede Substanz gibt es nun eine Beziehung $f(\sigma, \tau)$ zwischen der Normalspannung σ und der Tangentialspannung τ gegen die Grenzfläche, die nur Parameter enthält, die der Substanz individuell sind. $f(\sigma, \tau)$ ist negativ vor dem Bruch und verschwindet beim Bruch. Führt man ein Koordinatensystem σ, τ ein, so stellt: $f(\sigma, \tau) = 0$ eine Kurve dar, die etwa die in Fig. 9 gezeichnete Gestalt hat. Für alle Punkte innerhalb der Kurve gilt: $f(\sigma, \tau) < 0$, und diese Punkte entsprechen allen in dem noch unbeschädigten Körper möglichen Spannungszuständen, während die Punkte der Kurve selbst für den Zerfall maßgebend sind. Konstruiert man in einem Punkte G der Kurve die Tangente, so ist die Hälfte des Winkels φ , den die Tangente mit der $-\tau$ -Achse bildet, die Neigung einer der möglichen Trennungsflächen gegen die kleinste Hauptspannung. Errichtet man in G ein Lot, das die σ -Achse in A trifft und schlägt mit dem Radius AG um A als Zentrum einen Kreis, so erhält man die Punkte X und Z auf der σ -Achse, und OX und OZ sind dann die kleinste und größte Hauptspannung in dem Punkte G (Druckspannungen sind negativ gerechnet), während man durch die Konstruktion über die mittlere Hauptspannung keinen Aufschluß erhält. Für die Bestimmung dieser Hüllkurve gibt die Erfahrung wenig Anhaltspunkte. Trägt man auf der σ -Achse die größten möglichen Hauptspannungen, die Zugfestigkeit K_1 und die Druckfestigkeit $-K_2$, auf und errichtet über den Strecken als Durchmesser zwei Kreise, so muß die Hüllkurve diese beiden Kreise tangieren. Und ohne großen Fehler wird man nach Mohr die beiden gemeinschaftlichen äußeren Tangenten als Teile der Bruchgrenzkurve ansehen dürfen. Ein um den Anfangspunkt

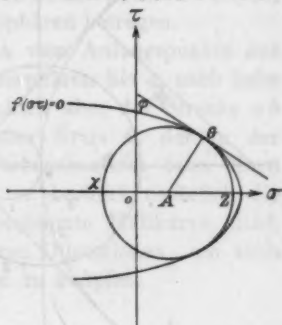


Fig. 9.

als Zentrum geschlagener Kreis, der die Tangenten ebenfalls berührt, veranschaulicht den Fall entgegengesetzt gleicher Hauptspannungen. Der Radius dieses Kreises ist gleich der Drehfestigkeit K_3 und angenähert gleich $K_1 K_2 / (K_1 + K_2)$.

Unsere Zahlen genügen dieser Gleichung nicht; K_3 wird nach dieser Formel ungefähr $500 \cdot 10^5 \text{ g/cm sec}^2$, also im Vergleich mit der Beobachtung viel zu klein. Dasselbe zeigt die graphische Darstellung. Konstruiert man mit den Radien $K_1/2$

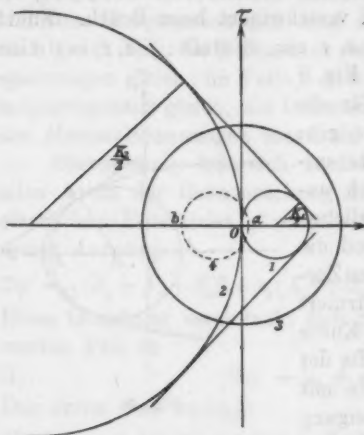


Fig. 10.

und $K_2/2$ die in Fig. 10 gezeichneten Kreise 1 und 2, die bei Berücksichtigung des seitlichen Druckes von einer Atmosphäre die σ -Achse ein klein wenig links vom Anfangspunkte schneiden, so sollten die äußeren gemeinschaftlichen Tangenten nahezu auch den um O als Zentrum beschriebenen Kreis 3 mit dem Radius K_3 berühren. Die Figur zeigt, daß dies nicht geschieht; der Torsionskreis umfaßt den Zugkreis vollständig.

Im Göttinger physikalischen Institut sind vor einiger Zeit Versuche mit einem Piezometer gemacht worden, in welchem unter allseitigem Druck von flüssiger Kohlensäure Präparate aus Steinsalz und aus einem Gemisch von Stearin- und Palmitinsäure zerrissen worden sind.¹⁾ Das übereinstimmende Resultat dieser Versuche war, daß das Zerreißen bei demselben Überschuß der longitudinalen über die transversale innere Spannung des Präparates eintrat. Leider konnten diese Beobachtungen nicht mit unserer Substanz wiederholt werden, da die Kohlensäure bei 0° — und bei dieser Temperatur hätten die Versuche angestellt werden müssen — zu geringen Druck hat. Wenn wir aber, was bei der verwandten Natur der von uns benutzten Substanz mit einer der früher verwendeten zulässig

1) W. Voigt, Wied. Ann. 53. p. 43. 1894; 67. p. 452. 1899.

erscheint, annehmen, daß auch beim Zerreißen eines Präparates aus dem neuen Material die Differenz zwischen der longitudinalen und transversalen Spannung konstant bleibt, so werden wir daraus schließen dürfen, daß Spannungszustände möglich sind, bei denen der Kreis 1 in Fig. 10 (innerhalb gewisser Grenzen) jede beliebige Lage annehmen kann, die durch Verschiebung dieses Kreises auf der σ -Achse nach links erhalten wird. Wenn wir z. B. einen äußeren Druck von 50 Atmosphären haben, so müßte, da wir eine Zugfestigkeit von 55 Atmosphären bei einer Atmosphäre seitlichen Druckes erhalten haben, die Zugfestigkeit jetzt noch 6 Atmosphären betragen.

In Fig. 8 tragen wir demnach vom Anfangspunkte aus auf der σ -Achse nach rechts 6 Atmosphären bis a , nach links 50 Atmosphären bis b ab und errichten über der Strecke ab als Durchmesser einen Kreis. Dieser Kreis 4, der in der Figur punktiert gezeichnet ist, veranschaulicht dann einen der möglichen Spannungszustände; er berührt natürlich die durch die Tangenten annähernd bestimmte Hüllkurve nicht.

Wir berechnen nun die lineären Dilatationen, um auch an diese Werte einige Bemerkungen zu knüpfen.

Druck:

$$z_x = -s Z_x = -10,93 \cdot 10^{-12} \cdot 3250 \cdot 10^5 = -355 \cdot 10^{-5},$$

$$x_z = y_z = -s_1 Z_x = 2,33 \cdot 10^{-12} \cdot 3250 \cdot 10^5 = +75,7 \cdot 10^{-5}.$$

Zug:

$$z_x = s Z_x = 10,93 \cdot 10^{-12} \cdot 540 \cdot 10^5 = +59,0 \cdot 10^{-5},$$

$$x_z = y_z = s_1 Z_x = -2,33 \cdot 10^{-12} \cdot 540 \cdot 10^5 = -12,6 \cdot 10^{-5}.$$

Torsion: Von den hier auftretenden Hauptdilatationen liegt eine normal zur Sprungfläche, die andere dieser parallel. Entsprechend einem Koordinatensystem, dessen Y' -Achse einem betrachteten Radius parallel läuft und dessen Z' - und X' -Achse auf diesem senkrecht stehen, nennen wir diese Dilatationen z'_x und x'_z . Ihre Werte berechnen sich zu:

$$z'_x \text{ (normal zur Sprungfläche)} = \frac{1}{2} s_2 Z'_x,$$

$$x'_z \text{ (parallel der Sprungfläche)} = -\frac{1}{2} s_2 Z'_x,$$

$$z'_x = -x'_z = \frac{1}{2} s_2 Z'_x = \frac{1}{2} \cdot 26,59 \cdot 10^{-12} \cdot 793 \cdot 10^5 = 105 \cdot 10^{-5}.$$

Biegung:

$$x_z = y_z = s_1 Z_x = -2,33 \cdot 10^{-12} \cdot 986 \cdot 10^5 = -23,0 \cdot 10^{-5},$$

$$z_x = s Z_x = 10,93 \cdot 10^{-12} \cdot 986 \cdot 10^5 = +108 \cdot 10^{-5}.$$

Diese Zahlen zeigen, daß auch die vielbenutzte wohl auf Mariotte und Saint Venant zurückgehende Annahme¹⁾, daß die lineären Dilatationen senkrecht zur Trennungsfläche bei der Zertrümmerung einen konstanten Wert erreichen, mit unseren Beobachtungen *nicht* im Einklang ist. Die Differenzen durch die Annahme einer Abweichung der benutzten Substanz vom Hookeschen Gesetze zu erklären, dürfte um so weniger möglich sein, als nach p. 15 Andeutungen solcher Abweichungen nicht beobachtet sind.

Eine nähere Untersuchung zeigt schließlich, daß sich auch keine lineare Beziehung zwischen den Hauptdilatationen finden läßt, die bei der Zertrümmerung einen dem untersuchten Material individuellen Grenzwert annimmt.

Am Schlusse der Arbeit spreche ich Hrn. Geheimrat Voigt für das lebhafte Interesse an dem Fortgange der Untersuchungen sowie für vielfache Unterstützung mit Rat und Tat meinen ehrerbietigsten und wärmsten Dank aus.

Ferner danke ich Hrn. Prof. Kaufmann herzlich für die mir auch von seiner Seite zu teil gewordene Förderung meiner Arbeit.

1) E. Mariotte, Oeuvres p. 455. 1740; De Saint Venant, Sav. étr. 14. p. 233. 1856.

(Eingegangen 18. April 1903.)

7. Wärmeleitung in Flüssigkeiten; von Robert Weber.

1. Die theoretische Grundlage.

Wenn man einen Körper bezüglich der Wärmeleitung den Bedingungen unterwirft, welche dem Falle von Fouriers unbegrenzter Mauer entsprechen, so besteht bekanntlich die Beziehung

$$(1) \quad Q = k \frac{S(T-t)}{D} \cdot Z,$$

worin k den inneren Leitungskoeffizienten, S die Größe der von der Wärme durchsetzten Fläche, T und t die Temperaturen der beiden Begrenzungsflächen, D deren Entfernung und Q die in der Zeit Z durchgegangene Wärmemenge bezeichnet.

Die dabei zu erfüllenden Bedingungen sind folgende:

1. Die Wärmeüberführung soll bloß durch Leitung und nicht durch Konvektion geschehen.
2. Der Körper soll von zwei parallelen Ebenen begrenzt sein.
3. Alle Punkte derselben Begrenzungsfläche sollen dieselbe Temperatur T , bez. t haben.
4. Die Temperatur der Begrenzungsflächen, sowie der dazwischen liegenden, ihnen parallelen Ebenen soll beliebig lange dieselbe bleiben.

Unter solchen Umständen ist dann der Wärmeleitungskoeffizient

$$k = \frac{Q \cdot D}{S \cdot (T - t) \cdot Z}.$$

Im besonderen Falle einer Flüssigkeit kann den aufgezählten Bedingungen nur genügt werden, wenn sich die Flüssigkeit in einem Gefäß mit ebenen, horizontalem Boden befindet; wenn die Wärmezufuhr von oben und die Wärmeabfuhr von unten stattfindet; und wenn Zufuhr und Abfuhr konstant gehalten werden. Letzteres bewirkt dann nach einer gewissen Zeit die bedungene konstante Temperaturverteilung.

Die zugeführte, oder durchgehende, oder austretende Wärmemenge kann in erster Annäherung bequem und leicht elektrisch erzeugt und bestimmt werden. Sind nämlich J die Stromstärke in Ampère und E die Spannung in Volt an den Drahtenden einer Heizvorrichtung, welche auf der oberen Grenzzebene der Flüssigkeit aufliegt, so ist die in Z Sekunden zugeführte Wärmemenge in Grammkalorien

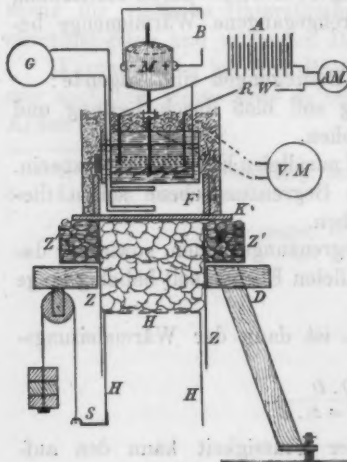
$$Q = 0,24 \cdot J \cdot E \cdot Z.$$

Der Ausdruck für k nimmt dadurch folgende Gestalt an:

$$(2) \quad k = \frac{0,24 J \cdot E \cdot D}{S(T - t)},$$

und wird die Bestimmung von k zugleich von der Zeit unabhängig.

Die durch die Energie $J \cdot E$ erzeugte Wärme wird nun allerdings nicht alle durch die Flüssigkeit gehen, sondern zum Teil in der Luft und an andere Körper abgegeben. Dem entsprechend muß Q , oder die Energie $J \cdot E$, welche in die letzte Formel eingeht, korrigiert werden.



2. Versuchsanordnung.

Die in Bezug auf Wärme- fluß zu untersuchende Flüssigkeitschicht mit den die nötigen Bedingungen erfüllenden Nebenteilen hatte die Anordnung, wie sie die nebenstehende Figur skizziert:

Auf dem ausgeschnittenen Brett eines Dreifußes D steht ein aus Zinkblech gefertigter Zylinder Z auf. Dieser Zylinder wird im oberen Viertel von einem weiteren Zylinder Z' umgeben, welcher an den ersteren durch einen flachen Boden verlötet ist. Außerdem paßt in den inneren Zylinder ein anderer Hohlzylinder H , der oben durch einen durchlöcher-

Boden abgeschlossen ist. Dieser Zylinder ist leicht beweglich und wird deswegen vermittelt dreier auf dem Umfang angebrachter Stangen *S* durch Schnur und Rolle und Gegengewicht an der unteren Seite des Brettes des Dreifußes aufgehängt. Auf dem Hauptzylinder *Z* liegt dann horizontal eine ebene Kupferplatte *K* auf, auf deren obere Seite ein zylindrischer Glasring aufgekittet ist. Das so von der Kupferplatte und dem Glasring gebildete zylindrische Gefäß ist zur Aufnahme der zu untersuchenden Flüssigkeit *F* bestimmt. Im Raum zwischen Kupferplatte, Zinkzylinder und beweglichem Zinkzylinder (Kolben) ist zerschlagenes Eis untergebracht. Dieses Eis wird vom Kolben, durch Vermittelung der bis auf 18 kg betragenden Gegengewichte, gegen die Kupferplatte, also gegen die untere Grenzfläche der Flüssigkeit, gedrückt. Das obere zylindrische Gefäß *Z'* enthält Eis und Wasser bis oben, zu dem Zwecke, das seitliche Abschmelzen des Eises zu verhindern und dadurch zu erzielen, daß der kühlende Eiszylinder seinen ursprünglichen Durchmesser beibehält.

Oberhalb der Flüssigkeitsschicht, und mit ihr in Berührung, ist auf das die Seitenwand bildende Glas ein metallenes Heizgefäß *W* in drei Punkten aufgestellt, doch so, daß das zylindrische Heizgefäß genau in das zylindrische Glas paßt und 2—6 mm darein eintauchen kann. Das Heizgefäß enthält flüssiges Paraffin, welches den Wärmevorrat aufnehmen und die Wärmeabgabe an die zu untersuchende Flüssigkeit vermitteln soll. Ich gab Paraffin den Vorzug seiner gut isolierenden Eigenschaft wegen. — Die Wärme wurde durch elektrischen Strom erzeugt, indem dieser in eine Widerstandsspule besonderer Art geleitet wurde. Nämlich aus mit Seide umsponnenem Nickelindraht von 0,2 mm wurde zuerst ein Bündel von vier solchen Drähten gebildet und dann acht dieser zu einem neuen Bündel vereinigt. Dieses Bündel aus 32 Adern wurde dann auf ein ebenes starkes, rechteckiges Stück Eisenblech, von ihm gut isoliert, aufgewickelt. Die Enden wurden an zwei Messingsäulen sorgfältig angelötet. Diese selbst waren, gut isoliert, auf dem Eisenrahmen befestigt. Diese Messingsäulen führten also den Strom dem Nickelinwiderstand *W* zu. Die ganze Länge dieses Bündels betrug etwa 13,7 m; sein

Widerstand war etwa $4,89 \Omega$. Als Stromquelle diente immer eine Akkumulatorenbatterie *A*, und der Stromkreis enthielt noch einen Kurbelrheostaten als Regulierwiderstand *R W*.

Um der Heizflüssigkeit Paraffin überall dieselbe konstante Temperatur zu verschaffen, wurde in das Gefäß ein Rührer mit radialen, schief gestellten Flügeln in nächster Nähe des Bodens des Heizgefäßes eingesetzt. Dieser Rührer wird von Eisenrahmen des Heizwiderstandes getragen und geführt; seine Entfernung vom Boden wird bedingt durch die Länge der Füße des Eisenrahmens. Die Drehachse des Rührers geht vertikal durch das Heizgefäß nach oben und wird dort durch einen Mitnehmer von der Achse eines kleinen Gleichstrommotors gefaßt und angetrieben. Dieser Motor *M* ist vermittelt dreier Füße auf den Rand des Heizgefäßes aufgestellt. Eine Akkumulatorenbatterie *B* besorgte den Antrieb. Die Achse und der Rührer machten gewöhnlich etwas mehr als eine Umdrehung in der Sekunde.

Dasselbe Heizgefäß enthielt außerdem ein in rechten Winkel abgebogenes Thermometer, so daß das Quecksilbergefäß horizontal auf dem Boden, seitlich, nahe am Rührer lag, während die geteilte Röhre vertikal herausragte. Die Teilung gab $\frac{1}{10}^{\circ} \text{C.}$ an, so daß leicht $\frac{1}{100}^{\circ}$ abgeschätzt werden konnten. Dasselbe hatte den Zweck, die Temperatur am Boden des Gefäßes anzugeben, beziehentlich zu ermöglichen und sich zu versichern, ob die Temperatur der Heizflüssigkeit an ein und demselben Ort einen bestimmten Wert erreicht hat und ihn beibehält.

Endlich enthält das Flüssigkeitsgefäß noch die nötigsten Teile eines Thermoelementes. Dasselbe ist gebildet aus einem Stück Konstantandraht und ihm angelöteten Kupferdrähten. Die Drähte sind sorgfältig einzeln isoliert, dann U-förmig abgebogen und so bemessen, daß die Lötstellen ziemlich in die vertikale Achse der Flüssigkeitsschicht, die Drähte horizontal in derselben radialen Ebene gegen den Rand hin verlaufen und dann vertikal nach oben durch ein kleines Rohr in Heizgefäß und nach einem Deprezgalvanometer gehen. Die in der Flüssigkeitsschicht liegenden Drahtteile sind noch aneinander fest gemacht, und, in etwa ein Drittel Länge gegen die Mitte hin, durch ein dünnes Ebonitstück in unveränderter Lage

gehalten. Dieses starre System soll die Sicherheit ergeben, daß die Entfernung der Lötstellen durch hydrostatischen Druck nicht geändert wird.

Das Flüssigkeitsgefäß, von der Kupferplatte ab, sowie das Heizgefäß, bis 2 cm über dasselbe hinaus, war von einer Schutzhülle umgeben. Diese bestand aus einem knapp zugeschnittenen Pappdeckel, dessen eine Seite sorgfältig und gleichmäßig mit gecharterter, feinsten Wolle, etwa 2 cm dick, belegt war. Die gecharterte Wolle mag allerdings weniger Schutz gewähren als etwa Eiderdunen; aber die Tatsache, daß die gecharterte Wolle eine äußerst gleichmäßige, dichte, fast filzartige Übereinanderlagerung der einzelnen Wollfäden bildet, gewährte die Bürgschaft dafür, daß bei allen aufeinander folgenden Versuchen der Wärmeschutz denselben Betrag erreichen mußte. Die Hülle wurde nach Aufbau des ganzen Apparates umgelegt und dann, bei gleichmäßiger Verteilung über die Fläche, durch einen Bindfaden ziemlich straff festgezogen. — Eine ebensolche Wollschicht wurde jeweilen auf das Heizgefäß aufgelegt und passend belastet.

Die ganze Länge des Zinkzylinders Z beträgt 37 cm; sein innerer Durchmesser 20 cm. Der als Kolben dienende Zylinder H hat 13 cm Länge. Die Höhe des oberen Kühlzylinders Z' beträgt 12 cm; sein Durchmesser 30 cm. Die Kupferplatte K hat 0,4 cm Dicke und 26 cm Durchmesser. Das die seitliche Wandung bildende Glas ist 2,1 cm hoch, 0,3 cm dick und hat 20,00 cm inneren Durchmesser. Das Heizgefäß W ist 7,5 cm hoch, paßt eben in den Glasring, taucht 0,3 cm ein und ist zu etwa drei Viertel mit flüssigem Paraffin gefüllt. Der aufgestellte elektrische Motor ist von Siemens & Halske, Modell GM 2,5.

3. Besprechung der Versuchsanordnung.

Die eingangs aufgeführten Versuchsbedingungen sind in der angegebenen Anordnung erfüllt. Denn daß die Wärme lediglich durch Leitung und nicht durch Konvektion übergehe, wird bekanntlich dadurch erreicht, daß die Wärme von oben zugeführt und unten abgeleitet wird. Die nötige Wärme wird ebenso stetig durch die zugeführte elektrische Energie

erzeugt, wie das Eis durch Schmelzung die Wärme unten aufnimmt.

Was die Konvektion betrifft, so könnte man erwarten, daß die Glaswand und die eingetauchten Metalldrähte solche erzeugen könnten. Es liegt jedoch das Glas festgekittet auf der Kupferplatte auf und ist dadurch gezwungen im untersten Teil die Temperatur dieser Kupferplatte, sagen wir kurz die „Eistemperatur“, anzunehmen. Der obere Teil der Glaswand berührt entweder das Heizgefäß unmittelbar, oder ist durch eine nur sehr dünne Flüssigkeitsschicht, von einigen Millimeter Höhe, vom Heizgefäß getrennt. In beiden Fällen wird daher das Glas noch schneller oder nahe so schnell die Temperatur des Heizgefäßes angenommen haben. Die Temperaturverteilung in Richtung der Höhe der Glaswand wird daher bald ganz genau dieselbe werden, wie in der Vertikalen in der Flüssigkeit. Damit ist aber jede Ursache zur Bildung der Konvektion ausgeschlossen. Jedoch ist nicht ausgeschlossen, daß die pro Quadratzentimeter im Glas abgeführte Wärmemenge eine andere sei, als die im Quadratzentimeter abgeführte Wärmemenge in der Flüssigkeit. Von ersterer kann man aber annehmen, daß die unter gleichen äußeren Umständen sekundlich abgeführte Wärmemenge stets dieselbe sei, welches auch die Natur der eingeschlossenen Flüssigkeit sei.

Die Drähte des Thermoelementes sind horizontal, den Flächen parallel gelegt; das Metall ist mit Seide umwickelt und alles lackiert. Dieselben erhalten Wärme von oben her, sind bessere Wärmeleiter als die Flüssigkeit, so daß die Wärmeverbreitung durch sie sich rascher vollzieht, als durch eine gleich dicke Schicht Flüssigkeit. Dadurch wird der untere Teil des Drahtes und die ihn berührende Flüssigkeit etwas wärmer sein, als der etwa in der Ebene der Drahtmitte liegende Teil der umgebenden Flüssigkeit. Dieser untere, wärmere Teil der Flüssigkeit wird also mit dem oberen, kälteren Teil einen Austausch anstreben. Wenn man aber die geringe Drahtdicke, den sehr geringen Temperaturunterschied und den nur einen Radius erfüllenden Raum der Drähte in Betracht zieht, so läßt sich leicht absehen, daß diese Störung im ganzen sowie auch in Richtung der vertikalen Achse verschwindend klein ausfallen muß, im Vergleich zur ganzen durchströmenden Wärme Q .

Ein anderer Teil der Drähte des Thermoelementes verläuft vertikal durch das Heizgefäß und längs des Umfanges der zu untersuchenden Flüssigkeit. Das enge Messingrohr, welches den Drähten freien Durchgang durch das Heizgefäß gestattet und in dasselbe eingekeilt sind, hat natürlich die Heiztemperatur. Die Temperatur der Drähte wird wenig davon entfernt sein. So wird denn eine Wärmeleitung längs der Drähte unvermeidlich. Dieselben werden etwas Wärme vertikal abwärts führen und zwar schneller, als die nebenliegende Flüssigkeit. Dadurch wird der unterste Teil des vertikalen Drahtes eine höhere Temperatur erlangen, als die danebenliegende Flüssigkeit; diese wird von jener erwärmt und muß zu einer geringen Konvektion in jener Gegend Anlaß geben. Da aber der ganze Vorgang sich am einen Ende einer einzigen vertikalen Diametralebene vollzieht und von geringem Betrag ist, so ist anzunehmen, daß die Wirkung in der Gegend der vertikalen Achse der Flüssigkeitsschicht verschwindend klein ist.

Hier ist noch der Wärmestrahlung des Glases nach außen zu gedenken. Dieselbe wird schon durch die Wollhülle beschränkt und auf einen unveränderlichen Wert gebracht. Damit deren Betrag noch kleiner und die nötige Korrektur auch kleiner werde, habe ich im allgemeinen dafür Sorge getragen, daß das die Temperatur des Heizgefäßes und damit des oberen Randes des Glasringes nahe das gedoppelte der umgebenden Zimmertemperatur war. So nahm der Glasring in seiner unteren Hälfte so viel Wärme (durch die Wollhülle hindurch) auf, als derselbe in seiner oberen Hälfte abgab.

Die weitere Bedingung, daß die Flüssigkeitsschicht von zwei unendlichen, parallelen Ebenen begrenzt sei, ist in dieser Form nicht ausführbar. Da aber der Kern der Bedingung darin liegt, daß der Wärmedurchgang durch irgend einen vertikalen Zylinder oder Prisma genau unter denselben Bedingungen und auf dieselbe Weise geschehe, wie durch irgend einen anderen vertikalen Zylinder, so wird die Bedingung erfüllbar. Die untere Grenzebene ist horizontal gelegt dadurch, daß die Kupferplatte mit einer Libelle auf ihre horizontale Lage geprüft und durch die Stellschrauben des Dreifußes darauf eingestellt wurde. Die obere Grenzebene ist horizontal

als freie Oberfläche einer Flüssigkeit oder als Berührungsebene des ebenfalls horizontal gestellten Bodens des Heizgefäßes. Die Möglichkeit des Dazwischentretens einer mehr oder weniger großen Luftblase kann verhindert werden, wenn man das Heizgefäß in das überflüssig gefüllte Gefäß schief, mit einem Randteil zuerst, einsetzte und dann nach und nach horizontal legte. Die Durchsichtigkeit der Glaswand und der meisten Flüssigkeiten gestatten das richtige Aufliegen des Heizgefäßes leicht nachzusehen.

In unserer Versuchsanordnung sind alle Punkte der oberen Grenzfläche auf einer und derselben Heiztemperatur; denn die flächenartige Verteilung des Heizdrahtes und die stetige, besonders am Boden des Heizapparates tätige Bewegung des Rührers bürgen für die Gleichheit der Temperatur des Paraffinöles und damit des kupfernen Bodens und der Grenzfläche der Flüssigkeit.

Die Temperatur T des Paraffins wird von dem herausragenden, in $\frac{1}{10}$ Grade geteilten Thermometer angezeigt. Während der ganzen Dauer des Versuches muß diese Temperatur beständig beobachtet, und nötigenfalls durch Zu- oder Abschalten von Strom auf demselben Wert erhalten werden. Der Versuch selbst zeigt, daß dieses innerhalb weniger Zehntelgrade möglich ist.

Alle Punkte der unteren Grenzfläche sind ebenso auf einer und derselben Temperatur, der „Eistemperatur“. Die Gleichmäßigkeit dieser Temperatur wird gesichert durch den Umstand, daß das Eis die Kupferplatte auf ihrer ganzen Ausdehnung berührt, daß das Eis kräftig angedrückt wird und daß die Kupferplatte dick ist. Die Temperatur der unteren Grenzschicht der Flüssigkeit ist allerdings, trotz des verwendeten Eises und trotz des Kupfers, nicht Null Grad, sondern höher. Denn schon die unter der Kupferplatte am Eise liegende Flüssigkeitsschicht muß eine höhere Temperatur als 0° haben, sonst würde das Eis gar nicht schmelzen. Daraus folgt dann, daß die Temperatur von jener Flüssigkeitsschicht ab bis zur unteren Fläche des Kupfers, bis zur oberen Fläche des Kupfers, bis an die Grenzschicht der Flüssigkeit mehr und mehr zunehmen muß.

Aus ähnlichem Grunde ist die Temperatur der oberen

Grenzfläche der Flüssigkeit nicht diejenige T , welche das im Paraffin steckende Thermometer angibt, sondern sie ist tiefer. Dieses Thermometer hatte sonach nicht den Zweck, eine Temperatur in absolutem Wert anzugeben, sondern nur die Möglichkeit zu vermitteln, irgend eine Temperatur festzuhalten. Aus diesem Grunde war auch jede Nachprüfung der Gradteilung und der Fixpunkte dieses, übrigens sehr guten, Thermometers überflüssig.

Die weitere allgemeine Bedingung, daß die Temperatur der Grenzflächen, sowie der dazwischen liegenden, ihnen parallelen Ebenen beliebig lange dieselbe bleibe, ist nur begrenzt durch den Vorrat an Eis und die Kapazität der Elektrizitätsquelle. Beide genügten bei den angeführten Maßen für ein und dasselbe mehrstündige Experiment. Bekanntlich ist noch ziemliches Dunkel über den Wärmeübergang von einem Körper zu einem anderen durch die gemeinschaftliche Grenzschicht. Derselbe hängt in hohem Maße von der Natur der beiden begrenzenden Körper und von der Beschaffenheit der Grenzfläche ab. Der Wärmeübergang ist in der Grenzschicht viel kleiner als in irgend welcher anderen homogenen Schicht. — Die angewandte Versuchsanordnung, insbesondere die Einfügung der Thermoelemente hat den Vorteil, diese Schwierigkeit in der Grenzschicht zu umgehen.

4. Die Bestimmung der einzelnen Größen.

8. — Der Querschnitt S , der von der Wärme durchsetzten Flüssigkeitsschicht, ergibt sich aus dem angegebenen Durchmesser des Heizgefäßes oder des Glasringes zu

$$(3) \quad S = 315 \text{ cm}^2.$$

($T - t$). — Die Temperaturdifferenz der beiden Grenzflächen der Flüssigkeit kann aus oben angegebenen Gründen nicht mit Sicherheit aus den beiden Temperaturen der Heizflüssigkeit mit ihrem Quecksilberthermometer und der Schmelztemperatur des Eises abgeleitet werden. Jedenfalls wäre die Differenz der Temperaturen der Grenzflächen der Flüssigkeit kleiner als jene Differenz ($T - 0$)°.

An dem Wärmeproblem der „Mauer“ ist jedoch die Einführung der Grenzflächen mit ihren Temperaturen und Ent-

fernung nicht wesentlich. Wesentlich ist nur, daß der Wärmestrom unveränderlich, daß jeder Punkt der Flüssigkeit eine bestimmte, unveränderliche Temperatur annehme. Im übrigen kann die Entfernung D der zwei betrachteten parallelen, horizontalen Ebenen irgendwelche sein; es können beide im Innern der Flüssigkeitsschicht angenommen werden. Die Temperaturen T und t müssen dann diejenigen dieser beiden parallelen Ebenen sein. — Nun verlangt aber die Formel (2) für k p. 1048 nicht notwendig die Kenntnis von T und t besonders, sondern nur deren Differenz ($T - t$). Solche Differenzen werden von Thermoelementen bequem und sicher angegeben. Bei den nachfolgend mitgeteilten Messungen wurde ein Depretz-d'Arsonvalgalvanometer mit Spiegelablesung verwendet. Ein gut gestelltes Wiedemannsches Spiegelgalvanometer ist allerdings in der Handhabung bequemer und gibt Resultate, deren Sicherheit viel weiter reicht; aber die städtische Straßenbahnleitung, welche nahe am Laboratorium vorbeiführt, macht dessen Verwendung unmöglich.

Bezeichnet C die Konstante des Thermoelementes zum Galvanometer, so besteht zwischen der Temperaturdifferenz Δt an den Lötstellen und dem Ausschlag ($N - N_0$) an der Skala des Galvanometers die Beziehung

$$(4) \quad \Delta t = C \cdot (N - N_0),$$

wodurch die Beziehung (2) die Form erhält

$$(5) \quad k = \frac{0,24 \cdot J \cdot E \cdot D}{S \cdot \Delta t} = 0,24 \cdot \frac{1}{C \cdot S} \cdot D \cdot \frac{J \cdot E}{(N - N_0)}.$$

D . — Die Lötstellen des Thermoelementes waren nach dem Verlöten möglichst kurz geschnitten und dann rund gefeilt worden. So wurden sie 1 mm dick. Aus deren größter Entfernung und aus ihrer inneren kleinsten Entfernung wurde der Mittelwert genommen und dieser als Entfernung D der Lötstellen und der durch sie gehenden parallelen Ebenen bezeichnet. Seine Größe änderte sich etwas im Verlauf der Versuche, weil absichtlich oder unabsichtlich etwa an dem sonst starren System gedrückt wurde. Der für den jeweiligen Versuch geltende Wert ist bei Behandlung des Versuches angegeben. — Die genaue Bestimmung der Entfernung D hat Schwierigkeiten, weil das ganze System der Lötstellen nicht

großen Druck und Stoß verträgt. Da die Entfernung 0,90 bis 1,00 cm betrug und kaum mehr als 0,1 mm abgelesen werden kann, so kann von dieser Bestimmung hier ein Fehler von 2—3 Proz. seines Wertes in k eingehen. Hierin liegt ein schwacher Punkt der Methode.

J . — Es bezeichnet J die Stromstärke in Ampères, welche die Akkumulatorenbatterie an den wärmeerzeugenden Widerstand im Heizgefäß abgab. Zu seiner Kenntnis war in denselben Stromkreis ein Präzisionsampèremeter von Siemens & Halske vorgeschaltet wodurch die Stromstärke nach Abzug des Voltmeterstromes direkt und genau ablesbar wurde.

E . — Die mit E bezeichnete elektromotorische Kraft ist diejenige, welche sich an den Messingsäulen der Heizdrahtvorrichtung befindet; also diejenige, welche mit J die an das Heizgefäß abgegebene Energie, und nur diese, bestimmt. Zu ihrer Bestimmung diente ein Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske.

$W = J \cdot E$. — Die dem Heizgefäß zugeführte Gesamtenergie beträgt $J \cdot E = W$ Watt. Die entsprechende sekundlich erzeugte Wärmemenge ist $Q = 0,24 J \cdot E$ g/Kal. Von ihr geht der größte Teil durch die Flüssigkeit nach dem Eise, ein anderer Teil aber vom Heizgefäß nach oben und seitlich, und ein anderer durch das Glas nach dem Eise. Nur der durch die Flüssigkeit gehende Teil der Wärme, oder der Energie, darf bei Formel (5) zur Bestimmung von k in Betracht kommen. Es sind somit die Beträge derjenigen Wärme- beziehentlich Energiemengen zu bestimmen, welche 1. nach oben und seitlich abgehen, und 2. durch die Glaswand nach der Kupferplatte und dem Eis abfließen.

5. Der nach oben und seitlich vom Heizgefäß ausgehende Wärme- oder Energiebetrag.

Zum Zwecke der Bestimmung dieser Größe wurden zwei Hilfsmessungen an zwei etwas verschiedenen Anordnungen gemacht. Bei der einen Anordnung wurde das Heizgefäß auf drei Holzkegel von 1,2 cm gestellt, um dasselbe von dem sie tragenden kleinen Tisch zu trennen. Der Zwischenraum wurde mit Eiderdunen dicht ausgefüllt; sodann umgab das Gefäß ein mit feiner geschardeter Wolle etwa 2 cm dick sorgfältig

belegter Gürtel aus Pappdeckel; endlich kam eine dickere und belastete Schicht derselben Wolle auf die Deckfläche des Heizgefäßes. Nach dieser Aufstellung wurde dem Heizgefäß elektrische Energie zugeführt und diese so weit verändert, bis die Heizflüssigkeit die gewollte, gewöhnlich bei den Hauptversuchen verwendete Temperatur dauernd beibehielt.

Bezeichnen x die Zeit der Beobachtung, Z die Dauer derselben, t_u die Temperatur der Umgebung, T die am abgebogenen Quecksilberthermometer abgelesene Heiztemperatur, J die Stromstärke, E die Spannung an den Enden des Heizdrahtes, und W_1 die aufgewandte elektrische Energie, so ergeben die Versuche für das mit Wolle und Eiderdunen geschützte Heizgefäß folgende sich entsprechende Werte:

Tabelle 1.

x	T	t_u	J	E
			Amp.	Volt
10 ^h 10 ^m	29,42°	16,0°	0,905	5,32
11 —	29,28	16,0	0,904	5,32
12 —	29,35	16,4	0,909	5,35
	29,35°	16,13°	0,906	5,33

woraus $W_1 = 4,830$ Watt.

In ähnlicher Weise ergaben sich bei sieben unabhängigen Versuchen die entsprechenden Werte

Tabelle 2.

Z	T	t_u	$T - t_u$	J	E	W_1
				Amp.	Volt	Watt
2 ^h — ^m	29,35°	16,13,	13,22°	0,906	5,33	4,830
1 15	29,58	16,7	12,88	0,892	5,23	4,665
2 —	29,39	14,83	14,56	0,913	5,417	4,946
3 —	29,64	16,50	13,14	0,926	5,41	5,000
	29,5°	16,03°	13,47°	—	—	4,680
2 ^h 45 ^m	34,18°	14,1°	20,08°	1,107	6,31	6,988
2 —	34,61	15,35	19,26	1,090	6,265	6,829
3 —	34,54	15,5	19,0	1,081	6,27	6,777
	34,44°	15,0°	19,44	1,097	6,28,	6,865

Diese vom Heizgefäß abgegebenen Energiemengen 6,865 und 4,860 Watt lassen sich nach den Gesetzen der Wärmeleitung folgendermaßen verteilen: Die durch jeden Flächenteil abgegebene Energiemenge ist der Temperaturdifferenz proportional, der Dicke der Schutzhülle umgekehrt proportional, der Fläche selbst proportional und übrigens der Natur der Schutzhülle, also einem gewissen Wärmeleitungskoeffizienten proportional.

Nun sind die Grund- und Deckfläche des Heizgefäßes 315 cm^2 , dessen zylindrische Fläche $20 \cdot \pi \cdot 7,5 = 471 \text{ cm}^2$. Die Wollschicht auf dem Gefäß ist 2,5 cm dick, diejenige über der zylindrischen Fläche 2 cm und die Eiderdunenschicht 1,8 cm dick. Demnach geht bei der höheren Temperatur von $34,44^\circ$ die Energiemenge

$$A \frac{315 \cdot 34,44}{(315 + 471 + 315) \cdot 1,8}$$

durch die Eiderdunenschicht, und

$$B \cdot \left[\frac{471}{1101} \cdot \frac{19,44}{2} + \frac{314}{1101} \cdot \frac{19,44}{2,5} \right]$$

durch die beiden Wollschichten. Ihre Summe muß nach der mitgeteilten experimentellen Bestimmung 6,865 Watt betragen. Dieses ergibt die eine Beziehung

$$A \cdot \frac{314 \cdot 34,44}{1101 \cdot 1,8} + B \frac{19,44}{1101} \cdot 361,1 = 6,865.$$

Aus den Messungen bei den niedrigeren Temperaturen $29,5^\circ$ und $16,03^\circ$ ergibt sich in derselben Weise

$$A \cdot \frac{314 \cdot 29,5}{1101 \cdot 1,8} + B \frac{18,46 \cdot 361,1}{1101} = 4,860,$$

woraus

$$A = 0,0018, \quad B = 1,096.$$

Aus diesen Zahlen läßt sich beiläufig ersehen, daß die Durchlässigkeit für Wärme bei Eiderdunen um viele hundert Mal geringer sein mag als für Wolle.

Die aus dem Boden des Heizgefäßes durch die Eiderdunen abgeleitete Energiemenge ist nun

$$C = \frac{0,0018 \cdot 314}{1101 \cdot 1,8} \cdot T = 0,00156 \cdot T \text{ Watt,}$$

somit für die beiden in Betracht kommenden Temperaturen

$$T' = 34,60^\circ, \quad C' = 0,0539 \text{ Watt,}$$

$$T'' = 29,46^\circ, \quad C'' = 0,0467 \text{ Watt.}$$

Bei einer zweiten Anordnung wurde das Heizgefäß auf den gut eben geschliffenen Rand des zylindrischen Glases genau aufgelegt. Außerdem war das Glas auf die Kupferplatte mit Siegellack festgekittet, der innere (für die Flüssigkeit bestimmte) Raum wieder dicht mit Eiderdunen ausgestopft und das Ganze seitlich und oben, genau wie in der ersten Anordnung, mit Wolle umgeben. Die Kupferplatte lag wieder auf Eis, genau wie in der ersten Anordnung, und wie bei den Hauptversuchen über k . In dieser Zusammenstellung war der Energieverlust bei Innehaltung der Temperaturen von etwa $34,5$ und $29,5^\circ$ durch mehrere Reihen bestimmt worden; ihre Mittelwerte sind:

Tabelle 3.

Z	T	t_u	$T - t_u$	J	E	W_2
				Amp.	Volt	Watt
$1^h - m$	$34,61^\circ$	$14,35^\circ$	$20,26^\circ$	1,284	7,315	9,392
1 30	34,69	16,16	18,53	1,288	7,216	9,294
1 45	34,48	15,87	18,61	1,237	7,113	8,800
	$34,6^\circ$	$15,46^\circ$	$19,14^\circ$	—	—	9,162
$1^h - m$	$29,22^\circ$	$15,60^\circ$	$13,62^\circ$	1,118	6,43	7,189
2 —	29,41	14,80	14,61	1,115	6,385	7,119
1 —	29,46	16,85	12,59	1,115	6,37	7,103
2 —	29,66	15,85	13,81	1,095	6,295	6,890
	$29,43^\circ$	$15,72^\circ$	$13,71^\circ$	—	—	7,075

Es geht also durch den Glasring und die drei Flächen des Heizgefäßes folgende Energiemenge ab:

$$\text{Bei } T' = 34,60^\circ \quad W_2 = 9,162 \text{ Watt,}$$

$$,, \quad T'' = 29,43^\circ \quad W_2 = 7,075 \text{ Watt.}$$

Hieraus ergibt sich nun die gesamte für die Wärmeleitung durch die Flüssigkeit im Sinne der Theorie verlorene Energiemenge. Es ist dieselbe die Differenz der beiden eben gewonnenen Energiemengen $W - C$; also:

$$\text{Bei } T' = 34,60^\circ \quad w' = 9,162 - 0,054 = 9,108 \text{ Watt,}$$

$$,, \quad T'' = 29,46^\circ \quad w'' = 7,075 - 0,047 = 7,028 \text{ Watt.}$$

Da bei den Messungen mit den Flüssigkeiten diese Temperaturen $34,60^\circ$ und $29,46^\circ$ nicht genau eingehalten werden können, so muß der jeweilige Energieverlust w oder die Korrektion w des Wertes $W = J \cdot E$ für jede besondere Temperatur des Intervalles von $28-35^\circ$ bestimmbar sein. Dieses geschieht wie folgt: Der fragliche Energieverlust muß dem Temperaturintervall $(T - 0)^\circ$ und dem anderen $(T - t_u)$ proportional sein; in anderen Worten: es muß die Beziehung bestehen

$$M \cdot T + N(T - t_u) = w,$$

wo M und N zwei zu bestimmende Konstanten sind. Nach Tab. 2 und 3 entsprechen sich die Werte:

$$T' = 34,60^\circ, \quad t'_u = 15,46^\circ, \quad T' - t'_u = 19,14 \text{ und } w' = 9,108 \text{ Watt,}$$

$$T'' = 29,46^\circ, \quad t''_u = 15,72^\circ, \quad T'' - t''_u = 13,74 \text{ und } w'' = 7,054 \text{ Watt.}$$

Die Bedingungsgleichungen stellen sich also zu

$$M \cdot 34,60 + N \cdot 19,14 = 9,108,$$

$$M \cdot 29,46 + N \cdot 13,74 = 7,054,$$

woraus

$$M = 0,1117 \quad \text{und} \quad N = 0,2740,$$

also

$$(6) \quad w = 0,2 \cdot T + 0,274(T - t_u).$$

Dieses ist der Betrag, um welchen das Produkt $J \cdot E$ in (5) (p. 1056) zu vermindern ist, so daß also

$$(7) \quad k = \frac{0,24}{C \cdot S} \cdot D \cdot \frac{(W' - w)}{(N - N_0)}.$$

6. Resultate.

Da es sich heute kaum mehr darum handeln kann, den Wert des inneren Wärmeleitungskoeffizienten k für eine noch größere Zahl von Flüssigkeiten zu bestimmen, so galt mir als Ziel, eine theoretisch und experimentell einfache Methode auszuarbeiten und zu prüfen, sowie dann k für einige besonders hervorstechende Fälle zu bestimmen. Deshalb erstreckten sich die Messungen auf Wasser, Glycerin, flüssiges Paraffin, festes Paraffin und Quecksilber.

A. Wasser.

Das gut ausgekochte Wasser wurde genau der Behandlung unterworfen, wie sie vorstehend beschrieben. Von den 12 Reihen soll hier eine vollständig wiedergegeben werden, sowie auch die zugehörige Berechnung von k . Von den übrigen Versuchsreihen sei nur das mittlere Ergebnis mitgeteilt und die berechneten Werte von W , w und k .

Bei der Entfernung $D=0,92$ cm der Lötstellen ergab sich nach einiger Zeit des Tastens:

Tabelle 4.

x	T	t_w	J	E	N_0	N	$N-N_0$
			Amp.	Volt			
5 ^b —	34,48°	14,5°	3,03	17,40	417	878	461
5 30	34,76	14,4	3,03	17,40	417	877	460
6 —	34,82	14,5	3,02	17,34	417	878	461
6 30	34,74	14,6	3,01	17,28	440	900	460
7 —	34,68	14,8	3,00	17,28	486	897	461
	34,70°	14,56°	3,017	17,34	—	—	460,5

Hieraus $W' = J \cdot E = 3,017 \cdot 17,34 = 52,315$ Watt

und nach (6) $w = 9,405$ „

demnach $W = 42,91$ Watt

und nach (7) für die Konstante des Thermoelementes $C = 0,0500$:

$$k = \frac{0,01525 \cdot 42,91 \cdot 0,92}{460,5} = 0,001\,307 \text{ [cm g sec]}.$$

Das mittlere Wärmeleitungsvermögen des Wassers ist sonach

$$k = 0.00131 \text{ (cm g sec).}$$

B. Glyzerin.

Bei dem vorstehenden genau entsprechender Behandlung ergab Glycerin, dessen Dichte = 1,235, bei demselben Wert $C = 0,0500$ mm der Konstanten des Thermoelementes.

Tabelle 6.

Glyzerin.

[illegible]

Das Leitungsvermögen des *Glyzerins* ist sonach

$$k = 0.000656 \text{ (cm g sec).}$$

C. Petroleum (Kaiseröl).

Bei den Messungen mit Petroleum war die Entfernung der Lötstellen am Thermoelement $D = 0,92$ cm und dessen Konstante war: 1 mm Ausschlag an der Skala entsprach $0,0406^\circ$ Celsius, Dichte 0,789.

Tabelle 7.

Petroleum.

[illegible]

Das Leitungsvermögen dieses *Petroleums* ist sonach

$$k = 0,000382 \text{ (cm g sec).}$$

D. Paraffinöl.

Der Gefrierpunkt dieses flüssigen Paraffins liegt unter -20°C. , seine Dichte ist $\delta = 0,870$. — Die Entfernung der Lötstellen am Thermoelement ist noch $D = 0,92 \text{ cm}$, die Konstante $1 \text{ mm} \equiv 0,0406^{\circ}\text{C.}$

Die Messungen ergaben für:

Tabelle 8.

Paraffinöl.

Z	T	t_u	$T - t_u$	J	E	W'	w	W	$N - N_0$	k
				Amp.	Volt	Watt	Watt	Watt		0,000
-30°	$29,32^{\circ}$	$15,2^{\circ}$	$14,12^{\circ}$	1,67	9,96	16,63	7,38	9,25	468,6	341
-1	$29,45$	$15,9$	$13,55$	1,67	9,86	16,44	7,65	8,80	476,3	319
-50	$29,30$	$14,9$	$14,40$	1,63	9,72	15,84	7,35	8,49	463,2	317
-50	$29,11$	$14,2$	$14,96$	1,67	9,78	16,32	7,13	9,20	455,4	349
-40	$34,30$	$15,7$	$18,60$	1,81	10,86	19,66	8,13	11,53	552,7	360
150	$34,61$	$15,7$	$18,88$	1,83	10,90	19,89	8,18	11,71	557,0	363
-50	$34,29$	$14,5$	$19,79$	1,81	10,89	19,75	7,80	11,95	540,1	382

Mittel 346

Also das Leitungsvermögen für *flüssiges Paraffin*

$$k = 0,000346 \text{ (cm g sec).}$$

E. Festes Paraffin.

Dieses feste Paraffin hat den Schmelzpunkt $50,4^{\circ}\text{C.}$ Um das Thermoelement an den richtigen Platz im Flüssigkeitsgefäß und im festen Paraffin zu bringen, wurde dasselbe frei schwebend im Gefäß gehalten und ihm die gewünschte Lage gegeben, darauf das gelinde erwärmte Paraffin flüssig eingegossen und nach Bedürfnis beim Erkalten Schicht um Schicht nachgegossen, bis bei gewöhnlicher Temperatur das feste Paraffin höher lag als der Glasrand. Hierauf wurde mit einem kantigen Stab das überragende Paraffin auf die Höhe des Glasrandes abgeschabt. Dann ließ sich das Heizgefäß über die Enden des Thermoelementes stülpen. Um dasselbe in gute Berührung mit dem Paraffin zu bringen, wurde dasselbe

noch auf etwa 50° erwärmt, belastet und erkalten gelassen. Endlich wurden die Enden des Thermoelements wieder an die Enden der Galvanometerdrähte gelötet.

Bei den Messungen war $D = 0,90$ cm und die Konstante $1^{\circ} \equiv 26,40$ mm Ausschlag der Skala. Es ergab sich dann:

Tabelle 9.

Festes Paraffin.

Z'	T	t_w	$T - t_w$	J	EF	W'	w	W	$N - N_0$	k
				Amp.	Volt	Watt	Watt	Watt		0,000
— 30°	29,51°	16,13°	13,38°	1,490	8,82	13,14	7,72	5,42	268,8	876
— 40	29,30	26,55	12,75	1,506	9,00	13,56	7,81	5,75	290,6	876
	29,4°								Mittel	875
— 40	34,33°	16,3	18,03	1,676	9,85	16,51	8,29	8,22	314,2	478
— 30	34,47	16,1	18,37	1,658	10,06	16,63	8,31	8,32	317,6	478
— 30	34,39	16,85	17,54	1,671	10,22	17,06	8,44	8,64	331,7	478
	34,4°								Mittel	478

Das Leitungsvermögen des *festen Paraffins* ist sonach im

Temperaturintervall 0° bis $29,4^{\circ}$ $k = 0,000372$ (cm g sec)

" 0° „ $34,4^{\circ}$ $k = 0,000473$ (cm g sec)

Das Wärmeleitungsvermögen ist also in ähnlicher Weise stark von der Temperatur abhängig, wie die spezifische Wärme derselben Körpergruppe.

Bei Gelegenheit der Behandlung des Wärmeleitungsproblems aus dem variablen Temperaturzustand einer Kugel¹⁾ machte ich früher Messungen an Paraffin und leitete die Beziehung ab, gültig für das Temperaturintervall -10° bis $+20^{\circ}$ C.,

$$k = 0,000230 + 0,000014 \cdot t \text{ (cm g sec),}$$

welche mit obigem neueren Ergebnis in befriedigender Übereinstimmung steht.

1) R. Weber, Inaug.-Dissert., Zürich 1878; auch in Vierteljahrsschrift der Züricher Naturf. Gesellsch. 1878.

F. Quecksilber.

Bei der Untersuchung des Quecksilbers ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß dasselbe elektrisch gut leitet, somit im Stande ist den Thermostrom teilweise aufzunehmen. Ein Teil dieses Stromes wird immer durch die Drähte gehen; sein Betrag wird aber von der Beschaffenheit der Oberfläche der Drähte und Lötstellen sowie von der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers abhängen. Eine vollkommene Isolation des Drahtes kann allein dienen. Deswegen wurden die Drähte sorgfältig mit Seide umwickelt und dann bei gelinder Wärme eine gut isolierende dünne Lackschicht aufgetragen. Vor Verwendung des Thermoelementes, und nachdem dasselbe in das Quecksilber eingestellt worden war, wurde die Isolation geprüft. Von einem Leclanchéelement ging ein Draht nach dem Quecksilber, die Drähte des Thermoelementes gingen nach der einen Klemme des für Messung der Thermostrome empfindlich eingestellten Galvanometer, von der anderen Klemme ein Draht zum Element. Es zeigte sich, wenn alles in Ordnung, kein zehntel Skalenteil Ausschlag.

Der weitere Umstand, daß das Quecksilber sehr dicht ist, hätte leicht eine Verbiegung oder Verdrehung des Thermoelementes aus der Vertikalebene zur Folge, und dann wäre man über die vertikale Entfernung D der Lötstellen ganz im unklaren.

Zur Verhinderung dieser Verschiebung setzte ich zwischen die beiden Drähte zwei kleine Stützen aus dünnem Hartgummi. Dieselben hatten die Form eines länglichen Rechtecks mit Auskerbungen an den Schmalseiten und wurden mit Seidenfaden an die Drähte festgezogen. Diese Stützen standen ungefähr in den zwei Dritteln der Drahtlängen. Die gegen die Mitte näher stehende Stütze war oben bis auf etwa ein Zentimeter ausgeladen und lag am Boden des Heizgefäßes an, um eine Verdrehung des Thermoelementes noch besser zu verhindern.

Die Messungen an Quecksilber wurden nicht alle bei derselben Entfernung D der Lötstellen gemacht, sondern dieselbe war bei den beiden ersten Messungen in der nachfolgenden Tabelle 0,97 cm, dann 0,92 cm bei der dritten, und bei allen folgenden 0,955 cm. Die Konstante des Thermoelementes

ist überall $1^{\circ} \text{C.} \equiv 26,40$ Teilstrichen der Skala. — Es ergab sich dann für

Tabelle 10.

Quecksilber.

Z	T	t_w	$T-t_w$	J	E	W'	w	W	N-N ₀	k
				Amp.	Volt	Watt	Watt	Watt		
— 20	29,56°	14,96°	14,60°	4,772	29,88	142,60	7,40	185,20	182,4	0,01903
— 15	34,62	15,10	19,52	5,280	33,19	175,24	8,00	167,24	164,5	1884
— 30	34,45	14,75	19,70	5,322	33,53	170,55	7,90	170,65	164,8	1916
— 20	29,30	15,07	14,23	4,090	25,84	105,69	7,43	98,26	93,25	2024
— 20	30,04	15,08	15,01	4,840	30,15	145,91	7,47	138,46	139,6	1903
— 40	34,34	15,00	19,34	5,850	34,55	184,84	7,94	176,90	170,9	1988
— 40	29,37	15,90	13,47	4,990	31,12	155,29	7,64	147,65	134,8	2110
— 30	34,42	16,80	17,62	5,430	34,09	185,21	8,44	176,77	167,2	2030
— 20	29,92	17,00	12,92	4,780	29,99	141,85	8,00	133,85	128,2	2005
— 30	29,51	15,10	14,41	5,250	32,79	172,14	7,43	164,71	163,8	1834
— 40	29,52	16,30	13,22	5,118	31,92	163,98	7,76	155,62	154,2	1940
— 35	34,77	17,05	17,72	5,530	34,43	190,38	8,55	181,83	182,3	1913
— 40	29,58	17,15	12,43	4,958	31,00	153,71	8,00	145,71	140,2	1917
— 25	29,41	16,00	13,41	5,216	32,39	168,95	7,73	161,22	166,3	1869
— 25	34,30	16,15	18,15	5,260	32,80	172,47	8,44	164,03	162,6	1938
— 20	29,62	16,20	13,42	4,794	29,93	143,48	7,75	135,73	130,0	2005
— 30	34,30	16,10	18,20	5,407	33,57	181,52	8,44	173,06	170,0	1856
— 15	29,55	16,00	13,57	4,929	30,55	150,41	7,75	142,66	133,5	2032

Mittel 1971

Das Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers ist also

$$k = 0,0197 \text{ (cm g sec).}$$

Wenn man die Ergebnisse nach den Temperaturen zusammenstellt, so zeigt sich für Quecksilber eine kleine Abnahme des Leitungsvermögens bei steigender Temperatur, wie solches von M. Berget¹⁾ nachgewiesen von anderen Forschern aber das Gegenteil gefunden wurde.

Eine Vergleichung der mitgeteilten Ergebnisse mit denjenigen anderer Forscher, nach der sorgfältigen Zusammen-

1) A. Berget, Compt. rend. 107, p. 171. 1888; 106. p. 1152. 1883.

stellung des Hrn. R. Wachsmuth¹⁾, zeigt meine Werte als kleiner, mit Ausnahme des Wertes für Quecksilber, welcher nahe an denjenigen von M. Berget²⁾ reicht ($k = 0,02015$).

Leider erweckt mir gerade das Verfahren von M. Berget kein großes Vertrauen. Derselbe nimmt bei seinem angepaßten Bunsenschen Kalorimeter an, daß im Niveau der unteren Begrenzungsebene des Quecksilbers die Temperatur des schmelzenden Eises, also Null Grade herrsche, und daß in der oberen horizontalen Ebene, entsprechend dem damaligen Barometerstand, die Temperatur des Quecksilbers 101° C. sei. Beides ist wohl unrichtig; die erstere Temperatur ist höher, letztere ist tiefer, und zwar zusammen wohl um mehrere Grade. In der Tat herrscht die Nulltemperatur nur im Wasser, das in unmittelbarer Berührung mit dem Eise ist, also an gewissen Stellen außerhalb des inneren, nur Quecksilber enthaltenden Gefäßes. Schon ganz nahe jener Schicht, z. B. ein zehntel Millimeter von diesem Eise, ist die Temperatur höher, sonst würde das Eis gar nicht schmelzen. Von da ab, Punkt um Punkt gegen die Glaswand, durch das Glas, zum untersten Teil des Quecksilbers, endlich bis zur unteren Horizontalebene der Quecksilbermasse, also bis zum „Eintritt“ ins Kalorimeter, steigt die Temperatur stetig an. Die Anzahl der Grade ist nicht leicht mit Sicherheit anzugeben; dieselbe hängt vom Wasser, vom Glas und Quecksilber und ihren Dimensionen ab. Da Wasser etwa 11 mal, und Glas etwa 17 mal schlechter leitet als Quecksilber, so muß der Temperaturanstieg vom Eis bis zum Quecksilber, und dann noch ein Stück lang im Quecksilber selbst, ziemlich groß sein; ich schätze mehrere Grade. — Ähnlich, einen Temperaturabfall bewirkend, das Übel verstärkend, liegt die Sache am oberen, durch einen Dampfstrom erhitzten Ende. Dieses zugegeben, so folgt für k ein erheblich größerer Wert.

Ein anderer Umstand, der verkleinernd auf k einwirkte, ist folgender: M. Berget führt dem Kalorimetergefäß sorgfältig durch das Quecksilber hindurch Wärme zu; aber eine

1) R. Wachsmuth, Wied. Ann. 48. p. 161. 1893.

2) A. Berget, Compt. rend. 105. p. 224. 1887; Journ. de Phys. p. 503. 1888.

weitere Wärmemenge wird dem Kalorimetreis offenbar von dem das Kapillarrohr tragenden Schenkel und seinem Quecksilber durch Leitung und, im Kalorimeterwasser, durch Konvektion zugeführt. Dieser Wärmebetrag wird wesentlich vom Querschnitt jenes Schenkels und von der Zimmertemperatur abhängen. Dann aber ist die von M. Berget gemessene Wärmemenge größer, als was er messen wollte; ihr richtiger, kleinerer Wert bedingt aber ein kleineres k .

Die Kontrollmethode und Versuch krankten wohl ebenfalls an der Bestimmung der richtigen und am Ausschluß jeder anderen Wärmemenge.

Da die beiden genannten Tatsachen in umgekehrten Sinne auf k wirken, so bleibt die Möglichkeit, daß die von M. Berget angegebene Zahl doch richtig sein könnte.

Neuchatel, 15. April 1903.

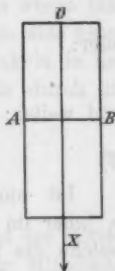
(Eingegangen 17. April 1903.)

8. Das Maxwell'sche Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Moleküle in Gasen und Flüssigkeiten; von G. Jäger.

I.

Wir wollen im folgenden einen neuen Beweis für das in der Überschrift erwähnte Gesetz geben, welcher lediglich der Annahme bedarf, daß ein Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Gasmoleküle überhaupt existiert.

Wir denken uns ein zylindrisches Gefäß, welches eine ideale Trennungsebene AB besitzt (vgl. Figur). Diese Ebene habe die Eigenschaft, daß sie in der Richtung von oben nach unten eine Kraft auf jedes sie passierende Molekül ausübt. Es wird also jedem nach oben wandernden Molekül beim Durchsetzen der Ebene ein gewisser Betrag a an kinetischer Energie entzogen, während jedes nach unten fliegende Molekül denselben Betrag an kinetischer Energie gewinnt. Fassen wir die hydrostatischen Grundgleichungen in der Form zusammen:



$$\rho S - \frac{dp}{ds} = 0,$$

wobei die Buchstaben die bekannte Bedeutung besitzen, und formen wir sie um in:

$$\frac{dp}{\rho} = S ds,$$

so ist $S ds$ die Arbeit, welche die Kräfte leisten, wenn die Masseneinheit des Gases in der Richtung der Kraft um den Weg ds transportiert wird, wobei der Druck um dp zunimmt. Wir können demnach unsere Gleichung auch schreiben:

$$\frac{dp}{\rho} = dA$$

oder:

$$(1) \quad \int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\rho} = A.$$

In dieser Form verstehen wir dann unter A die Gesamtarbeit der Kräfte, wenn die Masseneinheit des Gases von einem Ort mit dem Druck p_0 zu einem Ort vom Druck p_1 transportiert wird.

In unserem Gefäß befinde sich ein Gas, für welches das Boyle-Charlessche Gesetz

$$\frac{p}{\varrho} = \frac{p_0}{\varrho_0}$$

vollkommen gültig ist. Dann wird Gleichung (1):

$$\frac{p_0}{\varrho_0} \int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{p} = A$$

oder:

$$\ln \frac{p_1}{p_0} = A \frac{\varrho_0}{p_0}$$

und weiter:

$$(2) \quad p_1 = p_0 e^{A \frac{\varrho_0}{p_0}}.$$

Ist nun p_0 der Druck im oberen Teil des Gefäßes, p_1 jener im unteren, so ist A nichts anderes als die Arbeit, welche die Kräfte leisten, wenn die Masseneinheit des Gases aus dem oberen Teil in den unteren gebracht wird. Da für ein Molekül diese Arbeit a beträgt, ist:

$$A = na,$$

wenn wir unter n die Zahl der Moleküle in der Masseneinheit des Gases verstehen.

Nach der kinetischen Gastheorie gilt nun für die Beziehung zwischen Druck und Dichte die Gleichung:

$$\frac{p_0}{\varrho_0} = \frac{nm\bar{c}^2}{3},$$

wie immer das Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten auch lauten mag. Wir können daher auch

$$A \frac{\varrho_0}{p_0} = na \cdot \frac{3}{nm\bar{c}^2} = \frac{3a}{m\bar{c}^2}$$

setzen. Danach wird Gleichung (2):

$$(3) \quad p_1 = p_0 e^{\frac{3a}{m\bar{c}^2}}.$$

Diesen Ausdruck für die Beziehung zwischen p_1 und p_0 wollen wir jetzt aus den Vorstellungen der kinetischen Gas-

theorie ableiten. Es ist Gleichgewicht in beiden Teilen unseres Gefäßes vorhanden, wenn die Zahl der Moleküle, welche in der Zeiteinheit von oben nach unten wandern, gleich der Zahl der in entgegengesetzter Richtung fliegenden Moleküle ist. Wir nehmen nun an, daß ein Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Gasmoleküle vorhanden, dessen Form jedoch unbekannt ist. Wir wollen deshalb die Wahrscheinlichkeit, daß ein Molekül eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu unserer Kraftebene AB zwischen u und $u + du$ besitzt, $f(u)du$ setzen. Die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit, denen diese Geschwindigkeit zukommt, ist somit für das obere Gas $N_0 f(u)du$, für das untere $N_1 f(u)du$. Wir verstehen also unter N_0 und N_1 die bezüglichen Gesamtzahlen der Moleküle in der Volumeneinheit. In der Zeiteinheit werden sonach durch die Flächeneinheit unserer Kraftebene

$$(I) \quad \int_0^{\infty} N_0 u f(u) du = \frac{N_0 \bar{u}}{2}$$

Moleküle von oben nach unten fliegen. Dabei ist \bar{u} der Mittelwert aller positiven u . Daß im Integralwert dieser Mittelwert mit $N/2$ multipliziert erscheint, rührt daher, weil nur die Hälfte der Moleküle eine positive Geschwindigkeitskomponente hat, während die andere Hälfte in entgegengesetzter Richtung wandert.

Bilden wir jetzt die Zahl der Moleküle, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit der Ebene AB von unten nach oben durchsetzt, so wird dies nur jenen Molekülen möglich sein, welche senkrecht zur Ebene AB eine Komponente der kinetischen Energie besitzen, die größer ist als a , d. h. für welche $mu^2/2 > a$ ist. Also nur jene Moleküle, denen eine Geschwindigkeitskomponente $u > \sqrt{2a/m}$ zukommt, können die Ebene AB nach oben hin passieren, weshalb die Grenzen unseres Integrals für diesen Fall nicht 0 und ∞ , sondern: $\sqrt{2a/m}$ und ∞ sein werden. Und wir bekommen demnach für die Zahl der zur Zeiteinheit durch die Flächeneinheit nach oben fliegenden Moleküle:

$$(II) \quad \int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} N_1 u f(u) du.$$

Für den Fall des Gleichgewichtes muß (I) = (II), d. h.:

$$\frac{N_0}{2} a = N_1 \int \frac{u f(u) du}{\sqrt{\frac{2a}{m}}}$$

sein. Nach bekannten Formeln der kinetischen Gastheorie ist aber:

$$\frac{N_0}{N_1} = \frac{p_0}{p_1} = \frac{2}{\bar{u}} \int u f(u) du.$$

Da nun nach Gleichung (3)

$$\frac{p_0}{p_1} = e^{-\frac{2a}{m \bar{c}^2}}$$

ist, so erhalten wir die Beziehung:

$$(4) \quad \int \frac{u f(u) du}{\sqrt{\frac{2a}{m}}} = \frac{\bar{u}}{2} \cdot e^{-\frac{3a}{m \bar{c}^2}}.$$

Wir wollen jetzt $\sqrt{2a/m} = x$ setzen. Es wird sonach:

$$\int_x^\infty u f(u) du = \frac{\bar{u}}{2} \cdot e^{-\frac{3x^2}{2\bar{c}^2}}.$$

Diese Gleichung besagt, daß $\int u f(u) du$ für $u = \infty$ den Wert Null und für $u = x$ den Wert:

$$-\frac{\bar{u}}{2} e^{-\frac{3x^2}{2\bar{c}^2}}$$

annimmt. Wir können demnach schreiben:

$$\int x f(x) dx = -\frac{\bar{u}}{2} e^{-\frac{3x^2}{2\bar{c}^2}}.$$

Das Differential davon ist:

$$x f(x) dx = \frac{3\bar{u}x}{2\bar{c}^2} e^{-\frac{3x^2}{2\bar{c}^2}} dx.$$

Daraus erhalten wir die Funktion

$$f(x) = \frac{3\bar{u}}{2c^3} e^{-\frac{3x^2}{2c^2}}.$$

Es ist somit die Funktion $f(x)$ gefunden.

Nennen wir nun die Komponenten irgend einer Geschwindigkeit parallel zu den drei Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems u, v, w , so ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Molekül eine Komponente zwischen u und $u + du$ besitzt:

$$f(u) du = \frac{3\bar{u}}{2c^3} e^{-\frac{3u^2}{2c^2}} du.$$

Analog für eine Komponente zwischen v und $v + dv$:

$$f(v) dv = \frac{3\bar{v}}{2c^3} e^{-\frac{3v^2}{2c^2}} dv,$$

wobei $\bar{u} = \bar{v} = \bar{w}$ ist.

Die Zahl der Moleküle, welche eine Komponente zwischen u und $u + du$ besitzt, ist für die Volumeneinheit im oberen Teil des Gefäßes $N_0 f(u) du$. Ihre Gesamtzahl somit:

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} N_0 f(u) du.$$

Daraus folgt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3\bar{u}}{2c^3} e^{-\frac{3u^2}{2c^2}} du = 1.$$

Wir wollen jetzt eine neue Variable einführen, indem wir $3u^2/2c^2 = y^2$ setzen. Daraus ergibt sich:

$$du = \sqrt{\frac{2c^2}{3}} dy.$$

Und es wird nach einer leichten Reduktion:

$$\bar{u} \sqrt{\frac{3}{2c^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy = 1.$$

Nun ist aber:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi},$$

folglich:

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2c^2}{3\pi}}.$$

Und es wird:

$$(5) \quad f(u) = \sqrt{\frac{3}{2\pi c^2}} e^{-\frac{3u^2}{2c^2}} = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}},$$

wenn wir $2c^2/3 = \alpha^2$ setzen. Bekanntlich ist α dann nichts anderes als die wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Unsere Form für $f(u)$ ist also genau dieselbe, welche von Maxwell gefunden worden ist.

Wir denken uns jetzt unser Gefäß von einer sehr großen Zahl paralleler, idealer Ebenen von der Eigenschaft der Ebene AB durchsetzt. Der gegenseitige Abstand je zweier benachbarter Ebenen sei sehr klein, aber doch so groß, daß darin noch eine sehr große Anzahl von Molekülen vorhanden sind. Es läßt sich dann für zwei aufeinander folgende Gasschichten genau dieselbe Überlegung wiederholen, wie wir sie früher auf die einzelne Ebene AB angewendet haben.

Nennen wir die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit der aufeinander folgenden Gasschichten $N_0, N_1, N_2 \dots$, den Zuwachs der kinetischen Energie, welche ein Molekül beim Passieren der einzelnen Ebenen erfährt: $a_1, a_2, a_3 \dots$, so ist nach Gleichung (3):

$$N_1 = N_0 e^{\frac{3a_1}{m^2}},$$

$$N_2 = N_1 e^{\frac{3a_2}{m^2}} = N_0 e^{\frac{3(a_1+a_2)}{m^2}},$$

$$\dots$$

$$N_h = N_0 e^{\frac{3(a_1+a_2+\dots+a_h)}{m^2}} = N_0 e^{\frac{3\chi}{m^2}},$$

wenn wir $a_1 + a_2 + \dots + a_h = -m\chi$ setzen.

Da die Arbeit der Kräfte gleich ist der Zunahme der kinetischen Energie, somit gleich der Abnahme der potentiellen,

so können wir χ als das Potential der äußeren Kräfte auffassen und damit unsere Formel nicht nur nach einer Richtung, sondern nach allen drei Richtungen des Raumes erweitern. Es ist dann die Zahl der Moleküle, welche eine Geschwindigkeitskomponente zwischen u und $u + du$ besitzen, gegeben durch:

$$\frac{N_0}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\frac{3\chi}{\alpha^2} - \frac{u^2}{\alpha^2}} du = \frac{N_0}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{\alpha^2} (u^2 + 2\chi)}$$

da ja, wie bereits erwähnt wurde, $\alpha^2 = 2c^2/3$ ist. Es ist somit N_0 die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit an einer Stelle des Gases, für welche das Potential der äußeren Kräfte gleich Null ist.

Wir haben demnach das Maxwell'sche Verteilungsgesetz mit jener Ergänzung gefunden, welche ihm Boltzmann¹⁾ gegeben hat.

II.

Das Maxwell'sche Verteilungsgesetz, welches ursprünglich für ideale Gase abgeleitet wurde, hat man später auch auf Flüssigkeiten angewendet und es ist mehrfach der Versuch gemacht worden, mit Benutzung dieses Gesetzes den Dampfdruck einer Flüssigkeit und dessen Abhängigkeit von der Temperatur zu bestimmen.²⁾ Allein bei diesen Versuchen war es immer notwendig, durch willkürliche Vernachlässigungen und Annahmen die Rechnung zu ermöglichen, so daß bis heute keine exakte Lösung dieser Aufgabe vorliegt und wohl auch nicht so bald geliefert werden dürfte.

Wie es nun von großem Vorteil für den Ausbau der kinetischen Gastheorie war, daß man zuerst die Eigenschaft der idealen Gase darzustellen suchte und später auf die wirk-

1) Vgl. z. B. L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie 1. p. 137. 1896.

2) Hr. M. Reinganum, dem ich dafür bestens danke, hatte die Güte, mich auf die Arbeit des Hrn. H. Kamerlingh Onnes, Théorie générale de l'état fluide [Arch. Neerl. 30. p. 101–136. 1896 (Auszug aus einer im Jahre 1881 in der k. Akad. zu Amsterdam publizierten Arbeit)] aufmerksam zu machen, in welcher zum ersten Male ein Versuch einer kinetischen Theorie der Spannung des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit gemacht wird. Es ist sowohl mir als auch den Herren W. Voigt und C. Dieterici, gegen welche ich seinerzeit (Wied. Ann. 67. p. 894 ff. 1899) Prioritätsansprüche geltend machte, diese grundlegende Arbeit entgangen.

lichen Gase übergang, so scheint mir der einzig richtige Weg zum Ausbau einer kinetischen Theorie der Flüssigkeiten darin zu liegen, daß man erst versucht, eine ideale Flüssigkeit zu konstruieren und deren Eigenschaften zu präzisieren und erst dann zu den wirklichen Flüssigkeiten überzugehen. Daß dies bisher nicht geschah, lag wohl hauptsächlich daran, daß man durch den großen Erfolg der van der Waalsschen Zustandsgleichung bewogen, die kinetische Theorie der Flüssigkeiten immer als Erweiterung der Theorie der wirklichen Gase darzustellen suchte.

Wir wollen uns im folgenden eine ideale Flüssigkeit konstruieren. Die Flüssigkeitsmoleküle stellen wir uns als Kugeln vor — man tat dies ursprünglich zur Vereinfachung der Rechnung ja auch mit den Gasmolekülen. Diese Kugeln sollen für eine bestimmte Flüssigkeit in Größe und Masse alle einander gleich, vollkommen elastisch und unendlich wenig kompressibel sein. Sie üben Anziehungskräfte aufeinander aus, deren Wirkungssphäre so groß ist, daß sehr viele Moleküle innerhalb einer Wirkungssphäre Platz finden. Ferner sollen sie so nahe aneinander liegen, daß die Kräfte, welche ein Molekül von ihren Nachbarmolekülen erfährt, nach allen Richtungen dieselben sind, d. h. sich gegenseitig in ihrer Wirkung aufheben. Im Innern der Flüssigkeit verhält sich also jedes Molekül so, als würde gar keine Kraft auf es einwirken. Abgesehen vom Größenunterschiede der mittleren Weglänge werden sich unsere Moleküle genau so bewegen wie die Moleküle eines idealen Gases. Der Kompressions- sowie der thermische Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit sei so klein, daß wir das Volumen der Flüssigkeit bezüglich des äußeren Druckes und der Temperatur als konstant annehmen können. Die Anziehungskräfte, welche die Moleküle aufeinander ausüben, seien nur von deren gegenseitiger Entfernung abhängig. Der innere Druck der Flüssigkeit, welcher aus diesen Anziehungskräften resultiert, ist also lediglich eine Funktion des Volumens der Flüssigkeit, ist somit ebenfalls vom äußeren Druck und der Temperatur unabhängig. Dasselbe ist mit der Kapillaritätskonstanten und der Verdampfungswärme der Fall. Der zu unserer idealen Flüssigkeit zugehörige gesättigte Dampf verhält sich wie ein ideales Gas

und seine Dichte sei sehr klein gegenüber der Dichte der Flüssigkeit.

Die so definierte Flüssigkeit, der ja auch wirkliche Flüssigkeiten, wie z. B. Quecksilber, sehr nahe kommen, erleichtert die Anwendung der Sätze der Thermodynamik als auch der kinetischen Theorie der Materie sehr bedeutend. Wir wollen das Gesagte dadurch erläutern, daß wir auf beiden Wegen die Abhängigkeit des Druckes des gesättigten Dampfes von der Temperatur ableiten. Ich habe etwas ganz Ähnliches schon in der Abhandlung: „Das Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Gasmoleküle“¹⁾ veröffentlicht, nur galt es dort, für die ideale Flüssigkeit nachzuweisen, daß auch für sie nur das Maxwell'sche Verteilungsgesetz das einzig mögliche ist, während es sich uns diesmal hauptsächlich darum handelt, in einwandfreier Weise den Dampfdruck nach der kinetischen Theorie zu berechnen.

Wir wenden auf unsere Flüssigkeit die Clapeyron-Clausius'sche Gleichung an:

$$rJ = T \frac{\partial p}{\partial T} (v - v')$$

(r = Verdampfungswärme, J = mechanisches Wärmeäquivalent, T = absolute Temperatur, p = Druck des gesättigten Dampfes, v = spezifisches Volumen des Dampfes, v' = spezifisches Volumen der Flüssigkeit). v' kann gegen v vernachlässigt werden. Nach dem Boyle-Charlesschen Gesetz ist:

$$pv = RT,$$

wobei in unserem Falle R sich auf die Masseneinheit der Flüssigkeit bezieht. Für $v - v'$ können wir somit RT/p einführen. Da nur p und T variabel sind, so erhält man leicht:

$$(6) \quad p = C e^{\frac{-rJ}{RT}}$$

(C = konst.). rJ ist die Arbeit, welche bei der Verdampfung der Masseneinheit Flüssigkeit geleistet werden muß. Ist n die Zahl der Moleküle dieser Masseneinheit, a die Arbeit, welche

¹⁾ G. Jäger, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 111. IIa. p. 255 ff. 1902.

nötig ist, um ein Molekül aus dem Flüssigkeitsinnern in das Dampfinnere zu schaffen, so ist:

$$rJ = na.$$

Nach der kinetischen Gastheorie ist ferner:

$$\frac{nm\bar{c}^2}{3} = RT,$$

(\bar{c}^2 = mittleres Quadrat der Geschwindigkeiten, m = Masse der Gasmoleküle), daher ist

$$\frac{rJ}{RT} = \frac{3a}{m\bar{c}^2}$$

und

$$p = Ce^{\frac{-3a}{m\bar{c}^2}}$$

die Dampfspannung; p können wir nun dank unserer Definition der idealen Flüssigkeit auch nach der kinetischen Theorie herleiten. Es besteht thermisches Gleichgewicht, wenn in der Zeiteinheit ebensoviel Moleküle aus dem Dampf in die Flüssigkeit übergehen, wie umgekehrt aus der Flüssigkeit in den Dampf. Ist u die Geschwindigkeitskomponente der Moleküle senkrecht zur Flüssigkeitsoberfläche, so $Na/2$ die Zahl der Moleküle, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit in die Flüssigkeit übertreten, wenn N die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit des Dampfes ist, von denen die Hälfte gegen die Flüssigkeitsoberfläche fliegt (a = Mittelwert der gegen die Flüssigkeitsoberfläche gerichteten Komponenten u).

Die Zahl der Moleküle, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit der Oberfläche unserer Flüssigkeit in den Dampf übergeht und eine Geschwindigkeitskomponente normal gegen die Oberfläche zwischen u und $u + du$ besitzen, sei $\varphi(u)du$. Nicht alle Flüssigkeitsmoleküle, welche die Oberfläche treffen, können in den Dampf übertreten, sondern nur jene, deren kinetische Energie senkrecht zur Oberfläche größer ist als die zum Übertritt nötige Arbeitsleistung a . Wir nehmen also an, daß wir infolge der Oberflächenspannung, welche durch die Anziehungskräfte der Moleküle entsteht, zur Überwindung dieser Kräfte eine Arbeit a leisten müssen, wenn wir die Moleküle aus dem Innern der Flüssigkeit in das Dampfinnere bringen. Es entspricht somit a der Verdampfungswärme eines Moleküls unserer

idealen Flüssigkeit. Für die Möglichkeit der Verdampfung muß also:

$$\frac{m u^3}{2} > a \quad \text{oder} \quad u > \sqrt{\frac{2a}{m}}$$

sein. Die Zahl der in der Zeiteinheit durch die Oberflächeneinheit übertretenden Moleküle ist somit:

$$\int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} \varphi(u) du = \int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} u f(u) du,$$

indem wir $\varphi(u) = u f(u)$ einführen. Es gilt nun für den stationären Zustand:

$$(7) \quad \frac{N \bar{u}}{2} = \int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} u f(u) du.$$

Nun ist aber nach der kinetischen Gastheorie der Dampfdruck

$$p = \frac{N m \bar{c}^2}{3} \quad \text{oder} \quad N = \frac{3p}{m \bar{c}^2}$$

und es folgt aus Gleichung (7):

$$(8) \quad p = \frac{2m \bar{c}^2}{3 \bar{u}} \int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} u f(u) du.$$

Die Clapeyron-Clausius'sche Gleichung hat uns für den Druck ergeben:

$$p = C e^{\frac{-3a}{m \bar{c}^2}}.$$

Es muß demnach sein:

$$\frac{2m \bar{c}^2}{3 \bar{u}} \int_{\sqrt{\frac{2a}{m}}}^{\infty} u f(u) du = C e^{\frac{-3a}{m \bar{c}^2}}.$$

Diese Gleichung entspricht aber in ihrer Form vollkommen der Gleichung (4). Wir können deshalb auch aus ihr ohne

weiteres die Funktion $f(u)$ finden und erhalten hier nach demselben Vorgang wie dort:

$$-x f(x) dx = \frac{-9\bar{u} C x}{2m(c^2)^3} e^{\frac{-3x^2}{2c^2}} dx.$$

Da nun $xf(x) = q(x)$ ist, so erhalten wir für die Zahl der Flüssigkeitsmoleküle, welche in der Zeiteinheit durch die Oberfläche in den Dampf übertreten und in der Flüssigkeit eine Geschwindigkeitskomponente zwischen u und $u + du$ besitzen:

$$(9) \quad q(u) du = \frac{9\bar{u} C u}{2m(c^2)^3} e^{\frac{-3u^2}{2c^2}} du.$$

Da nach dem früher Gesagten sich die Moleküle im Innern der Flüssigkeit so bewegen müssen, als würden gar keine Kräfte auf sie wirken, so gilt für sie natürlich dasselbe Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung wie für die Dampfmoleküle. Nun finden wir für jene, daß die Zahl der Moleküle, welche eine Geschwindigkeitskomponente zwischen u und $u + du$ haben, durch:

$$\frac{3\bar{u} N}{2c^3} e^{\frac{-3u^2}{2c^2}} du$$

gegeben ist (N = Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit), und daß wir die Zahl der Moleküle, welche in der Zeiteinheit die Querschnittseinheit passieren, finden, wenn wir diesen Ausdruck noch mit u multiplizieren. Wir erhalten somit der Form nach für das ideale Gas denselben Ausdruck wie für unsere Flüssigkeit, nur hätten wir im letzteren Falle dann N durch $3C/mc^3$ zu ersetzen.

Könnten wir die Konstitution einer Flüssigkeit analog jener eines idealen Gases auffassen, d. h. könnten wir auch bei der Flüssigkeit annehmen, daß der Durchmesser des Moleküls gegenüber der mittleren Weglänge des Moleküls eine kleine Größe sei, so würde $3C/mc^3$ ebenfalls nichts anderes als die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit der Flüssigkeit bedeuten. Da wir aber bei unserer idealen Flüssigkeit umgekehrt die mittlere Weglänge des Moleküls als klein gegenüber dem Durchmesser eines Moleküls annehmen müssen, so

ist die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit klein gegenüber dem Ausdruck $3C/mc^3$. In anderen Worten gesagt heißt das nichts anderes, als daß die Zahl der Stöße, welche die Moleküle auf die Flächeneinheit einer idealen durch die Flüssigkeit gelegten Ebene ausführen, viel größer ist, als wir erhalten, wenn wir diese Zahl nach der Formel für ideale Gase berechnen würden.

Bekanntlich ist man bei der Bestimmung der mittleren Weglänge mit Berücksichtigung der Ausdehnung der Moleküle auf bisher unüberwindliche Schwierigkeiten gestoßen. Es muß aber die Formel für die mittlere Weglänge bekannt sein, will man nach den bereits bestehenden Methoden den Druck eines Gases berechnen. Es war das auch bisher die Ursache, warum es nicht gelang, nach der kinetischen Theorie eine exakte Formel für den Druck des gesättigten Dampfes zu berechnen, während wie wir hier sehen sich für unsere ideale Flüssigkeit sowohl nach den Regeln der Thermodynamik als auch nach der kinetischen Theorie ein und dieselbe Form für den Dampfdruck mit Leichtigkeit ergibt, wenn wir nur die in Gleichung (8) vorkommende Funktion nach dem später für $\varphi(u)$ erhaltenen Ausdruck richtig deuten.

Zu dem Zweck ist es nötig, noch die Bedeutung der Konstanten C kennen zu lernen. Dies gelingt aber ebenfalls sehr leicht, wenn wir den inneren Druck der Flüssigkeit in unsere Rechnung einführen.

Unter dem inneren Druck verstehen wir jenen Druck, welcher auf die Flüssigkeit durch die inneren Kräfte der Moleküle hervorgebracht wird. Es müssen demnach infolge ihrer Bewegung die Flüssigkeitsmoleküle einen Druck ausüben, welcher gleich ist der Summe aus dem inneren und äußeren Druck.

Für unseren idealen Fall wird der äußere Druck gegenüber dem inneren verschwindend klein sein. Es ist daher der innere Druck jener Druck, den die Moleküle infolge ihrer kinetischen Energie ausüben würden, wenn keine inneren Kräfte vorhanden wären, sondern die Flüssigkeit durch äußeren Druck auf das ihr zukommende Volumen komprimiert würde. Diesen Druck können wir aber definieren als die Gesamtbewegungsgröße, welche durch die Flächeneinheit einer idealen Ebene,

die wir durch die Flüssigkeit legen, in der Zeiteinheit von den passierenden Molekülen getragen wird.

Multiplizieren wir demnach den Ausdruck (9) mit mu , d. i. die Komponente der Bewegungsgröße, welche ein Molekül von der Masse m senkrecht gegen unsere ideale Ebene besitzt, und integrieren wir nach u von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhalten wir den inneren Druck:

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} m u \varphi(u) du = \frac{9 \bar{u} C}{2(c^2)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3 e^{-\frac{3u^2}{2c^2}} du$$

$$= \bar{u} C \sqrt{\frac{6}{c^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \bar{u} C \sqrt{\frac{3\pi}{2c^2}}.$$

Es wird dieses Resultat leicht gewonnen, wenn wir $3u^2/2c^2 = x^2$ setzen und bedenken, daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

ist. Da für unsere Flüssigkeit ebenfalls das Maxwell'sche Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten gilt, so können wir:

$$\bar{u} = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \quad \text{und} \quad \alpha^2 = \frac{2c^2}{3}$$

setzen, wenn wir unter α die wahrscheinlichste Geschwindigkeit verstehen. Durch Einführung dieser Werte für \bar{u} und c^2 , wird:

$$P = C.$$

Die Konstante C bedeutet sonach direkt den inneren Druck unserer Flüssigkeit. Es wird mithin die Gleichung (6) für den Druck des gesättigten Dampfes

$$p = P e^{-\frac{rJ}{RT}}.$$

Fassen wir demnach nochmals kurz die Resultate der vorliegenden Abhandlung zusammen, so haben wir erstens einen

neuen und, wie mir scheint, anschaulichen und einfachen Weg zum Maxwell-Boltzmann'schen Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten gefunden, zweitens ist es uns gelungen für eine ideale Flüssigkeit den Druck des gesättigten Dampfes sowohl nach den Regeln der Thermodynamik als auch nach der kinetischen Theorie in vollkommen übereinstimmender und exakter Weise zu bestimmen und drittens die Beziehung aufzustellen, welche zwischen dem Druck des gesättigten Dampfes und dem Binnendruck dieser idealen Flüssigkeit besteht. —

(Eingegangen 30. April 1903.)

9. Über Lamellentöne; von Moritz Weerth.

(Auszug aus der Rostocker Inaugural-Dissertation.)

Die Lamellentöne, die Töne, die durch Strömen einer Luftlamelle gegen eine Einlage, z. B. die scharfe Schneide eines Keiles entstehen, sind bisher meist im Zusammenhang mit Untersuchungen über Tonquellen ähnlicher Art behandelt worden. So führt z. B. Helmholtz¹⁾ in den älteren Auflagen seiner Tonempfindungen den Ton einer Labialpfeife auf das Verstärken eines Tones des Schneidengeräusches zurück, eben des Tones, auf den die Pfeife Resonanz gibt.

Ferner findet man in einer Abhandlung von Hrn. Strouhal²⁾ Bemerkungen über Schneidengeräusche. Strouhal interessieren besonders die Hiebtöne, also Töne, wie sie durch rasche Bewegung einer Gerte in der Luft entstehen. Da die Tonhöhe mit der Bewegungsgeschwindigkeit variiert, so mußte er, um nicht ein Gemisch von Tönen, sondern nur einen Ton zu erhalten, sich einen Apparat konstruieren, der eine an allen Punkten des tonerzeugenden Gegenstandes gleiche Geschwindigkeit gestattete. Er erreichte das in sehr einfacher Weise, indem er einen Draht parallel zu einer Achse sich um diese bewegen ließ. So entsteht ein Ton, dessen Höhe der Bewegungsgeschwindigkeit direkt, und dem Drahtdurchmesser umgekehrt proportional ist. Dabei beobachtete Strouhal eine merkwürdige Erscheinung. Erreichte bei fortwährend steigender Bewegungsgeschwindigkeit der Ton die Höhe des Draht-eigentones, so setzte dieser, den anderen vernichtend, stark ein, um auch noch anzuhalten, wenn die Geschwindigkeit, weiter gesteigert, schon nicht mehr der Höhe des Draht-treibungstones entsprach. Durch stetiges Steigern der Geschwindigkeit konnte er auf diese Weise sowohl Grundton, wie Obertöne des Drahtes erregen, und zwar schlug der Ton

1) H. v. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen 1. Aufl. 5. p. 150. 1862.

2) V. Strouhal, Wied. Ann. 5. p. 216. 1878.

immer plötzlich, d. h. ohne Zwischenglied vom 1. zum 2., vom 2. zum 3. etc. Oberton über.

Ich selbst habe nach Angabe von Hrn. Prof. Wachsmuth den Versuch in der Form wiederholt, daß ich zwei Stimmgabeln um eine gemeinsame Mittelachse rotieren ließ. Bei einer bestimmten, auch von dem Abstand der Stimmgabeln von der Achse abhängigen Geschwindigkeit, setzte der Eigenton lebhaft ein.

Strouhal identifiziert nun, wenigstens der Entstehungsgeschichte nach, Drahtreibungs- und Schneidenton und setzt diese Erscheinung im wesentlichen der Tongebung der Labialpfeife gleich.

Hr. Hensen¹⁾ dagegen verwirft vollkommen die alte Theorie, der zufolge ein primärer Reibungston die Eigenschwingungen der Luftsäule im Pfeifeninnern erregt. Er führt vielmehr die Tonbildung auf die Wirkung einer Transversallamelle zurück und identifiziert nun in gewisser Hinsicht die Entstehung des Lamellen- mit der des Labialpfeifentones, insofern nämlich, als er auch hier die Tonerzeugung dem Aufeinanderwirken zweier Lamellen zuschreibt. Dem Pfeifenraum fällt bloß die Aufgabe zu, in Bezug auf die Ortholamelle einseitige Druckschwankungen zu erzeugen, mit anderen Worten, die Bildung einer Transversallamelle zu ermöglichen. Der allen diesen Überlegungen naheliegende Versuch, Töne nur durch Aufeinanderwirken zweier Lamellen zu erzeugen, führte zu positiven Resultaten.²⁾

Wie ist nun aber die Entstehung einer Transversalschwingung zu erklären? Hier seien der Einfachheit halber die Ausführungen von Hensen wiedergegeben:

„Es lag die Annahme nahe, daß die Lamelle durch eine Art Schnürleiste (infolge des Durchströmens der zweiten Lamelle) im freien Erguß behindert werde. Daher werde sich die Luft vor der Leiste so lange anstauen, bis deren Widerstand überwunden, bez. die Leiste zersprengt und mit fortgerissen werde. Die angehäuften und gepreßte Luft schieße

1) V. Hensen, Ann. d. Phys. 2. p. 719. 1900.

2) W. Friedrich, Inaug.-Diss. Rostock 1901; Ann. d. Phys. 7. p. 97. 1902.

dann vorwärts, und jetzt bilde sich die Leiste von neuem. So entstehe, ähnlich wie an den Stimmbändern, die Periodizität in dem gleichmäßigem Fluß der Luft.“

Im Luftstrom der Primärlamelle entstehen infolge des periodischen Aufstauens der Luft Druckschwankungen, die longitudinal rückwärtsschreitend noch bis 10 m vor dem Spalt in der Luftzuleitung mittels Flammenmanometer von Hrn. Friedrich¹⁾ nachgewiesen worden sind.

Bilden sich also periodisch Luftverdichtungen, so weicht die Lamelle vor diesem Widerstand nach der anderen Seite aus, penduliert daher um die Schneide.

Den unmittelbaren Anlaß zu diesen Untersuchungen gaben die Arbeiten von Hensen und Friedrich. Es blieb die Frage offen, ob die Bedeutung der Pfeifenlippe identisch ist mit der der Schneide bei Lamellentönen. Gerade der Umstand, daß lediglich beim Strömen einer Luftlamelle gegen eine Schneide ein Ton entsteht, die Schneide also dabei für die Tonbildung von wesentlicher Bedeutung ist, muß zu der Vermutung Anlaß geben, daß sie die Tonentstehung direkt veranlaßt, ja bedingt. Was sind nun aber die Schneidentöne, wie entstehen sie, und welche Beziehungen bestehen zwischen ihnen und den Labialpfeifentönen? Vorliegende Arbeit ist ein Versuch, diese Frage zu beantworten. Sie wurde auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. Wachsmuth unternommen.

1. Hensen empfiehlt, die Schneidentöne stroboskopisch zu untersuchen, z. B. mit einer isochronen Stimmgabel. Die Methode ist hier aber schwer zu verwenden, da sie eine konstante Höhe des Schneidentones voraussetzt, eine Bedingung, die wegen der Abhängigkeit der Tonhöhe vom Luftdruck kaum ganz genau zu erfüllen ist. Diesen auch nur für kurze Zeit mit einem Doppelbalg vollkommen konstant zu halten, ist nicht möglich. Freilich hätte man mittels der später erwähnten Bomben mit komprimierter Luft einen gleichmäßigen Druck erzielen können, doch wären dadurch diese Versuche zu kostspielig geworden.

War es aber nicht möglich, die Tonhöhe konstant zu halten, so mußte nach einem Stroboskop gesucht werden,

1) W. Friedrich, l. c.

welches sich nach ihr regulieren ließ. Mit der Stimmgabel ging das nicht, wohl aber mit einer mit Spalten versehenen Scheibe, deren Rotationsgeschwindigkeit sich der Tonhöhe entsprechend regulieren ließ.

Die Luftlamelle mußte natürlich auf irgend eine Weise sichtbar gemacht werden. Zuerst wurde das zu erreichen versucht, indem man zwei Glaskolben, deren einer Ammoniak, der andere Salzsäure enthielt, in die Luftzuleitung einschaltete. So konnte ja auch die Lamelle deutlich gekennzeichnet werden, bald verstopften aber Salmiakablagerungen den Spalt und machten weitere Beobachtungen unmöglich. Zweckmäßiger war die Verwendung von Tabaksqualm. Die Anordnung war folgende (vgl. Fig. 1): Vom Balg gingen zwei Luftzuleitungen

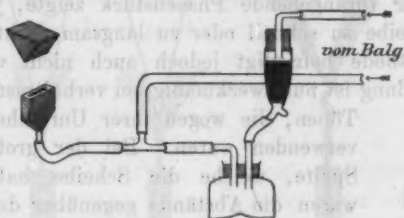


Fig. 1.

aus, die sich kurz vor dem Spalt vereinigten. In die eine war ein Pfeifenkopf so eingeschaltet, daß die Luft oben hineinfließt und den angezündeten Tabak in Brand hielt. Durch ihn hindurch gelangte sie zur Verbindungsstelle, um dann mit dem direkt aus dem Balg tretenden Hauptstrom zum Spalt zu gehen. Die zweite Leitung hatte den Zweck, einmal den Druck der dem Spalt zugeführten Luft beliebig stark zu machen, und dann die Verbrennung nicht zu sehr zu beschleunigen, damit eine Füllung für eine Versuchsreihe genügte. Da das Kondenswasser sich im Spalt ansetzte und dadurch die Tonbildung störte, wurde der aus dem Pfeifenkopf tretende Rauch durch eine Flasche geleitet, die das Wasser fast völlig aufnahm. Ganz ließ es sich nicht vom Spalt fernhalten, die geringen Mengen störten aber nicht mehr und brauchten nur von Zeit zu Zeit entfernt zu werden.

Die so sichtbar gemachte, grell beleuchtete Lamelle wurde

nun durch die vor dem Auge vorüberziehenden Spalte der durch einen Elektromotor schnell gedrehten Scheibe betrachtet. Die Tourenzahl konnte mit einem geeigneten Widerstand, oder besser noch, nach rohem Einstellen mit dem Widerstand, durch Bremsen mit einem in der Hand gehaltenen Gegenstand der Schwingungszahl des Tones angepaßt werden. Hatte der Ton z. B. die Schwingungszahl 800, so waren bei 64 Spalten $12\frac{1}{2}$ Touren nötig, um die Spalte genau im zeitlichen Abstand einer ganzen Schwingung voneinander zu halten. Man mußte also immer dasselbe Phasenstück beobachten, d. h. keine Schwingung wahrnehmen, sondern die Luftlamelle in irgend einer Stellung beharren sehen. Die geringste Verstimmung gab dann ein Bild der Schwingung selbst, weil jeder Spalt das folgende oder vorangehende Phasenstück zeigte, je nachdem sich die Scheibe zu schnell oder zu langsam drehte.

Die Methode befriedigt jedoch auch nicht vollkommen. Ihre Verwendung ist nur zweckmäßig bei verhältnismäßig tiefen



Fig. 2.

Tönen, die wegen ihrer Unreinheit nicht zu verwenden waren. Bei der großen Anzahl Spalte, welche die Scheibe haben mußte, waren die Abstände gegenüber der durch die Lichtschwächung bedingten Minimalbreite der Spalte, und somit auch das beobachtete Phasenstück zu groß, als daß es klare Bilder hätte geben können. Immerhin zeigte die Methode doch, daß, wie man in Fig. 2 sieht, Wülste aufsteigen, deren Existenz mit der Tonbildung in engem Zusammenhang schon wegen des Isochronismus ihrer Periode mit der des Tones stehen mußte. Der Versuch, die Lamelle in mehreren Schwingungsphasen zu photographieren, wollte nicht gelingen. An eine Zeitaufnahme durch das Stroboskop war schon wegen der Unmöglichkeit, die Bewegung des Motors für die Zeit der Aufnahme mit der Schwingungszahl des Tones genau isochron zu halten, nicht zu denken. Bei einer Momentaufnahme durfte die Beleuchtungszeit nur einen geringen Teil der Dauer einer einzelnen Schwingung betragen. Ein Entladungsfunkeln erfüllte wohl diese Bedingung, er war aber als Beleuchtungsmittel, auch bei Anwendung von Zinkelektroden, zu wenig lichtstark.

Der Gedanke lag nun nahe, die Lamelle bei Funkenbeleuchtung zu beobachten. Dauernder Isochronismus war auch hier so gut wie ausgeschlossen. Machte man jedoch die Funkenzahl möglichst klein — der Primärstrom wurde 22 mal pro Sekunde unterbrochen — so konnte die Anzahl der Funken niemals weit von einer Zahl entfernt sein, die in die Schwingungszahl ohne Rest aufging. Zuerst wurden der großen Lichtstärke wegen Funkenstrecken mit Zinkelektroden verwandt. Das knatternde Funkengeräusch störte jedoch die Beobachtung, weil es den Schneidenton übertönte. Bei den späteren Untersuchungen benutzte man deswegen nur Geissler-

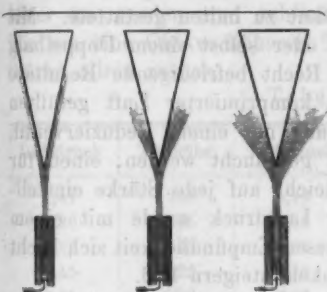


Fig. 3.

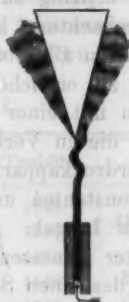


Fig. 4.



Fig. 5.

röhren, die zu beiden Seiten der Lamelle dieselbe beleuchteten, während von vorne beobachtet wurde.

Gab die Lamelle keinen Ton, so sah man bei konstanter Beleuchtung den Rauch zu beiden Seiten des Keiles so in die Höhe steigen, daß die Grenzebenen den Keilwänden parallel waren. Sobald der Ton einsetzte, divergierten die Rauchgrenzen gegen die Keilwände (vgl. Fig. 3) nach oben hin, und zwar um so mehr, je höher der Ton war. Dann sah man bei intermittierendem Licht und möglichst kleiner Zahl der Entladungen die Lamelle unterhalb der Schneide hin- und herschwingen, infolgedessen die Luft einmal vollständig an der einen, dann an der anderen Seite des Keiles in die Höhe strömte. So erklären sich die auf beiden Seiten von der Schneide aufwärts wandernden intermittierenden Wülste.¹⁾ Figg. 4 und 5,

1) Vgl. auch Fig. 16 bei Hensen.

nach der Beobachtung gezeichnet, zeigen diese Wülste. Es sind zwei Augenblicksbilder der schwingenden Lamelle in den Umkehrpunkten.

2. Die Untersuchungen erstreckten sich nun weiter darauf, inwieweit durch Variieren der Versuchsbedingungen die Tonhöhe verändert wird. In Übereinstimmung mit Hrn. Hensen konnte eine Abhängigkeit derselben von der Stärke des Luftdruckes, der Breite der Mundspalte und dem Abstand des Keiles festgestellt werden.

Zum Aufstellen der Tabellen war der sehr empfindlichen Abhängigkeit vom Luftdruck wegen ein Luftstromapparat nötig, der den Druck beliebig zu variieren und wenigstens für die Dauer einer Beobachtung konstant zu halten gestattete. Mit einem gewöhnlichen Blasebalg, oder selbst einem Doppelbalg war das nicht zu erreichen. Recht befriedigende Resultate wurden dagegen mit einer mit komprimierter Luft gefüllten Bombe erzielt, die in Verbindung mit einem Reduzierventil, wie sie bei Bierdruckapparaten gebraucht werden, einen für geraume Zeit konstanten und leicht auf jede Stärke einstellbaren Luftstrom hergab. Der Luftdruck wurde mit einem Wassermanometer gemessen, dessen Empfindlichkeit sich leicht durch Neigung des einen Schenkels steigern ließ.

In allen folgenden Untersuchungen wurde die Tonhöhe mit einem Monochord bestimmt. Die Belastung der Saite blieb konstant, die jedesmalige Tonhöhe ergab sich aus der regulierbaren Länge, die dieser ja umgekehrt proportional ist. Es wird nun leicht der Fehler gemacht, daß der verschiebbare Keil, der die Länge der Saite bestimmen soll, zu hoch gewählt wird, damit die Saite gut aufliegt. Indem man aber hiermit auch die Spannung vergrößert, und zwar um so mehr, je kürzer die Saite wird, ist die Tonhöhe nicht mehr proportional der Länge. Der verschiebbare Keil des Instrumentes reichte deshalb mit seiner Schneide genau bis zur Saite, vergrößerte also die Spannung nicht. Leises Aufpressen der Saite auf die Schneide unterdrückte das störende Vibrieren. Durch Vergleich mit den Stimmgabeln $n = 512, 1024, 2048$ wurde das Instrument geeicht. Eine von Hrn. Professor Langendorff gütigst zur Verfügung gestellte Galtonpfeife überzeugte von der Richtigkeit der Angabe noch höherer Töne.

Über die Abhängigkeit der Tonhöhe vom Luftdruck, Keilabstand und von der Spaltbreite geben die mitgeteilten Tabellen näheren Aufschluß. Tab. I zeigt, wie die Tonhöhe mit dem Luftdruck variiert; Keilabstand und Spaltweite blieben während der ganzen Beobachtungsreihe konstant. Die Tabelle zeigt, daß die Tonhöhe nicht dem Druck einfach proportional ist, sondern mit steigendem Druck langsamer zunimmt. Merkwürdig ist besonders das Überspringen der Tonhöhe in die Oktave bei einem Druck von ca. 2,5 mm; und zwar springt sie plötzlich, ohne Zwischenglied über, während die tiefere Oktave noch leise mitklingt, um mit weiter steigendem Druck, natürlich an Höhe entsprechend zunehmend, allmählich immer leiser zu werden und schließlich vollkommen auszubleiben. Die um eine Oktave höheren Töne bleiben in unverminderter Stärke allein zurück.

Tabelle I.

Luftdruck	Tonhöhe	Luftdruck	Tonhöhe	
1,47	285	3,92	1196	Abstand des Keiles: 7,2 mm.
1,96	355	4,42	1301	
2,21	398	4,91	1399	Spaltweite: 1 mm (Luftdruck in cm Wasser.)
2,45	422	6,13	1560	
2,65	836	7,36	1762	
2,94	969	8,59	1951	
3,43	1085	9,81	2128	

Da die Erscheinung des Überspringens des Tones in allen Tabellen wiederkehrt, so soll vorher die Tab. II zeigen, wie der kritische Abstand, bei dem die Tonhöhe überspringt, mit dem Luftdruck und der Spaltbreite variiert.

Tabelle II.

Tonhöhe	Luftdruck	Abstand des		Spaltbreite
		1. Punktes	2. Punktes	
959	2,45	5,2 mm		1 mm
649	2,45		8,3 mm	1 "
1809	4,9	6,6 "		1 "
1218	4,9		7,0 "	1 "
3081	4,9	2,5 "		0,5 "
2631	4,9		3,5 "	0,5 "

Der Kürze wegen wird hier von dem „Punkt“ gesprochen werden. Der zweite Punkt der Tabelle ist der eben beschriebene, der erste ist der geringste Keilabstand, bei welchem noch ein Ton entsteht. Auch dieser Punkt variiert mit Luftdruck und Spaltbreite. Aus der Tabelle ist ersichtlich, wie bei konstanter Spaltbreite der Keilabstand des ersten Punktes mit dem Luftdruck zunimmt, der des zweiten dagegen abnimmt. Der Abstand beider Punkte nimmt jedoch mit der Spaltbreite ab. Die Kurve zeigt übrigens noch, daß vor dem zweiten Punkt, also im Bereich der tieferen Töne, die Zunahme der Tonhöhe mit dem Luftdruck noch langsamer ist, wie unmittelbar oberhalb desselben.

Tab. III zeigt die Abhängigkeit der Tonhöhe vom Keilabstand. Bei dieser Versuchsreihe blieben sowohl Spaltbreite wie Luftdruck konstant, zwischen dem ersten und zweiten Punkt zeigt der Ton eine schnelle Abnahme der Tonhöhe, beim zweiten Punkt springt er über in die Oktave, um dann wieder stark abzunehmen. Eine graphische Darstellung zeigt durch eine etwas gebogene Linie, daß die Tonhöhe etwas stärker abnimmt im Vergleich zur Zunahme des Abstandes.

Tabelle III.

Keilabstand	Tonhöhe	
3,0 mm	2992	
4,0 „	1890	
5,0 „	1893 (lauter)	Spaltbreite: 1 mm.
	2745	Luftdruck:
7,5 „	1943	9,6 (cm Wasser).
10,0 „	1346	
12,5 „	902	
15,0 „	559	

Hier ist aber noch etwas besonders zu bemerken. Der Punkt hat nicht nur die Bedeutung, daß die Tonhöhe so plötzlich überspringt, sondern man erhält von da an für jeden größeren Abstand zwei verschieden hohe Töne. Geht man nämlich bei gleichbleibendem Abstand mit dem Keil allmählich durch die Lamelle, während Keilschneide und Spalt parallel

bleiben, so erhält man zunächst einen Ton, dessen Höhe nach der Tabelle nicht dem Abstand entspricht, sondern die weitere Fortsetzung der tieferen Oktave. Der Keil steht so, daß die Hauptmenge der Luft an einer Seite entlang geht. Schiebt man den Keil weiter, so daß auf beiden Seiten des Keiles ungefähr gleiche Luftmengen hinaufströmen, so erhält man den dem Abstand entsprechenden Ton, der bei noch weiterem Verschieben wieder in die nächst tiefere Oktave umschlägt.

Die Rauchversuche sind auch auf diese besonderen Fälle ausgedehnt worden. Figg. 6 u. 7 lassen die Stellung des Keiles gegenüber dem Spalt deutlich erkennen und zeigen die Lamelle in den beiden Grenzstellungen ihrer Schwingung. Die



Fig. 6.



Fig. 7.

Luft steigt also in der größten Ausbiegung nach rechts vollkommen an einer Seite in die Höhe, während Fig. 7 erkennen läßt, wie in der anderen Grenzstellung die Lamelle nur zum größten Teil, jedoch nicht ganz einseitig an dem Keil vorbeiströmt. Die vollkommene Schwingung kann hier scheinbar nicht zu stande kommen, weil die tonerzeugende Kraft nicht groß genug ist, die Lamelle soweit zur Seite zu biegen, daß sie an der abgekehrten Keilwand vollkommen in die Höhe steigen kann.

Ferner variiert die Tonhöhe mit der Spaltbreite. Ein Bild der Abhängigkeit gibt Tab. IV. Abstand und Luftdruck blieben in der ganzen Versuchsreihe konstant. Die Zahlenwerte zeigen eine Abnahme der Tonhöhe mit der Zunahme der Spaltbreite. Je dünner also das Luftblatt ist, um so

höher ist der Ton. Übrigens nicht nur die Tonhöhe (bei gleichem Abstand und Luftdruck), sondern auch der Abstand der beiden Punkte variiert, wie aus Tab. II hervorgeht, mit der Spaltbreite. Und zwar ist bei größerer Spaltbreite auch der Abstand der beiden Punkte größer. Interessant ist hier besonders, daß bei doppelter Spaltbreite der zweite Punkt genau doppelt so weit vom Spalt entfernt ist, wie bei der halben Spaltbreite.

Tabelle IV.

Spaltbreite	Tonhöhe	
1,5 mm	1857	Keilabstand: 7 mm.
1,0 „	2598	Luftdruck:
0,5 „	2763	9,57 (cm Wasser).

Weiter war es von Bedeutung, festzustellen, inwieweit Veränderungen durch verschiedene Keilformen etc. verursacht werden.

Zuerst war die Frage nach dem Einfluß des Keilwinkels auf die Tonhöhe zu beantworten. Die Winkel der zu diesem Versuch angewandten Keile waren 15° , 47° , 133° . Wenn überhaupt die Größe des Winkels von Einfluß war, so mußten die Unterschiede genügen, um ihn festzustellen. Es konnte jedoch, unter sonst gleichen Bedingungen, immer nur dieselbe Tonhöhe erhalten werden.

Ein Versuch mit Keilen verschiedener Rauheit, so mit verschieden rauhen Feilen, glattpolierten Messern, mit Holzkeilen überzeugte von der vollkommenen Unabhängigkeit der Tonhöhe vom Material des Keiles und von dem verschieden großen Widerstand, den die Keilwände dem Luftstrom entgegensetzen.

Nicht ganz ohne Einfluß ist dagegen die Schärfe des Keiles. Einige Beobachtungen in dieser Hinsicht enthält Tab. V. Spaltbreite, Luftdruck und Abstand des Keiles blieben konstant. Es wurden abgestumpfte Keile verwandt, deren Abstumpfungsflächen verschieden breit waren. Die bis 2,5—3,0 mm abgestumpften Keile verhielten sich genau so, wie die spitzen.

Tabelle V.

Abstumpffläche	Tonhöhe	
0 mm	941	
0,5 „	941	Spaltbreite: 1 mm.
1,0 „	941	Luftdruck:
2,5 „	{ 471	4,9 (em Wasser).
	{ 941	Keilabstand: 7,2 mm.
4,5 „	{ 471	
	{ 941	

War aber die Fläche breiter, so erhielt man bei gleichbleibendem Abstand je nach Stellung des Keiles zur Lamelle verschieden hohe Töne; jedoch in anderer Weise wie bei den scharfen Schneiden. Derselbe Ton, den man bei Anwendung der spitzen Keile in der Mittelstellung erhielt, entstand hier, wenn die Lamelle den Keil so traf, daß sie in der Gleichgewichtslage vollständig an einer Seitenwand in die Höhe stieg. Bei weiterem Verschieben, wenn die Lamelle die erste Lage, jetzt aber auf der anderen Seite, eingenommen hatte, sprang der Ton wieder in die höhere Oktave über. War die Fläche breiter wie 3,7—4 mm, so blieb in der Mittelstellung die Lamelle überhaupt in Ruhe; beim Verschieben nach den Kanten hin entstanden dagegen, wie vorher, nacheinander die beiden Oktaven, also zuerst (von der Mittelstellung aus) die tiefere, dann die höhere. In den Fällen, wo man den höheren Ton bekommt, kann offenbar die Lamelle auf der freien Seite vollkommen ausschlagen, während nur ein kleiner Teil der Luft bei jeder Schwingung an der horizontalen Fläche entlang geworfen wird. Entsteht aber die tiefere Oktave, so geht der größte Teil der Lamelle der horizontalen Fläche entlang, während, wie auch die Rauchversuche zeigten, nur sehr wenig an der Seitenwand in die Höhe steigt. Dennoch ist letzteres zur Tonentstehung unbedingt notwendig, denn da, wo während einer Schwingung die Lamelle in einer Grenzstellung überhaupt nicht über die Kante des Keiles hinausgeht, entsteht kein Ton. Das ist der Fall, wenn die Fläche über 3,7 mm breit ist.

Bei einigen Vorversuchen schien die Beschaffenheit des Spaltes, Material oder innerer Bau desselben, die Tonbildung wesentlich zu beeinflussen. Auch ist in der Arbeit von Hrn.

Hensen¹⁾ die Vermutung ausgedrückt, daß man vielleicht in den Geschwindigkeitsunterschieden innerhalb der Lamelle (infolge der Reibung an den Spaltwänden) die Entstehungsursache des Tones zu suchen habe. Es wurden nun genauere Versuche mit zwei Spalten, deren Innenwände der Lamelle verschieden großen Widerstand entgegensetzten, angestellt. Bei gleichem Luftdruck, gleichem Keilabstand und gleicher Spaltbreite entstand aber trotz der sehr stark verschiedenen Reibung der gleiche Ton. Auch wurde mit Innenwänden verschiedener Stellung zueinander gearbeitet. Bei dem einen Mundstück waren die Spaltwände parallel, bei anderen konvergierten sie in verschiedenen Winkeln gegen den Spalt hin. In keinem Fall konnten jedoch, wenn die übrigen Bedingungen konstant blieben, Veränderungen der Tonhöhe beobachtet werden. Die Klarheit des Tones nahm freilich ab, je größer die Konvergenzwinkel, je weniger blattförmig also die Lamelle wurde. Bei sehr großen Konvergenzwinkeln entstand überhaupt nur noch ein Geräusch.

3. Demnach scheint festzustehen, daß weder die Erklärung von Strouhal noch die von Hensen für die Erscheinung der Lamellentöne ausreicht. Weder sind sie unmittelbar Reibungstöne, noch kann eine momentan an der Schneide entstehende Transversallamelle, die also die Ortholamelle von der Schneide fortbläst, das hier nachgewiesene Pendeln der *O*-Lamelle um eben diese Schneide zur Folge haben. Übrigens weist auch schon Hr. Hensen auf die Schwierigkeit hin, die der Bildung einer Transversallamelle an messerscharfer Schneide entgegensteht.

Der Vorgang selbst ist nach den vorstehenden Versuchen vielleicht so zu denken: Der die Schneide treffende Luftstrom teilt sich daselbst, und die den Keilwänden entlang strömenden Teile erhalten durch die Reibung kleine Verzögerungen, Kompressionen, die, rückwirkend, auf den unteren Teil der Lamelle drücken. Eine Mittelstellung mit gleich großen Kompressionen auf beiden Seiten erscheint theoretisch möglich, wird aber bei auch nur im geringsten bewegter Luft niemals eintreten, vielmehr wird die eine der anderen überlegen sein. Diesem Überlegensein entspricht die Ausbiegung unterhalb der Schneide.

1) V. Hensen, l. c. p. 729.

Tritt nun infolgedessen die Lamelle ganz auf die andere Seite, so entsteht hier ein neuer Wulst, der nun seinerseits die Lamelle in die Gegenlage zurücktreibt. So entsteht also ein dauerndes Spiel um die Schneide und mit ihm auf jeder Seite eine gegen die andere versetzt auftretende Serie von Wulsten, wie sie Figg. 4 und 5 und bei Hensen Fig. 8 erkennen lassen.

Übrigens genügt der Widerstand der zusammengedrückten, ruhenden Luft, um das Pendeln aufrecht zu erhalten. Unter dieser Annahme kann man, ist einmal durch die Reibung der Prozeß eingeleitet, auf die Mitwirkung der Reibung an den Keilwänden verzichten. So fiel also dem Keil nur die Rolle zu, der Lamelle die Gleichgewichtslage zu verwehren.

Vorstehende Erklärung ließe vielleicht eine Abhängigkeit der Schwingungsdauer z. B. von der Größe des Keilwinkels erwarten. Eine solche war jedenfalls nicht aufzuweisen. Dies steht vielleicht mit der Erscheinung des Sprunges in die Oktave in Zusammenhang, für welche sich keine ausreichende Erklärung bot. Beide Erscheinungen zeigen eine gewisse Analogie mit dem Verhalten von Körpern, die, unabhängig von der Stärke der Erregung, immer ihren Eigenton oder dessen Obertöne geben.¹⁾

1) Die Versuche werden von anderer Seite fortgesetzt.

(Eingegangen 13. April 1903.)

**10. VII. Die Bedeutung der Oberflächenspannung für die Photographie mit Bromsilbergelatine und eine neue Wirkung des Lichtes;
von G. Quincke.¹⁾**

§ 120. Die Oberflächenspannung an der Grenze von wasserarmem und wasserreichem Silberbromidleim. Ähnlich wie Gerbsäure löst sich Silberbromid in wässrigen Lösungen von Gelatine oder β -Leim und gibt damit eine ölartige wasserarme Leimlösung *A*, die an der Grenze mit wasserreicher Leimlösung *B* oder mit Wasser eine Oberflächenspannung hat, wie oben (§§ 111 und 112) gezeigt wurde.

Man kann auch statt dessen sagen, Silberbromid ist in der ölartigen wasserarmen Leimlösung *A* stärker löslich, als in der wasserreichen Leimlösung *B*.

Bei der immer noch unerklärten Wirkung des Lichtes auf Bromsilber-Gelatineplatten, die in der Photographie häufige Verwendung finden, hat diese ölartige AgBr-haltige Leimlösung ein besonderes Interesse.

Schon Hardwich²⁾ fand 1860, daß Gelatine die Fällung von AgCl oder AgBr verhindert. Frische durchsichtige Bromsilbergelatine sei gar nicht oder wenig lichtempfindlich. Einige Zeit erhitzt, werde sie lichtempfindlicher und undurchsichtiger bei dem Prozeß des Reifens.

Die Löslichkeit des AgBr in 1 Proz. KBr-Lösung wird durch Zusatz von 1 Proz. Gelatine um das 4,5 fache gesteigert. Nach Hecht³⁾ lösen bei 30–40°

99 g Wasser + 1 g KBr	0,011 g AgBr
98 g Wasser + 1 g KBr + 1 g Gelatine	0,059 g AgBr
Durch 1 g Gelatine löst sich mehr	0,048 g AgBr

1) G. Quincke, Fortsetzung von Ann. d. Phys. 7. p. 57–96, 631–682, 701–744. 1902; 9. p. 1–43, 793–836, 969–1045. 1902; 10. p. 478–521, 673–708. 1903; 11. p. 54–95, 449–488. 1903.

2) Hardwich, Eders Handb. d. Photographie 3. p. 32. 1890.

3) Hecht, Bull. de l'assoc. Belge de Photogr. 8. p. 19. 1881; Eders Handb. d. Photogr. 3. p. 32. 1890.

Man kann im Dunkelzimmer frisch gefälltes AgBr in Lösung von β -Leim einrühren und auflösen, oder man kann zu einer wässrigen Lösung von β -Leim und KBr die äquivalente Menge von AgNO_3 zusetzen und das AgBr in der Leimlösung selbst entstehen lassen. Das letzte Verfahren bietet den Vorteil, daß man die Menge des gebildeten und gelösten AgBr genau angeben kann.

Bei den folgenden Versuchen waren gewöhnlich in 100 g Lösung enthalten 20 g trockener β -Leim und $20 \times 0,005 = 0,1$ g AgBr, also $\frac{1}{10}$ der Menge AgBr, die sich nach Hecht in gewöhnlicher Gelatine lösen soll. Die Lösung wurde in einem Probirröhrchen im Dunkeln auf 100° erwärmt und langsam erkaltet.

Man erhält dann eine sehr schwach getrühte Gallerte. Der Zusatz von AgBr hat den flüssigen β -Leim zum Gelatinieren gebracht oder (nach § 96) neue Schaumwände gebildet.

Hält man das Probirröhrchen mit ausgestrecktem Arme zwischen eine Glühlampe mit rotem Zylinder und das Auge, so sieht man eine von einer Aureole umgebene Lichtlinie. Die Aureole hat in verschiedener Höhe ein wenig verschiedene Breite, entsprechend der verschiedenen Größe der in der Gallerte schwebenden Teilchen anderer Lichtbrechung.

Gießt man eine Wasserschicht auf die Gallerte und beobachtet den Regenbogen, der durch Reflexion der roten Strahlen der Glühlampe an den Flüssigkeiten des Probirröhrchens entsteht, so ist der Regenbogen im Wasser gegen den Regenbogen in der Leimgallerte verschoben, der Brechungsexponent der letzteren größer als der des Wassers. Außerdem scheint aber auch der Regenbogen im oberen und unteren Teile der Gallerte verschieden zu liegen, die Gallerte unten einen größeren Brechungsexponenten als oben zu haben.

Bringt man die geschmolzene AgBr-haltige Gallerte auf einen Objektträger unter ein Deckglas mit untergelegten Deckglasstreifen, erwärmt sie im Wasserbade auf 100° und untersucht sie dann im Dunkelzimmer bei starker Vergrößerung und roter Beleuchtung, so erkennt man einzelne Kugeln und viele kleine Körnchen.

Mit Tageslicht oder Auerbrenner beleuchtet und also auch belichtet, zeigen sich sehr feine dunkle Körnchen und sehr

viele kleine durchsichtige Kugeln von 0,0003 mm Durchmesser (0,6 λ) höchst regelmäßig auf Kugelflächen und Schaumwänden verteilt. Zuweilen sind viele Kugeln aneinander gebacken.

Im Tageslicht schwärzt sich die ganze Masse des Leimes. die dunklen Körnchen sind dabei auf den Schaumflächen geblieben: Nach der Belichtung sind viel mehr Kugeln und Kugelflächen sichtbar als vorher.

Nach 6 Stunden sind die Kreise und Schaumwände weit schlechter zu erkennen, als vorher. Die AgBr-Gallerte läßt dann noch Licht von der Wellenlänge 540—590 $\mu\mu$, bei starker Verdünnung von 512—617 $\mu\mu$ hindurch. Das übrige wird absorbiert.

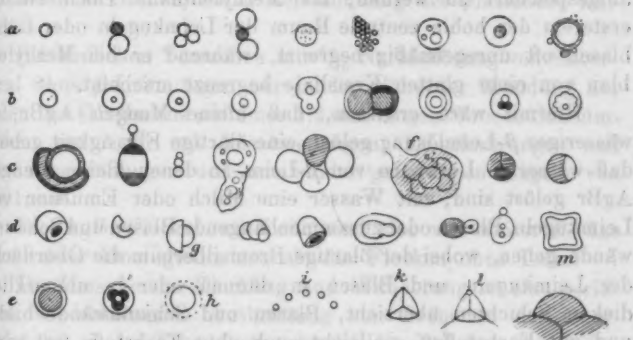
Gießt man die warme Lösung von AgBr-Leim in ein Probierröhrchen mit Wasser, so entsteht eine Flüssigkeit, die bei dem Lichte einer roten Glühlampe einen Nebelschleier oder eine Trübung zeigt. Untersucht man diese trübe Flüssigkeit unter einem Deckglas mit einem Mikroskop bei starker Vergrößerung und derselben roten Beleuchtung, so erkennt man einzelne kleine Leimkugeln mit Brownscher Molekularbewegung. Die letztere verschwindet nach einiger Zeit.

Häufig sind auch die Leimkugeln zu Gruppen von 2—20 und mehr aneinander gebacken.

In der trüben Flüssigkeit bildet sich nach 12 Stunden ein Niederschlag, den man mit einem hohlen Glasfaden aufsaugen und in diesem oder unter einem Deckglas mit untergelegten Deckglasstreifen bei Beleuchtung mit Tageslicht oder einem Auerbrenner mit starker Vergrößerung untersuchen kann. Er besteht aus Leimkugeln von 0,005—0,0008 mm oder noch kleiner, einzeln verstreut oder zu Haufen von 2—3 und mehr vereinigt. Einzelne Kugeln zeigen am Rande doppelte Konturen; viele erscheinen von einem hellen Scheine umgeben, wenn das Mikroskop scharf auf den Kugelrand eingestellt wird, als ob hier die Umgebung eine andere Lichtbrechung hätte. Fig. 171 stellt eine Reihe der von mir beobachteten Formen dar.

Nach der Belichtung liefen plötzlich zwei Luftblasen unter Wasser fort und vereinigten sich zu einer Blase, als ob sich Bromwasser an der Grenze von Wasser und Luft ausgebreitet und damit Wirbel erzeugt hätte.

Die Leimkugeln speichern im Dunkeln oder im Tageslicht aus Wasser mit Methylenblau, Bismarckbraun oder Rosanilin den Farbstoff auf. An verschiedenen Stellen verschieden stark. Gewöhnlich sind die Leimkugeln klar, mit einer farbigen Hülle, deren Dicke zwischen 0,1 des Radius und 0 schwankt. In der Mitte ist oft ein dunkler oder heller Punkt zu erkennen, der im Laufe von 1—2 Tagen sich zu einer kugelförmigen Blase entwickelt (Fig. 171 *b*, die ersten vier Kugeln), während gleichzeitig der Durchmesser der Leimkugel um 50 Proz. oder mehr zunimmt. Oft treten mehrere Blasen gleichzeitig auf, oder zahlreiche dunkel gefärbte Schaumwände in einer schwach oder gar nicht gefärbten Grundmasse, die sich unter Winkeln



Bromsilberleim.

Fig. 171.

von 120° schneiden. Die blaugefärbten Teile sind in der Fig. 171 schraffiert oder dunkel gezeichnet. Fig. 171 *f* war mit Rosanilin gefärbt und enthielt viele Schaumzellen im Innern.

Da zahlreiche Leimkugeln anfänglich kein Methylenblau oder Rosanilin aufnehmen, so müssen sie eine schützende Hülle haben, deren Dicke unmerklich sein kann und die doch den Farbstoff zurückhält. Da die Oberfläche der Leimkugeln glatt ist und beim Größerwerden glatt bleibt, so muß man annehmen, daß diese Hülle, wie die oben erwähnten Schaumwände, bei ihrer Bildung und noch längere Zeit nachher aus öltiger Flüssigkeit, öltigem Bromsilberleim, bestand.

Die halbkugelförmigen Formen (Fig. 171, d) beweisen, daß jedenfalls ein Teil der öltartigen Lamellen später fest geworden ist, da die Bruchstücke von Schaumwänden sonst in dieser Form nicht längere Zeit bestehen könnten.

Oft erscheinen nach längerer Zeit alle Leimkugeln gefärbt, wenn die schützende Hülle Löcher bekommen hat oder ganz zerstört ist.

Zuweilen nimmt auch nach einigen Tagen die Kugel die Form eines unregelmäßigen Vierecks oder einer Ellipse an (Fig. 171, m).

Im allgemeinen sieht man mit den verschiedenen Farbstoffen ähnliche Erscheinungen. Bismarckbraun scheint schneller aufgespeichert zu werden, als Methylenblau. Doch ist bei ersterem der hohle zentrale Raum der Leimkugeln oder Leimblasen oft unregelmäßig begrenzt, während er bei Methylenblau von einer glatten Kreislinie begrenzt erscheint.

Hiermit wäre erwiesen, daß kleine Mengen AgBr , in wässriger β -Leimlösung gelöst, eine öltartige Flüssigkeit geben; daß wässrige Lösungen von β -Leim, in denen kleine Mengen AgBr gelöst sind, mit Wasser eine Milch oder Emulsion von Leimkugeln, Blasen oder zusammenhängende Blasen und Schaumwände geben, wobei der öltartige Bromsilberleim die Oberfläche der Leimkugeln und Blasen in dünnen oder in unmerklich dicken Schichten überzieht, Blasen und Schaumwände bildet und mit Farbstoffen, vielleicht auch ohne Farbstoffe fest wird.

Diese Resultate sind in Übereinstimmung mit den oben § 111) beschriebenen Erscheinungen bei der Bildung von AgCl , AgBr , AgJ in β -Leimlösung.

§ 121. *Flocken von AgBr und AgBr-Leim wandern nach Bromwasser, Ammoniak, Alkohol hin.* Zwei Glasröhrchen von $8 \times 0,9$ mm wurden mit einer $\frac{1}{10}$ Normallösung von Silbernitrat gefüllt, welche 25 Proz. β -Leim enthielt, nebeneinander auf einen Objektträger unter ein Deckglas von 36×18 mm gelegt und zwischen beide die Mündung eines hohlen Glasfadens von $50 \times 0,9$ mm bis 0,6 mm geschoben, der mit Bromwasser gefüllt und am anderen Ende zugeschmolzen war (vgl. Fig. 4, § 7). Unter das Deckglas wurde $\frac{1}{10}$ Normallösung von Bromkalium gebracht und der ganze Objektträger sofort mit einer Blechkappe gegen Licht und Verdunstung geschützt.

Nach sechs Stunden hatte sich im Dunkeln bei verschiedenen Versuchen eine Flockenschicht von 3—5 mm Länge am Boden des Glasfadens festgesetzt in 10—18 mm Entfernung von der Mündung des Glasfadens. Die Flockenschicht bestand aus Tropfen und flüssigen Schaumzellen von 0,025—0,05 mm Durchmesser mit 0,004 mm dicken Wänden, die sich später in Kugeln oder Kugelhaufen von 0,0005 bis 0,005 mm Durchmesser verwandelten und noch die Lage der Schaumwände erkennen ließen, aus denen sie entstanden waren. Die größten Flocken und Kugeln lagen in der Mitte, die kleinsten an den Enden der Flockenschicht. Zuweilen waren auch größere Flocken in dem Bromwasser aufwärts gewandert und hatten sich an verschiedenen Stellen, näher der Mündung des Glasfadens festgesetzt.

Bei ähnlichen Versuchen mit $\frac{1}{10}$ Normallösung von Silbernitrat ohne β -Leim lagen nur in der Nähe der Mündung am Boden des Glasfadens auf einer 1,2 mm langen Strecke Schaumflocken von AgBr mit Anschwellungen, Einschnürungen und Schraubenwindungen und aneinander gebackenen Kugeln von 0,001 mm.

Die AgBr-Flocken mit Leim sind also viel weiter in das Bromwasser hineingewandert, als die Flocken ohne Leim.

Die Ursache der Flockung und Wanderung ist eine periodisch wiederkehrende Ausbreitung von Brom an der Oberfläche der in der Flüssigkeit schwebenden Teilchen von AgBr-Leim oder AgBr, ähnlich der Klärung und Flockung anderer trüber Lösungen (§§ 4—15) oder ähnlich wie Blasen oder Flocken mit einer Ölsäurehaut durch periodische Ausbreitung von Seifenlösung nach alkalischer Flüssigkeit hingezogen werden oder nach dieser hinwandern.¹⁾

Diese Versuche entsprechen den oben (§ 7, Fig. 4) beschriebenen Versuchen, wo mit derselben Anordnung Mastixtrübung unter dem Einfluß von Kupfersulfatlösung Flocken bildete, welche in die Kupfersulfatlösung hineinwanderten.

Zwei Glasröhrchen von $8 \times 0,7$ mm mit $\frac{1}{10}$ Normallösung von Silbernitrat, die 48 Proz. β -Leim enthielt, und ein einseitig zugeschmolzener langer Glasfaden von $50 \times 0,7$ mm mit 7,8 Proz.

1) G. Quincke, Wied. Ann. 35. p. 613. 1899.

Ammoniak wurden auf einen Objektträger unter ein 36 mm langes Deckglas gelegt, $\frac{1}{10}$ Normallösung von Bromkalium unter das Deckglas gebracht und der Objektträger unter einer Blechkappe vor Licht und Verdunstung geschützt. Es entstanden Teilchen von AgBr-Leim, die allmählich in dem Glasfaden aufwärts wanderten und braune Kristallnadeln und kleine Körnchen mit Brownscher Molekularbewegung bildeten. Nach 3 Stunden lagen die Kristalle auf einer Strecke von 2 mm in der Nähe der Mündung; daneben, 3 mm weiter aufwärts, eine Körnchenschicht. Nach 24 Stunden lag im unteren Teile des Glasfadens bis 25 mm von seiner Mündung eine große Menge brauner sehr schwach doppeltbrechender Kristallnadeln von $0,025 \times 0,005$ mm, zum Teil mit gut ausgebildeten Endflächen und optischer Achse normal zur Längsrichtung. Wegen der Kleinheit der Kristalle war das Kristallsystem nicht zu bestimmen. Die Kristalle waren zum Teil röhrenförmig mit doppeltbrechenden Massen in den Wänden, die aus runden Blasen oder Schaumkammern sich abgeschieden hatten. Dazwischen waren viele runde Körnchen von $0,0005$ — $0,0002$ mm verteilt, welche Tage lang lebhaft Brownsche Molekularbewegung zeigten. Am weitesten von der Mündung des Glasfadens entfernt lagen viele zusammengebackene runde Blasen von $0,015$ mm, zum Teil in rechtwinkeligen Reihen angeordnet, und an einzelnen Stellen auch würfelförmige Kristalle von $0,005$ mm oder kleiner neben den braunen Kristallnadeln. Die Flocken AgBr-Leim waren also in dem Glasfaden bis 25 mm von der Mündung hinauf gewandert und teilweise aufgequollen zu aneinander hängenden runden Blasen, teilweise in braune Kristalle übergegangen.

Bei ähnlichen Versuchen mit $\frac{1}{10}$ Normallösungen von AgNO₃ und KBr ohne Leim waren dunkle Körnchen und AgBr-Flocken nur 3,2 mm weit in den Glasfaden mit Ammoniak hineingewandert und hatten sich am oberen und unteren Teil der Wandung festgesetzt. Dazwischen lagen einzelne sechsseitige einfachbrechende Tafeln mit Schaummassen im Innern.

Wurde bei diesen Versuchen mit AgNO₃ und 48 proz. β -Leim der Glasfaden mit Alkohol statt mit Ammoniak gefüllt, so wanderten die Flocken von AgBr-Leim 3—10 mm weit in

den Alkohol ein und setzten sich als eine 7 mm lange Masse von 0,02—0,07 mm dicken Flocken an der Glaswand fest. In 20 mm Entfernung von der Mündung waren größere kreisrunde Blasen von 0,1 mm Durchmesser in einer gallertartigen Masse sichtbar, neben einer Luftblase, die sich im Alkohol ausgeschieden hatte.

Diese Versuche beweisen, daß Ammoniak und Alkohol, wie Bromwasser, sich an der Oberfläche von dem öltartigen AgBr-Leim ausbreiten, durch Ausbreitungswirbel die kleinen schwebenden Teilchen von AgBr-Leim zusammenführen, zu Schaumflocken vereinigen und die Schaumflocken nach dem Ausbreitungszentrum hin verschieben, d. h. in den Glasfaden mit Ammoniak oder Alkohol hineinziehen. Bei einer bestimmten Konzentration dieser Flüssigkeiten werden die Ausbreitungswirbel einzelne Schaumwände zerstören können und größere Schaumkammern gebildet werden.

§ 122. *Abscheidung von Linsen und sichtbaren Schaumwänden in Bromsilberemulsion durch Belichtung.* Ähnliche Erscheinungen wie Bromsilber mit β -Leim (§ 120) zeigte unter dem Mikroskop bei starker Vergrößerung Bromsilberemulsion von Dr. Schleussner in Frankfurt a. M., die im Dunkeln bei 40° unter ein Deckglas mit untergelegten Deckglasstreifen gebracht und unter diesem erkaltet war.

Bei Beleuchtung durch eine elektrische Glühlampe mit rotem Zylinder zeigte gereifte Bromsilbergelatine viele Pünktchen oder sehr kleine Kügelchen von größerer Lichtbrechung als die Umgebung, welche auf Kreisbogen von 0,03 mm Durchmesser verteilt waren. Durch $3\frac{1}{2}$ stündige rote Belichtung wurden neue Kügelchen auf Kreisbogen oder Schaumkanten von 0,09 mm Durchmesser sichtbar. Bei Belichtung mit derselben elektrischen Glühlampe ohne roten Zylinder traten diese neuen Kügelchen in sehr kurzer Zeit auf.

Durch Belichtung wurden also aus der scheinbar homogenen Flüssigkeit Wände von Blasen und Schaumkammern abgeschieden, die aus öltartiger Flüssigkeit bestehen. Um so schneller, je intensiver die Beleuchtung ist.

Die Schaumwände und die Kügelchen halte ich für öltartige wasserarme Leimlösung mit AgBr, für AgBr-reichen Bromsilberleim. Durch Belichtung entsteht eine Flockung der

trüben Lösung oder Emulsion von Bromsilberleim, die nach analogen Vorgängen bei der Klärung und Flockung trüber Lösungen (§§ 4—15) durch periodische Ausbreitung einer Flüssigkeit *C* an der Oberfläche der schwebenden AgBr-Leimteilchen herbeigeführt sein muß. Die Flüssigkeit *C* halte ich für freies Brom, das durch Licht aus AgBr abgeschieden wurde. Diese Ansicht wird durch die in § 121 beschriebenen Versuche bestätigt.

§ 123. *Eine neue Wirkung des Lichtes. Bildung von Falten und unsichtbaren Schaumwänden in Lamellen aus Bromsilberemulsion auf Quecksilber durch Belichtung.* Bei dem Licht einer elektrischen Glühlampe mit rotem Zylinder wurden 1—5 Tropfen frisch geschmolzener Bromsilberemulsion von Matter in Mannheim auf frische oder 20 Min. alte Quecksilberflächen gelegt und mit einer hohen weiten Blechkappe bedeckt. Nach 12 Stunden wurde die Blechkappe abgenommen und dadurch die halberstartete graue Lamelle von Bromsilbergelatine von 40—14 mm Durchmesser dem Sonnenlicht ausgesetzt. Die Lamelle zeigte beim Abheben der Blechkappe wenige flache Randfalten. Durch Belichtung wurden in 1 Min. viele neue und tiefere Randfalten gebildet, deren Anzahl und Tiefe sich dann noch langsam 4—5 Min. lang weiter vermehrte. Die graue Farbe der Lamelle wurde dabei braun. Beim Behauchen der Lamelle nahm zuerst die Faltenhöhe zu. Dann verschwanden die Falten. Am Rande entstand eine klare Flüssigkeit ohne Randfalten, die beim Eintrocknen wieder neue andere Randfalten bildete. Newtonsche Farbenstreifen rückten dabei vom Rande nach dem Innern der Lamelle. Die Lamelle wurde durch Eintrocknen dünner. Durch Belichtung bilden sich also neue Schaumwände in der halberstarteten Bromsilbergelatine, die die obere und untere Lamellenfläche gegeneinander ziehen und die Lamelle länger und dünner machen.

Bei anderen Versuchen wurde die Bromsilberemulsion mit neun Volumenteilen 5proz. Gelatinelösung bei 100° im Dunkeln durch Umschütteln gemischt. Einzelne Tropfen dieser verdünnten Bromsilberemulsion geben auf einer reinen Quecksilberfläche unter einer Blechkappe halberstartete Lamellen von 40—11 mm Durchmesser. Beim Abheben der Blechkappe bildeten die Lamellen im Tageslicht in 5—20 Sek. zahlreiche

radiale Randfalten, die von außen nach innen liefen. Die Lamelle zeigte am äußeren Rande drei Newtonsche Farbstreifen, welche an derselben Stelle blieben, während die Randfalten auftraten oder zeitweise verschwanden.

Bei manchen Bromsilbergelatinelamellen traten zuweilen beim Behauchen am Rande und nahe der Mitte neue Falten oder neue Schaumwände im Innern der Lamelle auf. Wurde die Lamelle behaucht, bis alle Falten verschwunden waren, so erschienen beim Eintrocknen die neuen Falten erst in der Mitte und dann am Rande. Aus diesen Versuchen folgt, daß die Falten und unsichtbaren Schaumwände im Innern der Lamelle besonders reichlich und kräftig auftreten bei einem bestimmten Wassergehalt oder einer bestimmten Konzentration der Bromsilbergelatine, indem die durch das Licht abgeschiedenen Schaumwände von ölarziger Flüssigkeit bei größerer oder geringerer Konzentration wieder von der umgebenden Flüssigkeit gelöst werden.

Die Faltenbildung bestätigt die Resultate der Beobachtungen unter dem Mikroskop mit Schleussnerscher Bromsilbergelatine (§ 122) und mit AgBr und β -Leim (§ 120). Es darf aber nicht unerwähnt bleiben, daß die Bromsilberemulsionen des Handels gewöhnlich Chromatleim enthalten, aus dem bei Belichtung ebenfalls sichtbare und unsichtbare Schaumwände abgeschieden werden, wie ich später ausführlich nachweisen werde.

Chromatfreie Bromsilbergelatine bildet bei Belichtung ebenfalls Falten und Schaumwände im Innern. Tropfen von ausgewaschener Bromsilbergelatine (6 g Ammoniumbromid + 10 g Silbernitrat + 10 g Gelatine + 100 g Wasser) trockneten auf reinen Quecksilberflächen unter einer Blechkappe in 3 Stunden zu einer Lamelle von 5 cm Durchmesser ein. Bei Belichtung mit Sonnenlicht bildeten sich in 20 Sek. radiale Falten. Die Dicke der Lamelle blieb dabei scheinbar ungeändert, da sich die Newtonschen Farben des Lamellenrandes während der Faltenbildung nicht verschoben.

§ 124. *Bromsilbergelatineplatten.* In hochempfindlichen Bromsilbergelatineplatten, welche belichtet, aber nicht fixiert waren, habe ich mit starker Vergrößerung zahlreiche kreisförmige und elliptische Kurven wahrnehmen können, die

dunkle Kugeln enthielten oder sich hell zwischen dunklen Massen abhoben. Die kleineren Kugeln hatten 0,0003 bis 0,0026 mm (0,6—5 λ) Durchmesser und lagen auf Kreisbogen von 0,003—0,009 mm (6—18 λ) Durchmesser. Vereinzelt habe ich auch Doppelkugeln oder Tetraeder, mit größerer Lichtbrechung als die benachbarten Leimmassen und mit kleinen Blasen in den Ecken gesehen, von der gleichen Form, wie die Seifenwasserfiguren in einem Plateauschen Drahttetraeder (Fig. 173, *k, l*).

Diese Formen beweisen, daß in der Bromsilbergelatineplatte flüssige Leimmassen von größerer Lichtbrechung mit einer dünnen Haut ölartigen AgBr-Leims bekleidet waren. In der Leimmasse sind zahlreiche Kugeln, Blasen und Schaumwände aus ölartigem AgBr-Leim verteilt. Dieser AgBr-Leim ändert sich bei der Belichtung und wird dunkel.

Später habe ich auf Photographien, die Dr. Carl Kaiserling¹⁾ in seinen mikroskopischen Studien über das Plattenkorn in 950 facher Vergrößerung veröffentlicht hat, ebenfalls Kugeln vom Durchmesser $2r$ wahrnehmen können, die auf Kreisen oder Schaumkugelflächen vom Durchmesser $2R$ verteilt sind. In allen Stadien der Belichtung, Entwicklung und Verstärkung zeigen die Platten

	$2r$	$2R$
von Bromsilbergelatine (Eosinsilberplatten)	1—3 λ	12—20 λ
Bromsilber Collodiumplatten	1	20—26
Collodium-Bromsilberemulsionsplatte	1,6	8—16
Diapositivplatte (Chlorsilbergelatine)	1,6	4—8
während ich mit meinen Messungen fand für		
Bromsilbergelatine	0,6—5	6—18 λ

wobei $\lambda = 0,0005$ mm angenommen wurde.

In den kleinen Kugeloberflächen erscheinen dabei bei allen Stadien der Behandlung durchsichtige Pünktchen eingesprengt, die ich für Linsen von reinem oder AgBr-armem Leim halten möchte, welche in den Schaumkanten festgehalten und durch das Licht gar nicht oder wenig verändert werden. Diese Ansicht wird durch die am Schluß von § 120 beschriebenen Versuche bestätigt.

1) C. Kaiserling, Photogr. Mitteil. 35. p. 7—11, p. 29—32. 1898.

Da die belichteten Stellen der photographischen Platten die Eigenschaft haben, bei der sogenannten physikalischen Verstärkung aus der Verstärkungsflüssigkeit metallisches Silber aufzuspeichern, so muß man annehmen, daß sich an der Oberfläche der ölartigen Schaumwände von AgBr-Leim bei dem Belichten metallisches Silber abscheidet, und durch Kontaktwirkung die Abscheidung und Anlagerung von metallischem Silber einleitet.

Dies metallische Silber ist nach meinen Versuchen in β -Leim unlöslich, wird in Flittern in der Oberfläche der Schaumwände festgehalten und bildet hier die Kondensationskerne der Verstärkungsflüssigkeit.

Dünne durchsichtige Silberschichten, welche sich aus einer doppelteilkförmigen Schicht von Martinscher Versilberungsflüssigkeit auf der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas abgesetzt hatten, wurden vor und nach längerer Berührung mit wässriger Lösung von β -Leim in der Nähe des Grenzwinkels der totalen Reflexion durch ein Nicolsches Prisma betrachtet. Sie zeigten vor und nach der Behandlung mit Leimlösung dasselbe Ansehen und dieselben optischen Eigenschaften. Man hat also anzunehmen, daß metallisches Silber in Leimgallerte unlöslich ist.

Die oben beschriebenen kleinen Kugeln von Bromsilberleim werden in der praktischen Photographie als Körner bezeichnet und gewöhnlich für reines Silberbromid gehalten. Abegg¹⁾ fand 160000 bis 602000 Körner auf 1 mm².

Die Bromsilbergelatine wird vor oder nach dem Gießen der Platten längere Zeit im Dunkeln erwärmt und durch diesen sogenannten *Reifungsprozeß* bedeutend lichtempfindlicher, wobei die Körnchengröße zunimmt, nach Eder²⁾ von 0,0008 auf 0,008 mm. Nach Lüpps-Cramer³⁾ verhält sich die Lichtempfindlichkeit einer Emulsion für das Lippmannsche Farbverfahren zu der einer modernen Momentplatte wie 1:20000. Die Lichtempfindlichkeit wird also durch den Reifungsprozeß bedeutend gesteigert, in Übereinstimmung mit der alten Angabe von Hardwich (vgl. § 20).

1) Abegg, Arch. f. wissensch. Photographie 1. p. 109. 1899.

2) Eder, Handbuch d. Photogr. 3. p. 56. 101. 1902.

3) Lüpps-Cramer, Eders Jahrb. p. 165. 1901.

Schaum und Bellach¹⁾ fanden beim Reifungsprozeß eine 7—8fache Vergrößerung des Silberbromidkornes, das bei empfindlichen Platten etwa 0,003 mm (6 λ) Durchmesser hatte, in Übereinstimmung mit den oben angeführten Messungen. An den photographischen Abbildungen der ungereiften und gereiften Platten dieser Forscher kann ich eine Anordnung der Körner auf Kugelflächen erkennen, deren Durchmesser bei den gereiften Platten etwas größer zu sein scheint, als bei den ungereiften. Die Reifung, normales und solarisiertes latentes Bild sollen nach Schaum und Bellach durch Oxydationsmittel zerstört werden. Platten, welche stundenlang dem Tageslicht ausgesetzt waren, können durch Behandlung mit Ammoniumpersulfat wieder zur Aufnahme gebrauchsfähig gemacht werden, unter Herabsetzung der Empfindlichkeit. In feuchter Atmosphäre stieg die Dicke der Gelatineschicht von 0,024 auf 0,033 mm unter Herabsetzen der Empfindlichkeit. Beim Austrocknen schien eine Kornverkleinerung des Bromsilbers stattzufinden (Abgabe des im amorphen Bromsilber gelösten Wassers). Die Zahl der Bromsilberkörner in der obersten Schicht des Negativs betrug im Mittel 270000 für 1 mm². Die Zahl der Silberkörner in der Flächeneinheit der Negativschicht war innerhalb weiter Grenzen unabhängig von der Belichtungszeit und Entwicklungsdauer. Eine sehr kornreiche Schicht mit großen Silberpartikeln lag zwischen zwei kornarmen Schichten, deren untere kleinere Körner enthielt.

Nach meinen in §§ 111, 112, 120 und im Vorstehenden beschriebenen Versuchen hat man die Körner als Silberbromid-leim und nicht als Silberbromid aufzufassen. Damit stimmt auch die mehrfach festgestellte Tatsache, daß frische Bromsilbergelatine wenig lichtempfindlich ist, daß die Lichtempfindlichkeit erst durch den Prozeß des Reifens herbeigeführt wird und auf das 20000fache gesteigert wird durch längeres Erhitzen der Bromsilbergelatine.

§ 125. *Der Einfluß des Reifens auf die Lichtempfindlichkeit der Bromsilbergelatine.* Vielfach bezeichnet man das Gemisch von AgBr und Gelatine vor und nach dem Reifungsprozeß mit dem Namen Emulsion. Ich habe nicht feststellen können,

1) K. Schaum u. V. Bellach, Physik. Zeitschr. 4. p. 4 u. 40. 1902.

woher dieser Name stammt. Ursprünglich nannte man eine wässrige Flüssigkeit, in welcher Fettkügelchen schwebten, wie bei der Milch, eine Emulsion. Später hat man auch wohl eine Trübung flüssiger oder mit flüssiger Haut bekleideter schwebender Teilchen eine Emulsion genannt (§ 80). In dieser erweiterten Bedeutung kann man geschmolzene Bromsilbergelatine auch als Emulsion von AgBr-Leim bezeichnen.

Schaum ist eine geflockte Emulsion. Flüssige oder steife Gallerte sind Schaummassen mit flüssigen oder festen Schaumwänden und sehr kleinen oder unsichtbaren Schaumkammern. Die auf Glasplatten erstarrten Bromsilbergelatineschichten sind steife Gallerte mit halb oder ganz erstarrten Schaumwänden von öltartiger AgBr-reicher und wasserarmer Leimlösung *A*, die sich in einer wasserreichen und AgBr-ärmeren Leimlösung *B* ausgeschieden hat. In den Schaumwänden und besonders in den Kanten der Schaumwände liegen Blasen, Kugeln und Schaumflocken aus der erwähnten Leimlösung *A*, die gewöhnlich als Körner bezeichnet werden. Der Prozeß des Reifens besteht in einem längeren Erwärmen einer Trübung von Bromsilberleim, wobei die kleinen schwebenden Teilchen zu größeren Schaumflocken, größeren Körnern, vereinigt werden. Nach dem analogen Verhalten anderer Trübungen geschieht die Flockenbildung (§§ 4—17) durch periodische Ausbreitung einer fremden Flüssigkeit *C* an der flüssigen Oberfläche der schwebenden Teilchen. Die „kleinen“ Körner aus AgBr-reicher Leimlösung sind also bei dem Reifungsprozeß mit einer fremden Flüssigkeitsschicht *C* bekleidet und zu größeren Kugeln, Blasen oder Schaumflocken mit kleinerer Oberfläche vereinigt worden oder zusammengefloßen.

Nach meinen oben (§§ 120, 121) beschriebenen Beobachtungen findet eine Flockung oder eine Bildung neuer öltartiger Kugeln durch Belichtung auch durch rote Belichtung statt und breitet sich Brom an der Oberfläche von öltartigem AgBr-Leim aus. Es wäre also denkbar, daß auch durch Temperaturerhöhung eine kleine Menge AgBr zersetzt und das freigewordene Brom die Flüssigkeit *C* wäre, durch deren Ausbreitung die Flockenbildung oder Verkleinerung der Oberfläche des AgBr-Leims *A* herbeigeführt wird.

Aber da wässrige Leimlösung in warmem Wasser und

in warmer wasserarmer Leimlösung löslich ist, so kann die Flüssigkeit *C* sehr wohl aus einer AgBr-haltigen Leimlösung mit größerem Wassergehalt als die öltartige Leimlösung *A* bestehen. Auch habe ich in § 111 mit der Röhrchenmethode nachgewiesen, daß AgBr-haltiger β -Leim in konzentrierter β -Leimlösung löslich ist, bei geringerem Leimgehalt aber kleine Körnchen abgeschieden werden von größerem spezifischen Gewicht als die Leimlösung, also daß AgBr abgeschieden wird.

Bei Leimtannatlösung habe ich ebenfalls eine ähnliche Ausbreitung von wasserhaltiger Leimlösung *C* an der gemeinsamen Grenzfläche von öltartiger Leimtannatlösung *A* und wasserreicher Leimtannatlösung *B* beschrieben (§§ 97 ff.). Diese Ausbreitung bewirkte auch Zerstörung von Schaumwänden oder Flockung oder Emulsionsbildung. Diese Erscheinungen der Ausbreitung und Flockung waren in voller Übereinstimmung mit den Messungen der Größe der Oberflächenspannung an der Grenze der verschiedenen Flüssigkeiten.

Wir haben also an der Oberfläche der Flocken und Schaumwände von öltartigem wasserarmen Bromsilberleim eine sehr dünne wasserreichere Leimhaut *C* mit geringerem AgBr-gehalt anzunehmen, deren Dicke und Zusammensetzung von der Temperatur und der Dauer des Reifungsprozesses abhängt.

Wenn ferner in Übereinstimmung mit den in § 120 aufgeführten Tatsachen die Löslichkeit des AgBr durch die Gegenwart von Leim befördert wird und kontinuierlich mit der Menge des Leimes wächst, so ist der AgBr-gehalt der Leimhaut *C* um so kleiner, je weniger leimhaltig und je dicker diese Leimhaut ist, sobald deren Dicke kleiner ist, als die doppelte Wirkungsweise der Molekularkräfte. Die dünne Leimhaut wird, indem sie dicker wird, dann eine übersättigte Lösung von AgBr und bei der Verkleinerung der Oberfläche und Verdickung der Leimhaut *C* muß AgBr in der Leimhaut ausgeschieden werden. Diese ausgeschiedenen AgBr-teilchen ohne Leim, von denen jedes einzelne viel kleiner als eine Lichtwelle und unsichtbar ist, werden beim Photographieren vom Licht in Silber und Brom gespalten und bedingen die Lichtempfindlichkeit der photographischen Platten. Die unsichtbaren Silber-teilchen bilden das latente Bild.

Für diese Auffassung spricht auch die Tatsache, daß die Bromsilbergelatineplatten mit der Zeit noch empfindlicher werden, indem sich aus der übersättigten AgBr-Lösung, der Leimhaut *C*, allmählich mehr AgBr-Teilchen ausscheiden. Nach M. Wolf¹⁾ nimmt die Empfindlichkeit der Schichten beim Lagern bis zum dreifachen Betrage ihres ursprünglichen Wertes zu und erreicht nach einiger Zeit ein Maximum, auf dem sie sich längere Zeit hält. Später nehmen dann alle Platten wieder periodisch an Empfindlichkeit ab.

Es ist zu erwarten daß durch Temperaturschwankungen innerhalb gewisser Grenzen die Abscheidung der unsichtbaren AgBr-Teilchen vermehrt und damit die Lichtempfindlichkeit der Platten gesteigert werden kann, indem sich an der Oberfläche des öltartigen Bromsilberleims eine neue Haut von wasserreicherem AgBr-Leim bildet, durch neue Flockung oder Verkleinerung der Oberfläche wieder eine übersättigte Lösung von AgBr entsteht und von neuem AgBr-Teilchen an der Oberfläche der Schaumwände abgeschieden werden.

In der Tat wird, wie ich nach dem Niederschreiben der vorstehenden Bemerkung erfahren habe, die Empfindlichkeit der Bromsilbergelatine durch wiederholtes Umschmelzen nach David und Scolick²⁾ gesteigert, wobei eine Temperatur von 55–60° nicht überschritten werden soll.

Nach meinen § 120 beschriebenen Versuchen breitet sich öltartiger Bromsilberleim in dünnen Schichten auf reinem öltartigen Leim *A* aus. Durch Zusatz von konzentrierter Gelatine-lösung zu einer Emulsion von öltartigem Bromsilberleim wird sich der öltartige Leim *A* der Gelatinelösung mit einer dünnen Haut von öltartigem Bromsilberleim überziehen und diesem öltartigen Bromsilberleim eine größere Oberfläche geben, durch deren Verkleinerung dann wieder eine größere Menge übersättigter Bromsilberlösung *C* oder mehr AgBr-Teilchen entstehen.

Dies erklärt die Beobachtung der praktischen Photographie, daß es vorteilhaft ist (nach David und Scolick) zuerst eine Bromsilberemulsion mit $\frac{1}{10}$ des Gelatinegehaltes herzustellen

1) M. Wolf, Eders Jahrb. f. Photogr. p. 258. 1892.

2) Ludwig David u. Charles Scolick, Die Photographie mit Bromsilbergelatine 1. p. 27, 28, 40. Halle a. S. 1899.

und später die übrigen $\frac{9}{10}$ der harten Gelatine (d. h. solcher, welche nach dem Erkalten rasch erstarrt [l. c. p. 22]), zuzusetzen.

Wenn ferner nach David und Scolick durch Zusatz von Ammoniak oder Alkohol zu der Bromsilbergelatine der Reifungsprozeß befördert und die Lichtempfindlichkeit gesteigert wird, so erklärt sich dies auch durch die oben (§ 121) nachgewiesene Flockung von AgBr-Leim mit Ammoniak oder Alkohol oder die von den Ausbreitungswirbeln dieser Flüssigkeiten herbeigeführte Verkleinerung der Oberfläche des ölartigen AgBr-Leimes.

Rudolph Weber¹⁾ hat beim Verkleinern von Wasseroberflächen, welche mit einer sehr dünnen Olhaut bekleidet waren, ebenfalls Trübungen der Ölschicht oder Ausscheidung von Linsen anderer Lichtbrechung beobachtet, wenn die Dicke der Ölschicht größer als $6,23 \times 10^{-6}$ mm wurde.

§ 126. *Die chemische Wirkung des Lichtes.* Wahrscheinlich werden die AgBr-Teilchen in der Leimhaut C um so leichter vom Licht zerlegt, je kleiner sie sind, und zwar aus folgendem Grunde.

Wenn die großen Wellen des Ozeans auf seichteres Wasser kommen und ihre Energie auf eine geringere Wassermenge übertragen, so werden die Wellen höher und branden.

Wenn die Wellen eines Erdbebens nach der Spitze eines Berges fortschreiten und immer weniger Masse von der Wellenbewegung ergriffen wird, so werden die Amplituden der schwingenden Teilchen größer. Die Amplituden sind am größten an der Spitze des Berges. Die Gebäude an der Spitze des Berges sind am meisten gefährdet, zerfallen am leichtesten zu Trümmern.

In ähnlicher Weise werden auch die Ätherwellen des Lichtes die Bestandteile einer chemischen Verbindung um so schneller in Schwingungen mit großer Amplitude versetzen, je geringer die Masse der Verbindung ist, in welcher die Wellen zusammenlaufen und je mehr die Schwingungsperiode der Atherteilchen mit der Schwingungsperiode der chemischen Moleküle zusammen stimmt.

Die am Rande der Schaumwände in den Schaumkanten

1) R. Weber, Ann. d. Phys. 4. p. 715. 1901.

der Bromsilbergallerte hängenden winzigen Bromsilberteilen werden in ähnlicher Weise von den Lichtwellen in besonders starke Schwingungen versetzt, wie die Gebäude auf einem Bergrücken durch die Wellen eines Erdbebens.

Das vom Licht abgeschiedene Brom breitet sich nach den oben (§ 121) angeführten Versuchen auf der Oberfläche des Bromsilberleimes *A* aus und wird durch diese Wirkung der Molekularkräfte sofort von dem Silber entfernt, mit dem es verbunden war, sobald es bei genügender Schwingungsamplitude sich außerhalb der Wirkungsweite dieses Silbers befindet.

Das Silber selbst bleibt in der Schaumwand vom Bromsilberleim *A* hängen, bildet das latente Bild und kann bei der Verstärkung der photographischen Platte als Kondensationskern für neu zugeführtes Silber dienen.

Das neu zugeführte Silber stammt bei der physikalischen Verstärkung der photographischen Platten aus einer anderen Flüssigkeit, welche Silber abscheidet, oder bei der gewöhnlichen Entwicklung der Platten aus dem AgBr des ölartigen Bromsilberleimes *A*, aus welchem die Entwicklungsflüssigkeit durch chemische Einwirkung Silber abscheidet. Die Schaumzellen der Körner aus Bromsilberleim scheinen offene Schaumzellen zu sein, da sie nur unbedeutende Formänderungen und Volumenvergrößerungen bei diesem Entwicklungsprozeß zeigen.

Je nach der geringeren oder größeren Konsonanz der erregenden Ätherwellen wird die Amplitude der schwingenden Teilchen des Bromsilbers oder einer anderen chemischen Verbindung langsam oder schnell zunehmen und der Zerfall der chemischen Verbindung nach längerer oder kürzerer Bestrahlung eintreten. Dies erklärt die von Bunsen und Roscoe¹⁾ bei Chlorknallgas eingehend untersuchte *Photochemische Induktion*, ferner die Erscheinung, daß erst bei einer bestimmten Größe von Intensität \times Dauer der Belichtung oder dem sogenannten *Schwellenwert*²⁾ eine chemische Zersetzung eintritt; daß nach Precht³⁾ für schwaches rotes Licht gleichen

1) R. W. Bunsen u. H. E. Roscoe, Pogg. Ann. 117. p. 529. 1862.

2) H. Ebert, Eders Jahrb. 1894. p. 16; J. Precht, Arch. f. wissenschaftl. Photographie p. 189. 1899; K. Schwarzschild, Beiträge zur photographischen Photometrie der Gestirne. Publikationen der von Kuffnerschen Sternwarte. V. C. p. 38. Wien 1900.

Schwärzungsgraden um so größere Produkte Lichtstärke \times Belichtungsdauer entsprechen, je geringer die Lichtstärke ist; daß weiter nach Abney¹⁾ und Englisch²⁾ für gleiche Lichtintensität dieselbe Schwärzung der Bromsilbergelatineplatte in kürzerer Zeit eintritt, als bei intermittierender Beleuchtung. Es ist dann auch verständlich, daß nach denselben Untersuchungen von Englisch das Verhältnis der Zeiten, welche bei intermittierender und dauernder Belichtung gleiche Schwärzung der Bromsilbergelatineplatten hervorbringen, mit der Wellenlänge des auffallenden Lichtes und der Periode der intermittierenden Belichtung sich ändern. Englisch sieht freilich die Ursache der chemischen Zersetzung nicht in einer Resonanz, sondern in einer Druck- oder Zugkraft der Lichtwellen auf die chemischen Moleküle.

Wenn ich die chemische Wirkung der Lichtwellen als eine Resonanzerscheinung auffasse, so wird diese Ansicht unterstützt durch die Versuche von Champion und Pellet³⁾, welche an den Saiten einer Bassgeige Stückchen Goldschlägerhaut mit Jodstickstoff befestigten. Der Jodstickstoff explodierte bei dem Anstreichen der Saite, sobald dieselben mehr als 60 Schwingungen in der Sekunde machte. Der Jodstickstoff konnte auch durch die Schallwellen einer 2,4 m entfernten Jodstickstoffexplosion zum Explodieren gebracht werden, wenn die Energie der an ihm brandenden Schallwellen genügend groß war. Schallwellen einer Pulverexplosion brachten Jodstickstoff im Brennpunkt eines Hohlspiegels nicht zum Explodieren, wohl aber die Schallwellen einer Nitroglycerinexplosion. Der Jodstickstoff ist also eine chemische Verbindung, die auf viel langsamere Schwingungen resoniert, als Bromsilber.

§ 127. *Resultate.* 1. Es sind zu unterscheiden die langsame Wirkung des Lichtes auf ölartigen Bromsilberleim in

1) W. de Abney, Proc. Roy. Soc. 54. p. 143. 1893.

2) E. Englisch, Verhandl. d. Gesellsch. deutsch. Naturforscher, Düsseldorf, 1. p. 171. 1898, u. E. Englisch, Das Schwärzungsgesetz der Bromsilbergelatine. Habilitationsschrift. 8°. p. 13 ff. Stuttgart 1901, wo auch die Literatur über Abhängigkeit der Lichtwirkung von Intensität und Belichtungsdauer zusammengestellt ist.

3) P. Champion u. H. Pellet, Compt. rend. 75. p. 210. 1872.

der ungereiften Bromsilbergelatine, und die schnelle Wirkung des Lichtes auf Bromsilber in der gereiften Bromsilbergelatine.

2. Durch Belichtung scheidet sich aus Bromsilbergelatine öartiger Bromsilberleim *A* in kugelförmigen Blasen oder in sichtbaren oder unsichtbaren Schaumwänden aus. Aus diesem Bromsilberleim scheidet sich durch Belichtung langsam metallisches Silber ab.

3. Die „Körner“ der gereiften Bromsilbergelatineplatten bestehen aus öartigem Bromsilberleim und nicht aus Bromsilber.

4. In der ungereiften Bromsilbergelatine ist der öartige Bromsilberleim *A* mit einer unmerklich dicken Haut *C* von wasserreicherem und bromsilberärmerem Leim überzogen. Die Dicke dieser Haut ist kleiner als die doppelte Wirkungsweite der Molekularkräfte oder $\frac{1}{8}$ Lichtwelle. Bei dem Reifungsprozeß der geschmolzenen Bromsilbergelatine wird die Oberfläche des öartigen Bromsilberleims *A* kleiner, die Dicke der Leimhaut *C* größer, und diese Leimhaut *C* geht dadurch in eine übersättigte Lösung von Bromsilber über, aus der sich langsam unsichtbare Teilchen von Bromsilber abscheiden und in der Haut *C* hängen bleiben. Beim Erkalten erstarren die Schaumwände von öartigem Bromsilberleim *A* und die Leimhaut *C* (oder werden sehr klebrige Flüssigkeit).

5. Der Reifungsprozeß der Bromsilbergelatine entspricht der Flockung trüber Lösungen. Die Methoden der praktischen Photographie vergrößern die Empfindlichkeit der gereiften Bromsilbergelatine, indem sie künstlich zuerst eine große Oberfläche des öartigen Bromsilberleims und eine große Leimhaut *C* schaffen, dann diese Oberfläche durch Ausbreitung einer fremden Flüssigkeit (Brom, Ammoniak, Alkohol u. a.) verkleinern und dadurch viele (unsichtbare) Bromsilberteilchen ausscheiden.

6. Durch Belichten zerfällt des Bromsilber in Brom und Silber. Ersteres breitet sich auf der Oberfläche des öartigen und erstarrten Bromsilberleimes *A* aus, die metallischen Silberteilchen hängen auf dieser Oberfläche und in der Leimhaut *C* fest, bilden das sogenannte latente Bild und sind die Kondensationskerne, an welche sich durch Kontaktwirkung neue Silberteilchen anlegen, die aus fremder Silber bildender Flüssigkeit

stammen bei der sogenannten physikalischen Verstärkung oder von den Silberteilchen herrühren, die sich aus dem Bromsilber des öltartigen Bromsilberleimes durch die „Entwicklung“ der photographischen Platte bilden.

7. Das Nachreifen der Bromsilbergelatineplatten erklärt sich durch allmähliche weitere Abscheidung von Bromsilber aus der übersättigten Bromsilberlösung C.

8. Die photographischen Bromsilbergelatineplatten werden mit der Zeit unempfindlicher, wenn ein Teil des ausgeschiedenen Bromsilbers sich in der sehr klebrigen öltartigen Leimlösung A wieder auflöst, oder wenn die Wände von Bromsilberleim durch starken Wasserverlust verhärten.

9. Die chemische Wirkung des Lichtes auf Bromsilber ist eine Resonanzerscheinung. Die Bromsilberteilchen zerfallen um so eher, je größer die Amplitude der schwingenden Teilchen ist; bei gleicher Energie der Lichtwellen um so eher, je kleiner die Maße der schwingenden Teilchen ist.

10. Mit dieser Auffassung sind in voller Übereinstimmung eine Reihe bekannter Erscheinungen, wie die photochemische Induktion, der Schwellenwert oder die kleinste Belichtung, welche einen Zerfall des Bromsilbers oder eine merkliche Schwärzung bewirkt, die verhältnismäßig geringere Wirkung schwacher Belichtung, die Unterschiede kontinuierlicher und intermittierender Belichtung und die Abhängigkeit der Schwärzung von Periode und Wellenlänge der intermittierenden Belichtung.

Ich möchte auch an dieser Stelle dem früheren und dem jetzigen Assistenten am hiesigen physikalischen Institut, Hrn. Prof. Dr. J. Precht und Hrn. Dr. R. Weber, meinen besten Dank aussprechen für ihre freundliche Mitwirkung bei diesen Untersuchungen.

Heidelberg, den 24. Februar 1903.

(Eingegangen 28. April 1903.)

11. *Die Energieverhältnisse in oszillatorischen magnetischen Kreisen; von J. Zenneck.*

In einer früheren Mitteilung¹⁾ habe ich die Analogie, die zwischen elektrischen Wechselstromkreisen und oszillatorischen magnetischen Kreisen besteht, verfolgt. Eine Ausnahme erleidet diese Analogie unter anderem in den Energieverhältnissen.

1.

Im elektrischen Wechselstromkreis ist der Energieverbrauch pro Sekunde, abgesehen von der Stromstärke i , bestimmt durch den Ohmschen Widerstand und zwar $= w i_{\max}^2 / 2$. Der Energieumsatz, d. h. die Energie, welche vom Stromkreis in der Sekunde aufgenommen und wieder abgegeben wird, ist

$$= n \cdot \frac{1}{2} p i_{\max}^2 = \pi n p \cdot \frac{1}{2\pi} i_{\max}^2,$$

also proportional dem induktiven Widerstand $\pi n p$ (n = Wechselzahl).

Im magnetischen Kreis liegen die Verhältnisse gerade umgekehrt. Der Energieverbrauch hängt ab vom induktiven magnetischen Widerstand $\pi n p_m$, der Energieumsatz vom Ohmschen magnetischen Widerstand w_m bez. w_m' ²⁾ und zwar ist der letztere

$$= w_m \frac{n}{2} \cdot Q_{\max}^2 \quad \text{bez.} \quad w_m' \frac{n}{2} \cdot Q_{\max}^2,$$

während für den Energieverbrauch \mathfrak{Q} pro Sekunde gilt:

$$\mathfrak{Q} = \pi n p_m \cdot \pi n \cdot \frac{Q_{\max}^2}{2} = \pi n p_m \cdot \pi n \cdot Q_{\text{eff}}^2.$$

(Q = Induktionsfluß im magnetischen Kreis.)

Mit Hilfe des induktiven magnetischen Widerstandes gewinnt man also für den Energieverbrauch, der durch einen magnetischen oszillatorischen Kreis verursacht wird, einen ebenso einfachen

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 9. p. 497–521. 1902.

2) Über das Verhältnis von w_m und w_m' vgl. l. c. und unten § 2, b.

Ausdruck wie in elektrischen Wechselstromkreisen. Die Berechnung des Energieverbrauchs ist mit den l. c. gegebenen Formeln für den induktiven magnetischen Widerstand unmittelbar möglich.

2.

a) Der *Beweis*, daß die angegebenen Ausdrücke Energieverbrauch bez. Energieumsatz des magnetischen Kreises darstellen, kann für spezielle Fälle¹⁾ *direkt* erbracht werden. Es läßt sich in einfachen Fällen leicht zeigen, daß der Ausdruck

$$\pi n p_m \frac{\pi n}{2} Q_{\max}^2$$

identisch ist mit der Wärmeentwicklung der Ströme, welche durch den betrachteten magnetischen Kreis induziert werden, und deshalb den Energieverbrauch angibt, den der magnetische Kreis in der Sekunde verursacht.

b) Weit allgemeiner kann aber der Beweis *indirekt* geführt werden. Alle Energie, welche der magnetische Kreis und die von ihm induzierten Ströme verbrauchen oder aufnehmen und wieder abgeben, stammt in letzter Linie von dem elektrischen Strom bez. den elektrischen Strömen, von dem bez. denen die magnetomotorische Kraft längs des magnetischen Kreises herrührt. Die Frage nach dem Energieverbrauch bez. Energieumsatz, welchen der magnetische Kreis vermittelt, läßt sich also bis zu einem gewissen Grade ersetzen durch die Frage nach dem Energieverbrauch und Energieumsatz des erregenden Stromes bez. der erregenden Ströme.

Diese Frage soll unter zwei beschränkenden Annahmen behandelt werden:

1. Die äußere magnetomotorische Kraft M längs des magnetischen Kreises soll von einem einzigen Wechselstromkreis herrühren, der den betrachteten magnetischen Kreis mit N Windungen umgibt:

$$(1) \quad M = \frac{N i}{V}.$$

(V vom Maßsystem abhängige Konstante.)

1) Besonders einfach in den Beispielen l. c. §§ 1–5.

2. Der betrachtete magnetische Kreis soll das gesamte magnetische Feld dieses Wechselstromes ausmachen¹⁾ und konstante Permeabilität besitzen.

In anderer Beziehung werde aber der allgemeinste Fall vorausgesetzt. Es sollen keinerlei Annahmen gemacht werden darüber, wodurch der induktive magnetische Widerstand des magnetischen Kreises veranlaßt ist, ob durch Ströme, die derselbe in einer Spule oder ähnlichem induziert, oder durch Foucaultströme im magnetischen Kreis selbst. Es muß nur möglich sein, die Amplitude des Induktionsflusses und den Phasenwinkel φ zwischen Induktionsfluß und magnetomotorischer Kraft durch die folgenden Beziehungen, durch die man sich $\pi n p_m$ und w'_m definiert denken kann, darzustellen:

$$Q_{\max.} = \frac{M_{\max.}}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pi n p_m}{w'_m},$$

oder in komplexer Form:

$$(2) \quad Q = \frac{M}{w_m + i \pi n p_m}.$$

Für den erregenden Wechselstrom i gilt

$$(3) \quad E = iw + \frac{N}{V} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

(E = äußere elektromotorische Kraft in demselben, w Ohmscher Widerstand).

Wenn man dQ/dt aus Gleichung (2), M aus Gleichung (1) entnimmt und $i \pi n$ gegen d/dt vertauscht, so geht diese Gleichung über in

$$E = iw + \pi n \cdot \frac{\pi n p_m}{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} \cdot \frac{N^2}{V^2} \cdot i + \frac{w_m'}{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} \cdot \frac{N^2}{V^2} \cdot \frac{di}{dt},$$

1) Der Fall, daß mehrere erregende Ströme derselben Wechselzahl vorhanden sind, ist kaum von Interesse. — Der Fall, daß der betrachtete magnetische Kreis nur einen Teil des magnetischen Feldes des erregenden Stromes ausmacht, läßt sich genau in derselben Weise behandeln.

2) Das ist — konstante Permeabilität auch bei Eisenkernen vorausgesetzt — immer möglich, wenn die induzierten Ströme nicht die Richtung der magnetischen Kraftlinien ändern, d. h. nicht Anlaß zu Drehfeldkomponenten geben.

oder nach Multiplikation mit $i dt$ in

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} E i dt &= i^2 w \cdot dt + \pi n \cdot \frac{\pi n p_m}{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} \cdot \frac{N^2}{V^2} \cdot i^2 dt \\ &+ \frac{w_m'}{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} \cdot \frac{N^2}{V^2} i di. \end{aligned} \right.$$

Zu dem Energieverbrauch durch Joulesche Wärme im erregenden Stromkreis selbst ($i^2 w dt$) treten also, durch den magnetischen Kreis veranlaßt, zwei Terme hinzu.

Integriert man über 1 Sek. bez. $n/2$ Perioden, so erhält man

$$\begin{aligned} \int_{t=0}^{t=1} E i dt &= \frac{w i_{\max}^2}{2} + \pi n p_m \cdot \frac{\pi n}{2} \cdot \frac{N^2}{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2} \cdot i_{\max}^2 \\ &= \frac{w i_{\max}^2}{2} + \pi n p_m \cdot \pi n \cdot \frac{Q_{\max}^2}{2} \quad (\text{Gleichung (1) u. (2)}). \end{aligned}$$

Es stellt also

$$\pi n p_m \cdot \frac{\pi n}{2} \cdot Q_{\max}^2$$

den gesamten Energieverbrauch dar, soweit er durch den magnetischen Kreis verursacht ist.

Integriert man über die erste Viertelperiode, von $i=0$ bis $i=i_{\max}$, so liefert der letzte Term in Gleichung (4) den Beitrag

$$+ \frac{w_m'}{2} \cdot Q_{\max}^2,$$

während der zweiten Viertelperiode den Beitrag

$$- \frac{w_m'}{2} \cdot Q_{\max}^2.$$

$w_m'/2 \cdot Q_{\max}^2$ bedeutet also die gesamte Energiemenge, die der elektrische Kreis an den magnetischen Kreis während einer halben Periode abgibt und von ihm wieder zurückerhält. Der gesamte Energieumsatz pro Sekunde ist also

$$= \frac{n}{2} w_m' Q_{\max}^2.$$

Nun kann das gesamte magnetische Feld zerlegt werden in das magnetische Feld

1. des betrachteten magnetischen Kreises selbst,
2. der von ihm induzierten Ströme, soweit das Feld derselben nicht mit dem betrachteten magnetischen Kreis zusammenfällt.

Die Energie dieser beiden Teilfelder ist in dem Ausdruck

$$\frac{n}{2} \cdot w_m' \cdot Q_{\max}^2.$$

enthalten. Die magnetische Energie, welche der betrachtete magnetische Kreis allein pro Sekunde aufnimmt und wieder abgibt, ist

$$= \frac{n}{2} \cdot w_m \cdot Q_{\max}^2. ^1)$$

e) In sehr übersichtlicher Form kann der eben geführte Beweis durch Verwendung von Vektordiagrammen erbracht werden.

Das Vektordiagramm für i , Q und die durch Q in dem elektrischen Stromkreis induzierte elektromotorische Kraft E_i ist das nebenstehende. Der Vektor von E_i ist senkrecht auf demjenigen von Q und seine Größe

$$E_{i \max} = \frac{\pi n \cdot N}{V} \cdot Q_{\max}.$$

E_i kann in zwei Komponenten zerlegt werden, eine gegen i um 180° in der Phase verschobene „Wattkomponente“ E_i' und eine gegen i um 90° in der Phase verschobene „wattlose“ Komponente E_i'' (vgl. Fig. 1), und zwar ist

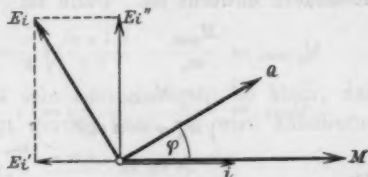


Fig. 1.

$$E_{i' \max} = E_{i \max} \sin \varphi = \pi n \cdot \frac{\pi n p_m}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}} \cdot \frac{N}{V} Q_{\max}. \text{ (Gl. (2))},$$

$$E_{i'' \max} = E_{i \max} \cos \varphi = \pi n \cdot \frac{w_m'}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}} \cdot \frac{N}{V} \cdot Q_{\max}.$$

Nur die erste Komponente liefert einen dauernden Energieverbrauch

$$= E_{i \text{eff}} \cdot i_{\text{eff}},$$

$$= \pi n \cdot \frac{\pi n p_m}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}} \cdot \frac{N}{V} \cdot i_{\text{eff}} \cdot Q_{\text{eff}},$$

$$= \pi n p_m \cdot \pi n \cdot Q_{\text{eff}}^2 \text{ etc.}$$

1) Folgt aus dem allgemeinen Ausdruck für die magnetische Energie im Volumenelement $d\tau = \frac{1}{2} \mu M^2 d\tau$ (μ Permeabilität, M magnetische Feldintensität in $d\tau$). Derselbe kann für den magnetischen Kreis leicht auf die Form $\frac{1}{2} w_m \cdot Q^2$ gebracht werden.

3.

Beispiel: Die Verwendung von Spulenkernen aus dünnen Eisendrähten bei langsamen und schnellen Schwingungen.

In eine zum Ring geschlossene Spule werde ein Kern aus dünnen Eisendrähten gebracht. Untersucht soll werden

1. wie groß die Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses durch den Eisenkern,

2. wie groß der Energieverlust durch die Foucaultströme im Eisenkern ist.¹⁾

a) Es bezeichne Q den magnetischen Induktionsfluß, w_m den magnetischen Widerstand im Innern der Spule, wenn ein Eisenkern sich in derselben befindet, Q_0 bez. w_0 dasselbe, wenn der Eisenkern entfernt ist. Dann ist

$$Q_{0 \max.} = \frac{M_{\max.}}{w_0},$$

$$Q_{\max.} = \frac{M_{\max.}}{\sqrt{w_m'^2 + (\pi n p_m)^2}} = \frac{M_{\max.}}{w_m \sqrt{\left(\frac{w_m'}{w_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi n p_m}{w_m}\right)^2}}.$$

Da

$$\frac{w_0}{w_m} = \frac{\mu}{\mu_0}$$

ist (μ Permeabilität des Eisens, μ_0 der Luft), so folgt für die Erhöhung des Induktionsflusses durch den Eisenkern:

$$(5a) \quad \frac{Q_{\max.}}{Q_{0 \max.}} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w_m'}{w_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi n p_m}{w_m}\right)^2}}.$$

Der Energieverbrauch durch Foucaultströme Ω_F ist nach § 1 pro Sekunde

$$\Omega_F = \pi n p_m \cdot \pi n \cdot Q_{\max.}^2,$$

1) Formeln für den Energieverbrauch durch Foucaultströme in Eisendrähten finden sich an den verschiedensten Stellen, z. B. bei A. Oberbeck, Wied. Ann. 21. p. 672 ff. 1884; O. Heaviside, Electrical Papers 1. p. 363. 1892; J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism p. 318 ff. 1893. Das Folgende hat also — abgesehen von der numerischen Berechnung — nur den Zweck, zu zeigen, daß sich jene Formeln aus der Beziehung § 1 für den Energieverbrauch und den früher (l. c. p. 504 ff.) für den induktiven magnetischen Widerstand gegebenen Ausdrücken sehr einfach ableiten lassen.

oder für die Länge 1 cm und den Querschnitt 1 cm² des Eisenkernes

$$(6a) \quad \Omega_F = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\pi n p_m}{w_m} \right) \cdot \pi n Q_{\text{eff}}^2,$$

wenn nun auch unter Q der Induktionsfluß durch 1 cm² verstanden wird. Nimmt man an, daß die Spule eine Windung auf 1 cm Länge besitzt, so kann die Beziehung (6a) ersetzt werden durch

$$(7a) \quad \Omega_F = \mu \cdot \frac{\pi n p_m}{w_m} \cdot \frac{1}{\left(\frac{w_m'}{w_m} \right)^2 + \left(\frac{\pi n p_m}{w_m} \right)^2} \cdot \frac{\pi n}{V^2} i_{\text{eff}}^2.$$

Die Berechnung von w_m'/w_m und $\pi n p_m/w_m$ führt im allgemeinen auf Besselsche Funktionen. In zwei Grenzfällen aber erhält man sehr einfache Formeln.¹⁾

b) Ist

$$(9) \quad x = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{\pi n \lambda \mu}{2 V^2}}$$

(r Radius eines Drahtes, λ sein Leitvermögen) so klein, daß $x^2/3$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, so wird annähernd

$$\frac{w_m'}{w_m} = 1, \quad \frac{\pi n p_m}{w_m} = x^2 \cdot 3$$

und

$$(5b) \quad \frac{Q_{\text{max.}}}{Q_{0 \text{ max.}}} = \frac{\mu}{\mu_0},$$

$$(6b) \quad \Omega_F = \frac{x^2}{\mu} \cdot \pi n Q_{\text{eff.}}^2,$$

$$(7b) \quad = \mu x^2 \cdot \frac{\pi n}{V^2} \cdot i_{\text{eff.}}^2.$$

1) Vgl. J. Zenneck, l. c. § 7.

2) Für $x = 0,5$ ist der Fehler, den diese Formeln für w_m'/w_m ergeben = 2 Proz., für $\pi n p_m/w_m = 3$ Proz. (vgl. J. Zenneck, Ann. d. Phys. 11. p. 1135. 1903).

3) Führt man C.G.S.-Einheiten ein, nimmt man das Leitvermögen des Eisens = ca. 10mal größer als dasjenige des Quecksilbers, so wird Gleichung (6b):

$$\Omega_F = r^2 n^2 \pi^2 Q_{\text{max.}}^2 \cdot 10^{-8} \text{ C.G.S.} = r^2 n^2 \pi^2 \cdot Q_{\text{max.}}^2 \cdot 10^{-10} \text{ Watt}$$

$$= \left[\frac{r n B_{\text{max.}}}{4 \cdot 10^5} \right]^2 \text{ Watt}$$

($B_{\text{max.}}$ = Maximalzahl der technischen Induktionslinien = $4 \pi Q_{\text{max.}}$). Man erhält damit eine bekannte technische Formel für den Energieverlust

Bei den in der Technik üblichen Wechselzahlen gelten diese Formeln für Eisendrähte, deren Radius 0,5 mm nicht merklich überschreitet. Für Kerne aus solchen Drähten gilt also:

Gleichung (5b): Die Erhöhung des Induktionsflusses hängt nur von der Permeabilität des Kernes ab.

Gleichung (6b): Bei demselben Induktionsfluß ist der Energieverbrauch durch die Foucaultströme proportional dem Leitvermögen und dem Quadrat der Wechselzahl und des Drahtradius, aber unabhängig von der Permeabilität des Kernes.

Gleichung (7b): Bei demselben erregenden Strom ist der Energieverbrauch durch die Foucaultströme außerdem noch proportional dem Quadrat der Permeabilität des Kernes. Bei Erhöhung der Permeabilität steigt also der Verbrauch durch die Foucaultströme rascher als die Erhöhung des Induktionsflusses. — Der Energieverbrauch durch Foucaultströme ist um so größer, je größer der Drahtradius ist.

e) Ist κ groß gegen 1, so wird um so genauer, je größer κ ist:

$$\frac{w_m'}{w_m} = \frac{\pi n p_m}{w_m} = \kappa^1)$$

und

$$(5c) \quad \frac{Q_{\max.}}{Q_{0 \max.}} = \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\kappa \sqrt{2}},$$

$$(6c) \quad \mathfrak{L}_F = \frac{\kappa}{\mu} \cdot \pi n Q_{\text{eff.}}^2,$$

$$(7c) \quad = \frac{\mu}{\kappa} \cdot \frac{\pi n}{2 \sqrt{2}} \cdot i_{\text{eff.}}^2.$$

Bei schnellen Schwingungen ($n > 10^6/\text{Sec.}$) sind diese Beziehungen brauchbar für Eisendrähte von mittlerer Permeabilität ($\mu/\mu_0 = 100$) bis herab zu einem Radius von $1/10$ mm. Sie sagen aus:

Gleichung (5c): Die Erhöhung des Induktionsflusses nimmt mit der Permeabilität zu, wenn auch langsam ($\sim \sqrt{\mu}$), hängt

durch Foucaultströme in Transformatorenkernen aus dünnen Eisendrähten, vgl. z. B. C. P. Feldmann, Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung der Wechselstrom-Transformatoren, p. 155. Leipzig 1894. (Durchmesser in Millimetern angegeben.)

1) Die Formeln geben für w_m'/w_m erst bei $\kappa = 5$ eine Genauigkeit von 6 Proz., für $\pi n p_m/w_m$ schon bei $\kappa = 1,5$ eine Genauigkeit von 3 Proz. vgl. J. Zenneck, Ann. d. Phys. 11. p. 1135. 1903).

aber außerdem von der Wechselzahl und in hohem Maß vom Drahtradius ab ($\sim 1/\sqrt{n}$). Mit zunehmender Wechselzahl muß für jeden beliebigen Kern ein Punkt erreicht werden, wo das Einführen des Kernes eine Steigerung des Induktionsflusses überhaupt nicht mehr hervorruft, sondern eventuell denselben sogar herabdrückt.

Gleichung (6c): Bei demselben Induktionsfluß ist nun der Energieverbrauch auch von der Permeabilität abhängig ($\sim 1/\sqrt{\mu}$) und läßt sich durch Verkleinern des Drahtradius nicht mehr in demselben Maße herabdrücken wie bei langsamen Schwingungen.

Gleichung (7c): Bei demselben Strom und derselben Wechselzahl ist der Energieverbrauch durch die Foucaultströme ebenso wie die Erhöhung des Induktionsflusses $\sim \mu/\alpha$. Jede Änderung des Kernes also, — gleichgültig welcher Art sie sei — die den Induktionsfluß steigert, steigert in demselben Maße den Verbrauch durch die Foucaultströme. — Auffallend ist insbesondere das Resultat, daß der Energieverbrauch durch Foucaultströme um so größer wird, je kleiner der Drahtradius ist. Das Verhältnis ist also genau umgekehrt wie bei langsamen Schwingungen.

d) In der drahtlosen Telegraphie kann für ganz spezielle Zwecke möglichst enge Koppelung zwischen zwei Systemen und damit die Verwendung von Kernen aus Eisendrähten in Frage kommen. Ich habe deshalb die oben entwickelten Formeln für eine in der drahtlosen Telegraphie häufig gebrauchte Wechselzahl $n = 3 \cdot 10^6/\text{Sek.}$ — entsprechend einer Viertelwellenlänge von 50 m — numerisch ausgewertet.

Die Werte von α (Gleichung (9), § 3) sind in Tab. I berechnet (C.G.S.-Einheiten).

Tabelle I.

$\frac{\mu}{\mu_0}$	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	112,2	56,1	28,0	11,2	5,61	2,80
100	35,5	17,7	8,87	3,55	1,77	0,89
10	11,2	5,61	2,80	1,12	0,56	0,28

1) Nach den Angaben in der Literatur scheint die Permeabilität μ/μ_0 von weichen Eisendrähten bei schnellen Schwingungen, deren Wechselzahl von der Größenordnung $10^6/\text{sec}$ ist, in der Nähe von 100 zu liegen.

Tab. II gibt die Erhöhung des Induktionsflusses Q_{\max}/Q_{stat} (Gleichung 5a) durch Einführen des Eisenkernes. Sie fällt, abgesehen von den extrem dünnen Drähten, relativ zur Permeabilität sehr niedrig aus.

Tabelle II.¹⁾

μ μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	6,3	12,6	25,2	63	122	241
100	2,0	4,0	8,0	19,2	37,2	73,5
10	0,6 ²⁾	1,2	2,4	5,8	9,4	10

In Tab. III ist der Betrag des Ausdruckes

$$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\pi n p_m}{w_m} \pi n \cdot 10^{-7}$$

[Gleichung (6a)] in C.G.S.-Einheiten enthalten. Die Zahlen dieser Tabelle zeigen also, in welchem Verhältnis der Energieverlust durch Foucaultströme bei den verschiedenen Drahtdicken für gleichen Induktionsfluß steht.

Tabelle III.

μ μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025
1000	1,33	0,66	0,33	0,13	0,07	0,03
100	4,10	2,05	1,03	0,41	0,21	0,08
10	13,3	6,7	3,3	1,23	0,36	0,09

Die Zahlen von Tab. IV geben die Größe

$$\mu \cdot \frac{\pi n p_m}{w_m} \cdot \frac{1}{\left(\frac{w_m}{w_m}\right)^2 + \left(\frac{\pi n p_m}{w_m}\right)^2} \cdot \frac{\pi n}{V^2}$$

(Gleichung (7a), (7b), (7c)) in Ohm. Man kann sich den Energieverlust, der durch die Foucaultströme in dem Eisenkern

1) Die Zahlen dieser und der folgenden Tabellen sind zum großen Teil mit Hilfe der in Ann. d. Phys. 11. p. 1135. 1903 gegebenen Kurven berechnet, da die Näherungsformeln zum Teil nicht zu verwenden sind.

2) Hier ist also der Fall, daß der Eisenkern den Induktionsfluß schwächt, schon erreicht (vgl. c).

pro 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt verursacht wird, dadurch hergestellt denken, daß man den Widerstand jeder Spulenumwindung um einen gewissen Betrag vermehrt. Den Betrag dieses Zusatzwiderstandes in Ohm gibt Tab. IV an.

Tabelle IV.

μ μ_0	r in mm					
	1	0,5	0,025	0,1	0,05	0,025
1000	0,53	1,06	2,11	5,3	10,6	19,2
100	0,17	0,33	0,67	1,52	2,85	4,4
10	0,053	0,10	0,19	0,41	0,81	0,99

Vergleicht man die Tab. II und IV, so muß man zu dem Resultate kommen, daß die Erhöhung des Induktionsflusses durch einen Eisenkern aus dünnen Eisendrähten unter allen Umständen teuer erkauft ist durch einen relativ bedeutenden Energieverlust und damit eine erhebliche Steigerung der Dämpfung.

e) Für eine Abschätzung, um welche Beträge die angegebenen Zahlen wegen der Hysteresis geändert werden müßten, damit sie die tatsächlichen Verhältnisse richtig wiedergeben, fehlt so gut wie jede Grundlage. Es schien mir deshalb wünschenswert, durch einen Versuch festzustellen, wie die Verhältnisse tatsächlich liegen, um so mehr als es nur durch einen Versuch möglich war, das Verhalten von Eisendrähten zu vergleichen mit demjenigen von Eisenpulver, über dessen magnetische Wirkung bei schnellen Schwingungen Hr. Prof. Braun kürzlich¹⁾ einige Erfahrungen mitgeteilt hat.

Ich stellte deshalb fünf möglichst gleiche zylindrische Kerne her (Länge 20 cm, Radius 2 cm) und zwar

- A. aus einem massiven Eisenzylinder,
- B. aus dicken Eisendrähten (Radius = 0,9 mm),
- C. aus mittleren Eisendrähten (Radius = 0,35 mm),
- D. aus dünnen Eisendrähten (Radius = 0,12 mm),
- E. aus Eisenpulver.

Die Eisendrähte waren durch Paraffin voneinander isoliert, das Eisenpulver befand sich lose in einer Glasröhre.

1) F. Braun, Ann. d. Phys. 10. p. 326. 1903.

Um die Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses in einer Spule durch diese Kerne kennen zu lernen, bediente ich mich der Anordnung von Fig. 2. C_1 und C_2 sind Leydener Flaschen von 312 bez. 299 cm Kapazität, S_1 und S_2 genau gleiche Spulen von 10 Windungen (Radius der Windung 2,5 cm). U ist ein Umschalter, der es gestattet, das Funkenmikrometer F in Nebenschluß zu S_1 oder S_2 zu legen. In S_1 wurden der Reihe nach die verschiedenen Kerne gebracht.

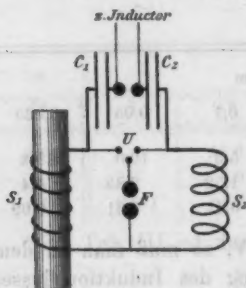


Fig. 2.

Die Schlagweite des Funkenmikrometers F — d. h. die Entfernung, bis zu welcher die Kugeln genähert werden können, so daß eben keine Funken übergehen — liefert ein für die vorliegenden Zwecke genügend genaues Maß der Spannungsamplitude, die zwischen den Endpunkten der betreffenden Spule herrscht. Die Spannungsamplitude ist mit großer Annäherung proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten der betreffenden Spule, da der Strom in beiden Spulen derselbe ist. Da außerdem die beiden Spulen gleich sind, so folgt aus dem Verhältnis der Schlagweite F_1 — wenn das Funkenmikrometer im Nebenschluß zu S_1 sich befindet — zu der Schlagweite F_2 — wenn das Funkenmikrometer im Nebenschluß zu S_2 ist — unmittelbar das Verhältnis des Induktionsflusses in S_1 zu demjenigen in S_2 , d. h. das Verhältnis des Induktionsflusses mit Kern zu demjenigen ohne Kern.

Die Resultate waren:

Tabelle V.

Kern	A. Massiv	B. Dicker Draht	C. Mittlerer Draht	D. Dünner Draht	E. Pulver
$F_1 : F_2$	0,66	1,31	1,73	1,72	2,76

Der Energieverlust in den verschiedenen Kernen läßt sich durch die Anordnung Fig. 3 bestimmen. H ist ein Hitzdraht-

instrument¹⁾ W ein regulierbarer Kupfersulfatwiderstand, S ein Spulenpaar, von dem durch einen verschiebbaren Bügel beliebig Windungen zu- oder ausgeschaltet werden können. Außerdem befindet sich in der Nähe dieses Kondensatorkreises ein zweiter, auf den der erste in sehr loser Koppelung induziert.

Der Versuch wurde in folgender Weise angestellt.²⁾ Ein Kern wurde in S_1 gebracht, der Kondensatorkreis mit Hilfe von S auf Resonanz mit dem zweiten Kondensatorkreis eingestellt, das Hitzdrahtinstrument abgelesen. Nun wurde der Kern aus S_1 entfernt und mit Hilfe von S wieder dieselbe Wechselzahl

hergestellt. Das Hitzdrahtinstrument gab wegen der geringeren Dämpfung³⁾ einen bedeutend höheren Ausschlag. Nun wurde so viel CuSO_4 -Widerstand (w) eingeschaltet, bis das Hitzdrahtinstrument wieder denselben Ausschlag zeigte, wie wenn der Kern in S_1 sich befand; wenn nötig, wurde die Wechselzahl nachreguliert. Es ist also jetzt nicht nur die Wechselzahl und Stromamplitude, sondern auch die Dämpfung dieselbe wie vorher. Die Größe des CuSO_4 -Widerstandes aber, die

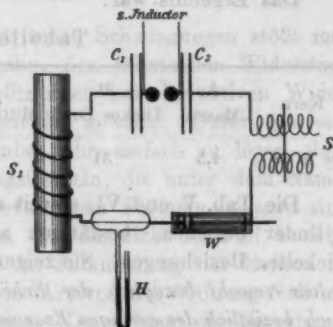


Fig. 3.

1) Riesssches Luftthermometer der von F. Braun (Drahtlose Telegraphie durch Wasser und Luft, p. 65. Leipzig 1901) angegebenen Form.

2) Eine andere Anordnung, um ganz qualitativ den Energieverbrauch in Spulenkernen zu demonstrieren, ist von J. J. Thomson (Recent Researches p. 102 ff. Oxford 1893) angegeben worden.

3) Die Angabe eines Hitzdrahtinstrumentes bei gedämpften Schwingungen ist proportional

$$\frac{w' \delta_{\max}^2}{4 \delta \left(1 + \left(\frac{\delta}{\pi n} \right)^2 \right)} = \text{approx.} \frac{w' \delta_{\max}^2}{4 \delta}$$

(w' = Widerstand des Instrumentes für die betreffende Wechselzahl, δ = Dämpfungsfaktor). Sie liefert also bei derselben Amplitude und Wechselzahl ein Maß für die Dämpfung (vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 85. 1891).

nötig war, um diese Dämpfung herzustellen, gibt ein unmittelbares Maß für den Energieverbrauch in dem betreffenden Kern und damit ein äußerst bequemes Mittel, um den Energieverbrauch verschiedener Kerne miteinander zu vergleichen.

Das Ergebnis war:

Tabelle VI.

Kern	A. Massiv	B. Dicker Draht	C. Mittlerer Draht	D. Dünner Draht	E. Pulver
w in Ω	4,5	31	41	55	8

Die Tab. V und VI, soweit sie sich auf Eisendrähte bez. Zylinder beziehen, bestätigen also durchaus die oben entwickelten Beziehungen. Sie zeigen ferner, daß *Kerne aus Eisenpulver sowohl bezüglich der Erhöhung des Induktionsflusses als auch bezüglich des geringen Energieverbrauches Kernen aus Eisendrähten außerordentlich überlegen sind*. Aber sie beweisen auch, daß der Energieverbrauch selbst im Eisenpulver noch so erheblich ist¹⁾, daß die praktische Verwendbarkeit auch dieses Mittels zur Erhöhung des magnetischen Induktionsflusses sehr fragwürdig erscheinen muß.

Am Platze sind aber Spulen mit Eisenkernen da, wo durch dieselben elektromagnetische Schwingungen von Apparaten ferngehalten werden sollen (Galvanometer bei Verwendung von Bolometer oder Thermoelementen — Schutz des Kohärers gegen Störung durch die übrigen Teile des Empfangsapparates). Hier ist eine starke Absorption nur erwünscht und hier leisten, wie die Erfahrung zeigt, auch Kerne aus Eisendrähten sehr gute Dienste.

Straßburg i. Els., Physikalisches Institut.

1) Der Kern aus Eisenpulver brachte die Dämpfung in dem Kondensatorkreis auf den 1,4 fachen Betrag. Die Energieabsorption war ziemlich genau doppelt so groß, wie wenn der Kern aus maximal leitender Schwefelsäure bestand.

(Eingegangen 2. April 1903.)

12. Elektrischer und magnetischer Widerstand bei Schwingungen; von J. Zenneck.

Beim Arbeiten mit elektrischen Schwingungen stößt man immer wieder auf die Aufgabe, den Ohmschen Widerstand und den Selbstinduktionskoeffizienten bez. induktiven Widerstand von Drähten berechnen zu müssen. Unter gewissen Bedingungen ist diese Aufgabe sehr einfach zu lösen, dann nämlich, wenn die Näherungsformeln, die unter dem Namen der Rayleighschen bez. Stefanschen Formeln bekannt sind, genügende Genauigkeit liefern. Ist das nicht der Fall, so führt die Aufgabe bekanntlich auf die Summierung der Reihen für die Besselsche Funktion erster Art von der Ordnung Null und zwar für komplexe Argumente. Dann kann die Berechnung sehr mühsam werden. Von Tabellen, durch die man dieser Aufgabe enthoben wäre, existiert, soweit mir bekannt ist, nur eine für den Ohmschen Widerstand: diejenige, welche Lord Kelvin¹⁾ in seinen *Mathematical and physical papers* nach Berechnungen von M. Maclean veröffentlicht hat.

Auf magnetischem Gebiet gelangt man bei der Berechnung des Ohmschen und induktiven magnetischen Widerstandes²⁾ von Metallzylindern bez. Drähten für oszillatorische Felder auf genau dieselben Formeln wie bei der entsprechenden elektrischen Aufgabe. Während aber im elektrischen Fall der genaue Wert des Selbstinduktionskoeffizienten relativ geringe Bedeutung hat, da der aus reiner Oberflächenströmung berechnete gewöhnlich ausreicht, so ist auf magnetischem Gebiet die Berechnung des induktiven magnetischen Widerstandes genau ebenso wichtig, wie diejenige des Ohmschen.

Um ein für allemal diese Aufgabe zu erledigen, habe ich mir Kurven gezeichnet, die ich im folgenden mitteile. Es

1) W. Thomson, *Mathematical and physical papers* 3. p. 493. 1890. Für ein beschränktes Gebiet finden sich ausgerechnete Werte bei J. J. Thomson, *Recent Researches etc.* p. 295 f. 1893.

2) Daß diese für manche Fälle zum mindesten sehr bequeme Hilfsgrößen darstellen, habe ich früher gezeigt. Vgl. *Ann. d. Phys.* 9. p. 497, 1902; 10. p. 845. 1903; 11. p. 1121. 1903.

ist aus ihnen der Wert des Ohmschen und induktiven elektrischen und magnetischen Widerstandes für Schwingungen unmittelbar zu entnehmen, wenn man den Ohmschen Widerstand für stationären Zustand kennt.

1.

Die Benutzung der Kurven setzt voraus, daß man die Größe

$$x = r \sqrt{\frac{\pi n \lambda \mu}{8 V^2}} = r \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot \pi n \lambda \mu}{2 \mu_0}} \text{ (C.G.S.-Einheiten)}$$

kennt. Darin bedeutet:

r = Radius des Drahtes.

λ = Leitvermögen des Drahtes,

μ = Permeabilität des Drahtes,

μ_0 = " der Luft,

n = Wechselzahl der Schwingung,

V = vom Maßsystem abhängige Konstante.

Der Einfluß von Radius und Wechselzahl wird isoliert, wenn man schreibt:

$$x = r \sqrt{n} \cdot f.$$

Die Konstante f hängt nur vom Material des Drahtes bez. Zylinders ab und ist in der folgenden Tabelle für die gebräuchlichsten Materialien berechnet.

Material	$\lambda : \lambda_{\text{Hg}}^{1)}$	$\mu : \mu_0$	f
Eisen	8	8000	1,12
"	8	1000	0,648
"	8	800	0,355
"	8	100	0,214
Kupfer	55	1	0,0587
Messing	12	1	0,0251
Platin	6,5	1	0,0185
Neusilber	4	1	0,0145
Nickelin	2,3	1	0,0110
Manganin	2,2	1	0,0107
Constantan	1,9	1	0,0100

1) λ_{Hg} bedeutet Leitvermögen des Quecksilbers. Die Werte für das Leitvermögen der verschiedenen Materialien wurden der praktischen Physik von F. Kohlrausch entnommen und sind zum Teil Mittelwerte.

2.

Es sei:

- w elektrischer } Ohmscher Widerstand für stationären Zustand,
 w_m magnetischer }
 w' elektrischer } Ohmscher Widerstand für die betreffende Schwingung¹⁾,
 w_m' magnetischer }
 p' elektrischer Selbstinduktionskoeffizient für die betreffende Schwingung,
 p_0 elektrischer Selbstinduktionskoeffizient, soweit er von dem magnetischen
 Feld außerhalb des Drahtes herrührt²⁾,
 p_m magnetischer Selbstinduktionskoeffizient.

Dann gilt allgemein und streng³⁾ für eine ungedämpfte⁴⁾ sinusförmige Schwingung der Wechselzahl n

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{w' + i \pi n (p' - p_0)}{w} \\ \frac{w_m' + i \pi n p_m}{w_m} \end{array} \right\} = 4 i x^2 \left[\frac{J_0(x)}{x J_0'(x)} \right]_{x = n \sqrt{-8i}},$$

worin $i = \sqrt{-1}$ und $J_0(x)$ die Besselsche Funktion erster Art von der Ordnung Null, $J_0'(x)$ deren Differentialquotienten nach x bedeutet.

Ist $x < 1$, so wird annähernd

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{w'}{w} \\ \frac{w_m'}{w_m} \end{array} \right\} = 1 + \frac{x^4}{8} \dots,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi n (p' - p_0)}{w} \\ \frac{\pi n p_m}{w_m} \end{array} \right\} = x^2 \left(1 - \frac{x^2}{6} \dots \right),$$

1) \equiv „effektiver“ Widerstand nach der Bezeichnung von Lord Kelvin, l. c.

2) Identisch mit dem aus reiner Oberflächenströmung berechneten Selbstinduktionskoeffizienten.

3) Vgl. z. B. E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 357ff.

4) Der Einfluß einer Dämpfung ist aus E. H. Barton, Phil. Mag.

(5) 47. p. 483. 1899 zu entnehmen.

und für so kleines α , daß $\alpha^4/3$ gegen 1 vernachlässigt werden kann

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{w'}{w} \\ \frac{w_m'}{w_m} \end{array} \right\} = 1, \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi n (p' - p_0)}{w} \\ \frac{\pi n p_m}{w_m} \end{array} \right\} = \alpha^2.$$

Im entgegengesetzten Grenzfall, wenn α groß ist gegen 1, wird annähernd

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{w'}{w} = \frac{\pi n (p' - p_0)}{w} \\ \frac{w_m'}{w_m} = \frac{\pi n p_m}{w_m} \end{array} \right\} = \alpha.$$

3.

In den Kurven, Figg. 1—4, sind als Abszissen die Werte von α , als Ordinaten der Kurve A die Werte von w'/w bez.

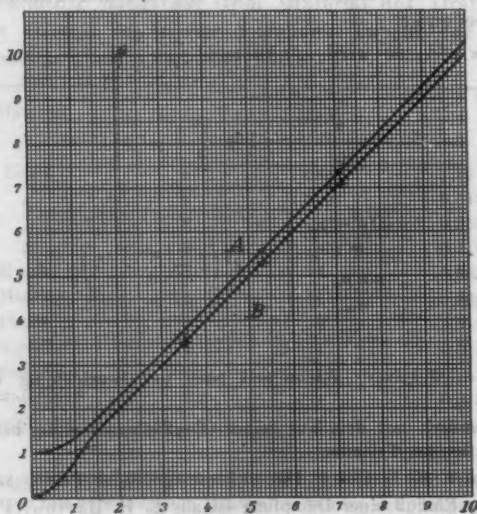


Fig. 1.

w_m'/w_m , als Ordinaten der Kurve $B^1)$ die Werte von $\pi n(p' - p_0)/w$ bez. $\pi n p_m/w_m$ aufgetragen. Die tatsächlich berechneten Punkte der Kurven sind durch Kreuze²⁾, die der zitierten Tabelle von Lord Kelvin entnommenen durch kleine Kreise markiert.

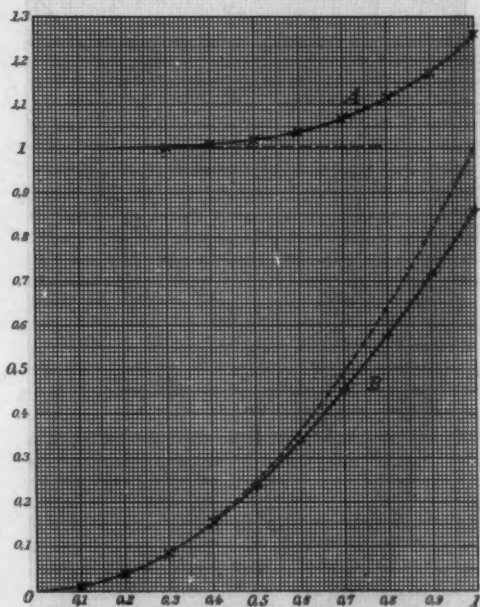


Fig. 2.

Fig. 1 zeigt den allgemeinen Verlauf der Kurven für x von 0 bis 10; in Figg. 2, 3 und 4 sind die Kurven für x von 0 bis 1, 1 bis 2 und 2 bis 3 in vergrößertem Maßstab wiedergegeben.

1) Für die Berechnung der Kurve B in dem Gebiete $x > 1$ wurden die von Lord Kelvin l. c. angegebenen Hilfsfunktionen $\text{ber } q$, $\text{bei } q$, $\text{ber}' q$, $\text{bei}' q$ ($q = x/\sqrt{8}$) benutzt. Es ist ohne Schwierigkeit zu beweisen, daß die Kurve B aus diesen Hilfsfunktionen durch die Beziehung

$$\frac{\pi n(p' - p)}{w} = \frac{\pi n p_m}{w_m} = \frac{q}{2} \cdot \frac{\text{ber } q \cdot \text{ber}' q + \text{bei } q \cdot \text{bei}' q}{\text{ber}^2 q + \text{bei}^2 q}$$

abgeleitet werden kann.

2) In Fig. 1 nur die Werte für $x > 3$.

Die gestrichelte Kurve in Fig. 2 stellt die durch die Näherungsformeln Gleichung (2), die strichpunktiierte Gerade in Figg. 3 u. 4 die durch die Näherungsformeln Gleichung (3)

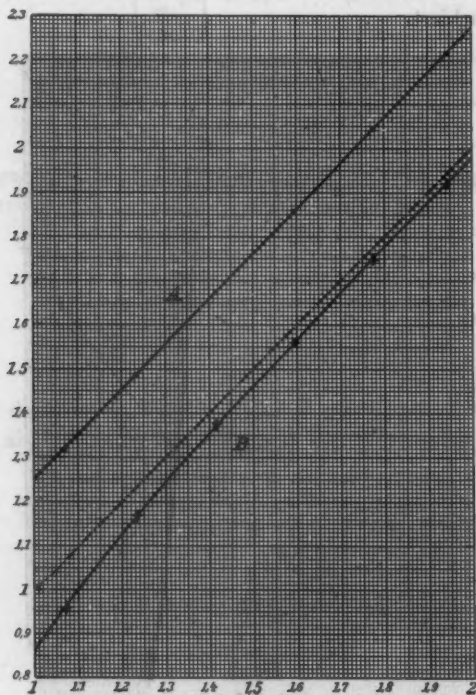


Fig. 3.

gegebenen Werte dar. Aus einem Vergleich dieser Kurven mit den Kurven A und B ist unmittelbar zu entnehmen, welche Genauigkeit in jedem einzelnen Falle diesen Näherungsformeln zukommt.

4.

Die Kurven A und B verlaufen zwischen $x = 1,5$ und $x = 10$ beinahe genau linear. Berechnet man die Gleichungen

der Geraden, welche sich den Kurven *A* und *B* am besten anschmiegen, so erhält man:

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{w'}{w} = \frac{w'_m}{w_m} = 0,997 x + 0,277, \\ \frac{\pi p (p' - p_0)}{w} = \frac{\pi p p_m}{w_m} = 1,007 x - 0,040. \end{cases}$$

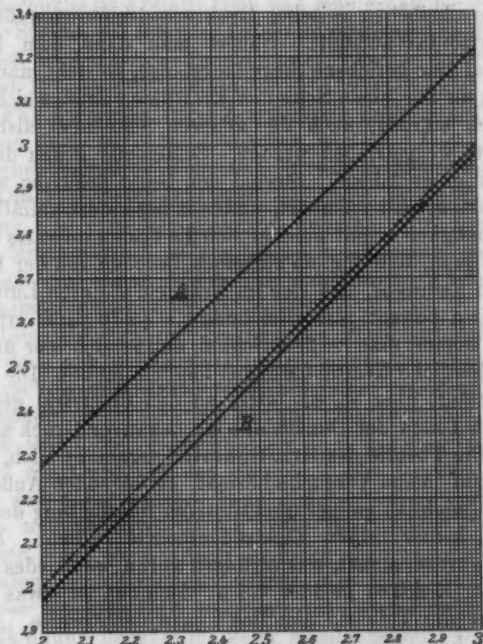


Fig. 4.

Die erste dieser Gleichungen gibt noch für $x = 1$ eine Genauigkeit von ca. 1 Proz., noch für $x = 0,9$ eine Genauigkeit von ca. 8 Proz. Diese Gleichungen stellen also Näherungsformeln dar für den größten Teil desjenigen Gebietes, in welchem die Näherungsformeln Gleichungen (2) und (3) keine genügende Genauigkeit liefern.

Straßburg i. Els., Physik. Institut.

(Eingegangen 2. April 1903.)

13. *Bemerkungen über die Schmidtsche Theorie der Phosphoremanation; von Carl Barus.*

1. Die schönen Versuche, welche Hr. G. C. Schmidt¹⁾ mitgeteilt hat, lassen sich leicht so wiederholen, daß man Phosphorscheibchen zwischen Drahtnetzstreifen gepreßt, isoliert und horizontal aufstellt. Nähert man dann dem Phosphor horizontal eine geriebene Siegellackstange, so sieht man, wie die Teilchen an der einen Seite den Kraftlinien zufolge sich auf den Siegellack stürzen, nach der anderen Seite aber alsbald vom Drahtnetz weggetrieben werden. Beiderseits liegen die Dunstfäden in einer Ebene. Sowohl der Gang positiver wie negativer Ladung wird offenbart, und was besonders auffällt, ist die Geschwindigkeit v , mit welcher sich die Fäden vorwärts bewegen. Bedenkt man, daß für ein einzelnes Teilchen von der Ladung e und dem Radius R , das sich im Kraftfeld F durch Luft von der Zähigkeit μ bewegt, die Gleichung $v = eF/6\pi\mu R$ erfüllt sein muß, so kommt man zu dem Schluß, daß es sich hier um relativ außerordentliche Kraftäußerungen handeln müßte. Die Erscheinung verläuft aber so; als wenn an den diametral gegenüberstehenden Teilen der Dunstwolke ein negativer Druck anhaftete.

2. Die Theorie des Hrn. Schmidt veranlaßt mich, insofern sie sich auf meine Versuche bezieht, zu folgenden Äußerungen: Ich habe mich bei meiner quantitativen Bearbeitung des Gegenstandes²⁾ keiner reinen Elektronentheorie bedient. Ich habe allerdings oft berechnet, was vorliegen würde, wenn jedes Teilchen mit einem Elektron geladen wäre; doch das ist etwas anderes. Ich nenne die Teilchen ziemlich konsequenterweise, „Nuklei“. Wird ein koaxialer Zylinderkondensator vorausgesetzt (Länge l , Radien r_1, r_2 , effektive Kapazität C , radialer Potentialunterschied E), so gilt bei meinen Versuchen die allgemeine Gleichung

$$C \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{16,7 n_0 e V}{1 + k/U E (r_2 - r_1)^{-1}} (1 - e^{-0,8771(r_2 + r_1)(k + U E/(r_2 - r_1))/V}),$$

wo n_0 die Anzahl der eintretenden Partikelchen pro Kubikzentimeter, V die Geschwindigkeit des tragenden Luftstromes in Liter pro Minute bedeuten. Ferner ist U die Geschwindig-

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 10. p. 704. 1903.

2) C. Barus, Smithsonian Contributions to knowledge Nr. 1909. 1901; Nr. 1373. 1903.

keit der Partikelchen mit der Ladung e , im Kraftfeld Eins, k (Absorptionsgeschwindigkeit) die Geschwindigkeit in einer gegebenen Richtung im Kraftfeld Null. Die Wichtigkeit des k beweist der Dampfstrahl oder die Kondensationskammer.

Bei Phosphor ist nun k groß gegen $UE/(r_2 - r_1)$, und es kommt ein dem Ohmschen ähnlicher Gesetz zu stande. Bei Wassernuklei ist k relativ klein und man erhält bei großem E konstante Ströme von letzterer Größe unabhängig. Bei Phosphor schätze ich die Anzahl der Teilchen unmittelbar an der Phosphorfläche auf 10^6 pro Kubikzentimeter. Bei Wassernuklei kann die Zahl im Fall äußerst kräftiger Zerstäubung verdünnter Lösungen nicht weit über 10^6 hinausgetrieben werden. Die Ladungen der Teilchen verhalten sich etwa im umgekehrten Verhältnis.

3. Die Eigengeschwindigkeit der Teilchen denke ich mir so bedingt, daß dieselben einerseits zu klein sind, um symmetrischen Molekularstoß zu empfangen, andererseits nicht klein genug, um auf diese Weise die gewöhnliche Ordnung der Molekulargeschwindigkeiten zu erreichen.

4. Den Ursprung der Ladung der Phosphorteilchen (man wird sie doch wohl schlechtweg Ionisation nennen müssen) stelle ich mir als Verlauf einer Massenwirkung dar: Bei der Oxydation des Phosphors bildet sich ein Produkt, das bei überschüssigem Phosphor stabil, bei überschüssiger Luft dagegen instabil ist. Während das Oxyd von der Phosphorfläche fortwandert, zerfällt es, und daher rühren die in gleicher Anzahl vorhandenen positiven und negativen Ionen. Man darf daher nicht überrascht sein, wenn das Kraftfeld die Ionen nicht wegschaffen kann.

Analoge Erscheinungen mögen hier Platz finden. Aus staubfreier feuchter Luft bekommt man durch mäßige plötzliche Abkühlung bekanntlich keine Kondensation. Das Gleiche gilt für staubfreies feuchtes Leuchtgas. Mischt man aber beide Gase, so wird die Kondensation kurz nach der Mischung beträchtlich (etwa 2500 Nuklei pro Kubikzentimeter). Es haben sich Nuklei durch chemische Reaktion gebildet.¹⁾ Ionisation kann man hier nicht nachweisen. Schichtet man Leuchtgas vorsichtig über Luft, so kann man den Verlauf der Diffusion an der Grenzfläche durch Kondensation der vorhandenen Feuchtigkeit beobachten. Desgleichen wenn man schwere Dämpfe wie Benzol

1) Wahrscheinlich schwefelhaltiger Natur. So erzeugt z. B. Schwefelkohlenstoff an einer Luftgrenze ohne weiteres Kondensationskerne.

in staubhaltiger Luft nach oben diffundieren läßt, eine Erscheinung, die ich anfangs irrtümlich als Diffusion der Nuklei selber angesehen habe.

5. Wichtig für die Erscheinung ist das Verschwinden der Ionisation. Leitet man die Luft über Phosphor direkt in den geladenen Kondensator, so bekommt man verhältnismäßig kräftige Ströme. Führt man aber die geladene Luft erst durch eine große Flasche oder dergleichen, und dann in den Kondensator, so verschwinden die Ströme im letzteren bis auf wenige Prozente. Die Anzahl der Partikelchen ist, wie man durch Kondensation nachweisen kann, in beiden Fällen nahezu dieselbe.

Das Gleiche ergibt sich auch für Wassernuklei, wo die Ladung ebenfalls positiv und negativ, aber nicht symmetrisch vorhanden ist und fast vollständig verschwindet, während sich die Anzahl der Teilchen nahezu konstant erhalten hat. Im wesentlichen hat dies ja schon längst Lenard gefunden.

6. Übrigens wird die Luft nicht dadurch leitend, daß man leitende Partikelchen hinein gibt. Hypothesen über die Art der Leitung von Partikelchen zu Partikelchen ergeben sich als erste Bedingung der Schmidtschen Theorie. Am einfachsten kommt man wohl hier zum Ziel, wenn man zugibt, der ganze Raum innerhalb der Wolke sei ionisiert, denn jede Theorie muß sich bis auf verschwindende Kraftfelder kontinuierlich erstrecken. Man müßte wenigstens zum Stoß der Partikelchen Zuflucht nehmen. Daß die beobachteten beträchtlichen Geschwindigkeiten ihre Entstehung lediglich der Inhomogenität des Kraftfeldes verdanken können, scheint mir ausgeschlossen. [Bei der konzentrierten Schwefelsäure ist z. B. die Abgabe der jedenfalls leitenden Nuklei etwa ebenso kräftig wie bei Phosphor, und dennoch zeigt die umgebende Luft vorzügliche Nichtleitung. Anmerkung bei der Korrektur.]

Providence, U.S.A., Brown University.

(Eingegangen 30. April 1903.)

Berichtigungen

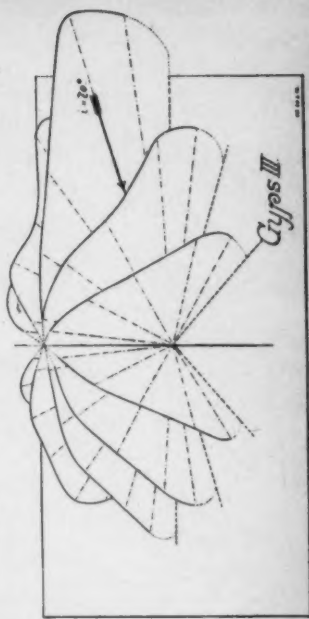
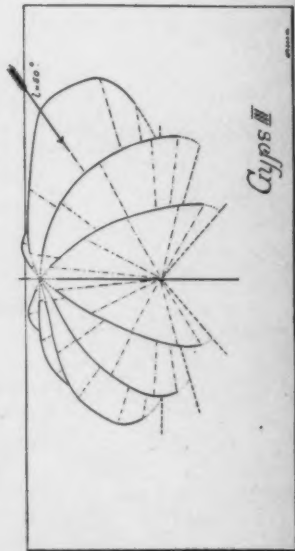
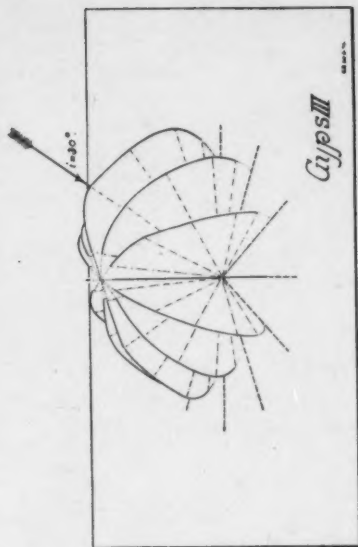
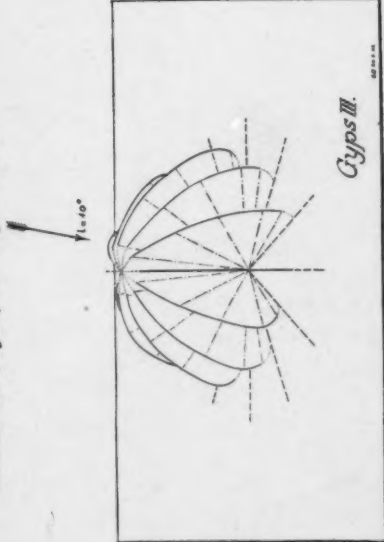
zu der Arbeit W. Schwarze, Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit von Argon und Helium. Bd. 11. p. 303. 1903.

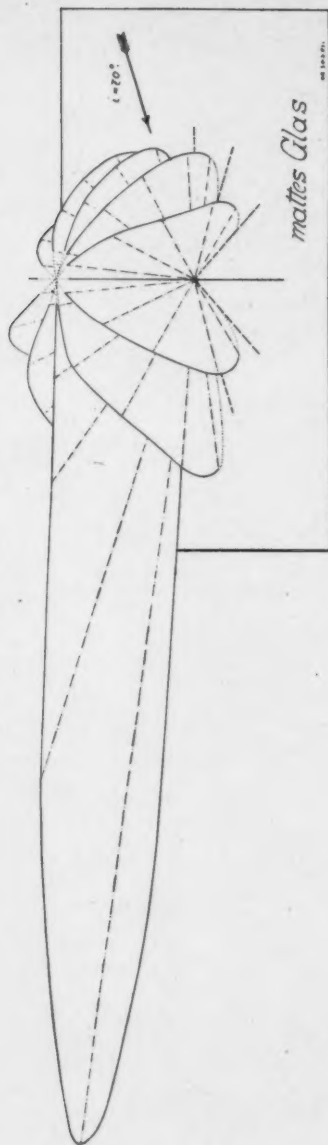
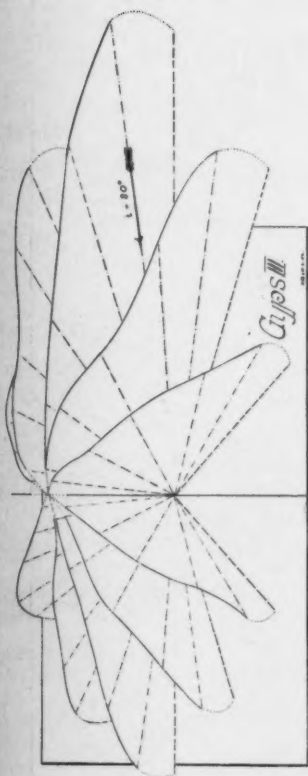
Seite 303, 328, 329 lies C. statt Conran.

„ 304, Zeile 13 von oben „ Gasmenge.

„ 325, „ 13 von unten „ 0 = 16 statt 0 = 10.

Druck von Metzger & Witt in Leipzig.





F. Thaler.



Drehbänke

Specialität

Präcisions-Zangen-Drehbänke

und

kleinere Mechanikerbanke für
Laboratoriengebrauch

WILHELM EISENFÜHR, Berlin S. 14.

Telephon IV 1740. ; Lieferant verschiedener ; Firma gegr. 1864.
Universitäten.



Farbenempfindlichste Momentplatte nach

Prof. Dr. Miethe und Dr. Traube.

Otto Perutz, Trockenplattenfabr., München.

Illustrierter Katalog „Ph“

für Platten und Apparate gratis.

The European Weston Electrical Instrument Co.

G. m. b. H.

Specialfabrik für elektrische
Messinstrumente.

Berlin S., Ritterstrasse 88.

Die

„Weston'schen Fabrikate“
sind unerreicht in jeder
Beziehung und warnen
wir vor geringwerthiger
Nachahmung.



= Cataloge =

auf Anfrage gratis.

Weston periodisches Normal-Voltmeter
für Wechsel- und Gleichstrom.

Special-Fabrik
elektrischer Messapparate
Gans & Goldschmidt
BERLIN N 24.

*Fabrikation aller in der elektrischen Messtechnik vorkommenden
 Instrumente und Apparate.*

Induktorien

*mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss
 von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.*

Auf wissenschaftlicher Basis construirt.

*Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Hertzsche Schwingungen,
 drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren*

auch bei Dauerbetrieb

gleich hervorragend. Reich illustrierte Preisliste zu Diensten.

Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

Alt, Eberhardt & Jäger,

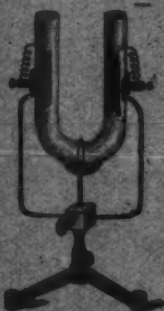
Ilmenau (Thüringen).

*Eigene Hohlglashütte, Lampenbläselei, Glasschleiferlei,
 Holzwaarenfabrik, Mechanische Werkstatt, Schriftmalerei
 und Emailfabrik.*

Glas-Apparate, -Instrumente und -Utensilien

für chemischen, physikalischen und wissenschaftlichen Gebrauch.

Apparate für Vorlesungen, botanische Studien u. s. w.



**Chemische Glasgeräthschaften für Labo-
 ratorien von Schulen, höheren Lehr-
 anstalten, Fabrikalaboratorien des che-
 mischen Grossbetriebes.**

Standgefässe für Museen.

Elektrische Röhren, Röntgen-Röhren.

**Normal-Thermometer, Chem. Thermometer
 - 200 + 550°.**

Normal-Aræometer in feinsten Herstellung.

Glasröhren und -Stäbe.

Geschnittene chemische Messgeräthe.

Anfertigung neuer Apparate nach Skizzen und Angaben.

== Eigenes chemisches Laboratorium. ==

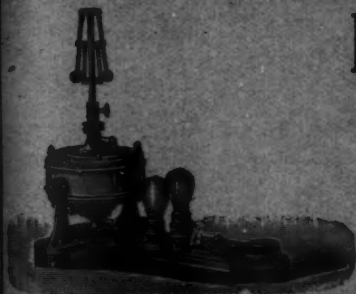
Exakte Ausführung.

Physikalische Demonstrationsapparate

Leppin & Masche

Berlin SO.

Engelufer 17.



Eigene Konstruktionen.

Neue Preislisten
für Physik — Chemie.

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,
neben der Techn. Hochschule.

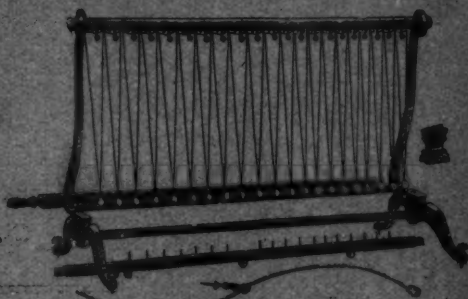
Neueste glas-technische Konstruktionen. Quecksilber-Regenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscale etc. etc.

G. LORENZ, Chemnitz
Schillerstrasse 15,

fertigt

alle physikalische Apparate

in möglichst grosser und nur sorgfältiger Ausführung.



Wellmaschine nach Mach.

Spezialität in Demonstrationsapparaten für die Hertz'schen, Marconi'schen und Tesla'schen Versuche. — Lecher'sche Wellen. — Elektrische Resonanz. — Funkeninduktoren. — Experimentiertische. — Zimmerverdunkelungen.

Rich. Magen,

Optiker und Mechaniker,

Berlin NW. 40, Scharnhorststr. 34a.

Für Spiegelgalvanometer:

Planiertell-Spiegel v. 3 bis 90 mm Durchm.
Ganz dünn u. leicht, sowie Hohlspiegel von
14 mm Durchm. 1-1,5 etc. bis 3 Mtr. Focus.
Glascahen von $\frac{1}{4}$ bis 1 Mtr. lang, Masse-
stäbe in Glas u. Metall (in beliebigen Inter-
valen) bis $\frac{1}{100}$ mm genau. Interferenzgitter
für Schulen von 10-400 Striche per mm.
Planiertellglas jeder Stärke, Glasprismen.
Metallspiegel in Spiegelmetall.

Preisverzeichnisse gratis.

Paul Kröplin,

Bützow i. M.,

mech. Werkstätte für Lehrmittel,

Motorbetrieb,

liefert als Spezialist

Apparate

nach Hertz, Marconi, Tesla,
Röntgen, Lodge und Lecher.

**Funkenductoren
und polarisirte Relais.**

Alleinvertrieb für Oesterreich-Ungarn:
A. Pichlers Wittwe u. Sohn, Wien.



UNGER & HOFFMANN

Gegründet
1878.

• Dresden-A. 16: •

Gegründet
1878.

Fabrik von Projektions-Apparaten

für wissenschaftliche Zwecke und für Vorträge. Praktische Einrichtungen für
Petroleum, Gas, Acetylen, Kalklicht, Aetherlicht, elektr. Bogenlicht.
Katalog reich illustriert, 160 S. stark, gratis. Kosten-Ausschlagen und Rad bereitwilligst.

Selen- Zellen und -Apparate

für

Telephonie ohne Draht

sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefern

CLAUSEN & v. BRONK, Berlin N 4,
Chausseestrasse 3.

Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste.

Carl Zeiss, Optische Werkstätte, Jena.

Berlin NW., Dorotheenstrasse 29. II.

London W., 29 Margaret Street, Regent Street.

Wien IX/3., Ferstelgasse 1, Ecke Maximilianplatz.

Frankfurt a. M., Kaiserstrasse 16.

Hamburg, Rathausmarkt 8.

Spektrometer und Refractometer für feste u. flüssige Körper

(14 verschiedene Modelle) für physikalische und physikalisch-chemische Untersuchungen, für Lehr- und Uebungswecke, für die Zwecke der praktischen Optik, für krystallographisch-mineralogische Untersuchungen und für chemisch-technische Zwecke.

Prismen jeder Art und optisch-physikalische Präparate. Spektroskope.

(Hand- und Taschenspektroskope, Vergleichsspektroskope für die gleichzeitige Beobachtung von zwei bez. drei Spektren.)

Winkel- und Längenmessapparate.

(Goniometer, Dickenmesser, Comparatoren, Sphärometer, Focometer.)

Interferenzapparate.

(Dilatometer, Interferenzmessapparat, Interferenztischehen etc.)

Interferenzrefractometer und Schlierenapparate.

Stereoskopischer Entfernungsmesser

und verschiedene zu Demonstrationszwecken dienende Instrumente.

Ausführung von Neuconstructionen

optischer Apparate nach speziellem Auftrag.

Beschreibung der einzelnen Apparate und Preislisten werden auf Wunsch gratis und franco zur Verfügung gestellt.

Ausserdem stehen Interessenten gratis und franco zur Verfügung unsere Kataloge über:

Mikroskope und mikroskopische Hilfsapparate,
Apparate für Mikrophotographie und Projection,
Mikroprojectionsapparate für durchfallendes und auffallendes Licht,
Photographische Objective und optisch-photographische Hilfsapparate,

Zeiss-Feldstecher und Relief-Fernrohre,

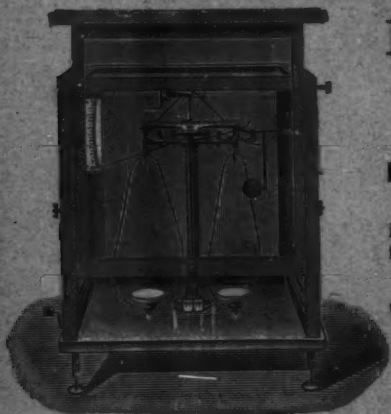
Neue binoculare und monoculare Stand-(Ausichts-)Fernrohre,

Astronomische Objective und Instrumente.

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämtlichen beschickten Ausstellungen.
Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von
Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.



Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

**Physikalische und analytische
Waagen**

in garantirt vorzüglicher Aus-
führung und allen Preislagen.

**Schnellschwingende
Waagen für Chemiker.**

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter

nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.

Funkenduktoren, Condensatoren, Spiegelgalvanometer.

Thermo-Element

nach Angabe des Herrn Prof. Dr. Rubens.

Pyrometer

zum Messen von Temperaturen bis 1600° Celsius.

Galvanometer

zu Linde'schen Kältemessungen.

= Preisverzeichnisse kostenfrei. =

E. LEITZ,

Optische Werkstätte,

Wetzlar.

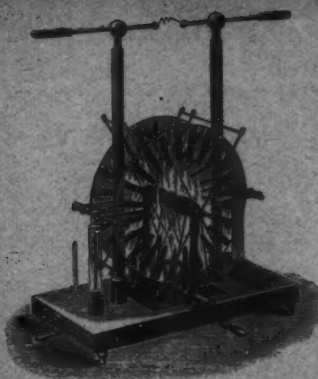
Zweiggeschäfte: Berlin NW., Luisenstr. 46.
New York 411 W., 59th Str. Chicago 82—83, Clark Str.



== Neuestes Modell 1902. ==

Mikroskope,
Mikrotome, Mikrophotogr. und Projections-Apparate,
Photographische Objective.

==== *Preislisten kostenfrei.* =====



J. Robert Voss,
 Mechaniker,
 Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:
**Influenz-Elektrisir-
 Maschinen**
 aller Systeme
 (auch die dazu gehörigen Nebenapparate)
 und
Metall-Spiral-Hygrometer
 in allen Ausführungen.

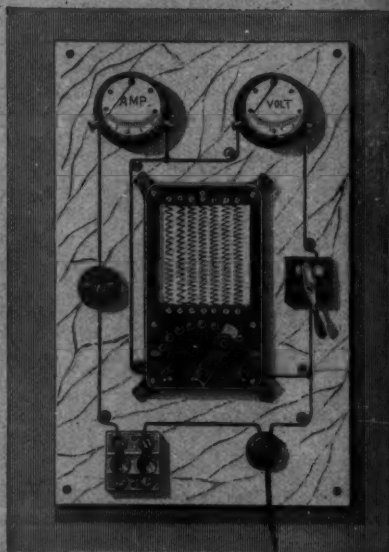
Physikalische Apparate.

**Original-
 Konstruktionen.**

**Röntgen-
 Apparate.**

**Modelle
 jeder Art.**

**Neue Preisliste,
 über
 4000 Nummern
 und 1600 Abbil-
 dungen enthal-
 tend, soeben er-
 schienen.**



Ferdinand Ernecke,

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.
 Königgrätzerstr. 112, Berlin S.W., Königgrätzerstr. 112.

— Begründet 1859. —

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Spezialitäten: Momentplatten für Astronomische und Röntgen-aufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie und Spectralphotographie. — Orthochromatische Platten, Abzieh-platten für Lichtdruck, Celluloidfolien. — Rollfilme für Tageslicht-cameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien

vormals **Dr. C. Schleussner in Frankfurt a. M.**

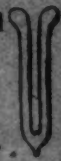


Doppelwandige Gefässe nach Dewar zu den Versuchen flüssiger Luft.

Anfertigung chemischer und physikalischer Glasinstrumente.
Reinigungs- und Normal-Thermometer, geeichte Messgeräthe,
Quecksilber-Luftpumpen, Manometer etc.

Reinhold Burger, Berlin N., Chausseestr. 2E.

Fernsprecher-Amt III, 5534.



Präcisions-Uhr- und Laufwerke,

sowie Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe und Zahnstangen

fertigt als Specialität

OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.

A. Eberhard vorm. R. Nippe,

Berlin NW.,

Platz vor dem neuen Thor 1a.

St. Petersburg,

Demidow Pereulok 2.

Chemische und physikalische Apparate und Gebrauchsgegenstände.

Glas-Präcisions-Instrumente und volumetrische Messapparate.

Feinste Thermometer von -200 bis $+550$ Grad.

Quecksilber-Luftpumpen neuester Construction.

Vacuum-Röhren

nach *Braun, Crookes, Geissler, Hittorf, Palm, Röntgen* etc.

Spectral-Röhren.

Mikroskope, Photometer,

Projectionsapparate, Spectralapparate aller Werkstätten zu Originalpreisen.

Physikalisch-analytische Waagen und Gewichte aller Systeme.

Complete Einrichtung von Laboratorien u. Vorlesungsräumen.

Sachgemässe Korkenanschläge.

Ausserst billige Preise.

Grosse illustrierte Preislisten kostenlos.



Neuer Widerstand oder Brücke
mit 100- u. 1000-Teilung.
D. R.-Patent a.

Elektrizitätsgesellschaft
Gebr. Ruhstrat,
Göttingen.

Schlitten-, Schiefer- und Porzellan-
widerstände von 15 Ω an.

Schalttafeln
auf Schiefer oder Marmor

für physikalische,
medizinische und technische Zwecke.

Dynamo-Maschinen, Elektromotoren,
sowie

Messinstrumente jeder Art.

Anfertigung elektrischer Apparate nach
Zeichnung oder näherer Angabe.

————— Hauptkatalog gratis. —————

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.

Thermometer

für

Wissenschaft und Technik,
von -200 bis $+575^{\circ}$.

Barometer

mit constantem Nullpunkt,
eigene Construction.

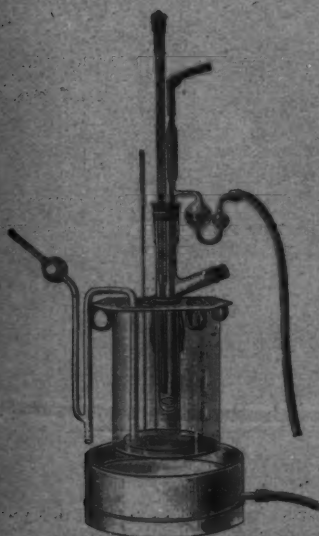
Elektrische Apparate u. Röhren

nach

Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,
Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

~~~~~  
*Illustrierte Preislisten zu Diensten.*





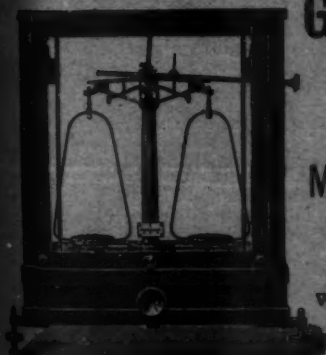
# Hartmann & Braun A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Messinstrumente und Hilfsapparate.

Königl. Preussische Goldene Staatsmedaille.



Kompensationsapparat mit Kurbelschaltung.  
Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.



**Georg Westphal,**  
Celle (Hannover).

**Mechanisches Institut.**  
**Waagen und Gewichte**  
für  
wissenschaftliche, chemische  
und  
technische Zwecke.



# Optisches Institut C. REICHERT WIEN

VIII, Bannergasse 24 und 26

Specialität:

## MIKROSKOPE

### I. Qualität

beehrt sich, mitzutheilen, dass erschienen sind:

*Hauptkatalog Nr. 33* über Mikroskope, Mikrotome, Hämometer, Ferrometer etc.

*Spezialkatalog Nr. 1* über Polarisationsapparate zur quantitativen Bestimmung des Rohr- und Traubenzuckers.

*Spezialkatalog Nr. 2* über Projectionsapparate für physikalische Zwecke.

*Spezialkatalog Nr. 3* über Mikrophotographische Apparate.

*Spezialkatalog Nr. 4* über Projectionsapparate zur Projection von mikroskopischen Präparaten und Diapositiven.

Diese Kataloge werden den p. t. Interessenten auf Verlangen gratis und franco zugesandt.

## SOCIETE GENEVOISE

pour la Construction

D'INSTRUMENTS DE PHYSIQUE ET DE MECANIQUE

Genf. 5 Chemin Gourgas.

Kreis- und Längentheilmaschinen, Comparatoren;  
Kathetometer, Mikrometrische Schrauben, Normalmaasse,

### Normalmeter

in verschiedenen Längen, aus Nickelstahl (Invar), Nickel, Bronze,  
in der H-Form, 5 Meter lang in Invar.

Höchste Garantie der sauberen Ausführung der  
exaktesten Arbeiten.

Astronomische, optische, elektrische Instrumente.

Vollständige Ausstattung für Universitäten.

Funkentelegraphische Apparate (hohe Frequenz)  
nach Tesla, Gaudin etc.

Kataloge zur Verfügung.

Das bequemste und wirksamste aller Instrumente zur genauen Untersuchung der Spektrumlinien und insbesondere zur Beobachtung des Zeemannschen Effektes ist das

### Stufen-Beugungsgitter von Prof. Michelson.

Dasselbe wird von mir seit bereits zwei Jahren fabriziert und wurde an viele der bedeutendsten europäischen Universitäten geliefert.

Es kann an fast jedes Spektroskop oder an ein besonders zu diesem Zwecke konstruiertes Spektroskop mit allen erforderlichen Regulierungen angebracht werden.

Preis des Beugungsgitters von 260 M. Mk. — Preis des Spektroskops von 250 M. Mk.

**Adam Hilger, 75 A. Camden Rd., London NW.**

*Formerly of 240 Stanhope St., London NW.*

### Bestes galvan. Element



für physik.-chemische  
Laboratorien.

u. Referenzen.

Brochüre gratis.

**Umbreit & Matthes,**

**Leipzig-Pl. II.**

*Vertrieb von Joh. Amb. Barth in Leipzig.*

Ein treffliches Buch ist die

### Anleitung zum Glasblasen

von Prof. Dr. M. Ebert.

2. Auflage. 1897. M. 2.—

## Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte,

jetzt

**130 Friedrichstrasse 130**

(früher Philippstr. 22).

## E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix

(Paris 1889 — Anvers 1894

Expositions Universelles (Bruxelles 1897 — Paris 1900

Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet adoptée pour

les grandes distances. Téléphone haut-parleur R. Gail-

lard, type 1902, R. G. et E. D. Matériels complets

Rayons X Röntgen, et courants de haute fréquence.

Photodiodolites de M. le Colonel Lancelotti.

Pile primaire du Dr. A. Vincent.



# Modelle

für

# Erfinder

Prospekt gratis

Werkstatt für Feinmechanik, elektrotisches Laboratorium

**H. BICHTLER, Glashütte I. S.**



**PARIS 1900  
GRAND PRIX**

Illustrierte Preislisten gratis.

## Präcisions-Reisszeuge

Astronomische Uhren,  
Compensationspendel.

**Clemens Riefler**

Fabrik mathemat. Instrumente

Nesselwang u. München.

Gegründet 1841.

## Physikalisch-mechanisches Institut

von Prof. Dr. M. Th. Edelmann in München.

Präcisions-Messapparate im Bereiche von Elektrizität,  
Erdmagnetismus, Elektrotechnik etc.

(Preisverzeichnis, reich illustriert, gratis.)

**Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.**

Berlin W., Carlsbad 16.

Spezialität seit 1890:

**Präcisions-Widerstände z. Manganin**

nach der Methode  
der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.  
(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde,  
Juli 1892, Januar 1893, Nov.-Dezember 1893.)

Normal-Widerstände von 0,001—10000 Ohm.  
— Abzweig-Widerstände von 1—0,00001 Ohm mit  
Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommes-  
sung bis 5000 Amp. — Elementen, Wheatstone-  
sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken für alle  
Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschalt-  
tung, in jeder gewünschten Ausführung. —  
Kompensations-Apparate für genaue Spannungs-  
messung in 6 Modellen. — Normal-Elemente,  
beglaubigt von der Physik. Techn. Reichs-  
anstalt. — Ähnliche Widerstände auf Wunsch  
als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Ver-  
kaufslager von Manganin-Draht und Blech  
von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— Illustrierte Preisliste. —



## Günther & Tegetmeyer.

**Werkstatt für Präcisions-Mechanik  
Braunschweig.**

Wasserstrahl-Duplicatoren, Actinometer, Quadrantenelectrometer,  
Electroscope mit Natriumrechnung (D.R.G.M.), Apparate zur Messung  
der Electricitätszerstreuung in der Luft, etc. nach Elster und Geitel.

Registri-Electroscope nach Birkeland (konstruiert für den Gebrauch bei  
der norwegischen Nordlicht-Expedition 1899).

Photoheliometer für meteorologische Zwecke nach Köppe.

Ablesfernrohre.



# SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.



**Kompensationsapparat** für genaue Strom- und Spannungsmessungen.

**Normalwiderstände** für Strommessungen.

**Messbrücken** für Thomson'sche und Wheatstone'sche Schaltung.

**Widerstände** aus Manganindraht von 1 und 10 Megohm in je 10 Stufen.

**Spiegelgalvanometer** nach Deprez-d'Arsonval.

**Spiegel-Elektrodynamometer.**

**Panzergalvanometer.**

**Apparate** für Eisenuntersuchungen.



## F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

### Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

== Specialität: ==

### Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.



### Sartorius' neuer Wärmekasten

zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial; unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen besuchten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 4 Sprachen gratis und franco.

— Vertreter in allen Ländern. —

\*\*\*\*\*

Fabrik- Marke

\*\*\*\*\*

## Emil Gundelach, Gehlberg i. Thüringen.

Glashütte

mit Regenerativ-Gasofen.



Glasbläserei

mit eigener Gasanstalt.

Schleiferei. Tischlerei. Dampfbetrieb.

Röhren, Kolben, Bechergläser, Kochflaschen etc. aus Glas von hohem Widerstand gegen chemische Agentien und gegen Temperaturwechsel.

Sämmtliche Glasapparate und Instrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

Doppelwandige Flaschen nach Dewar für flüssige Luft, versilbert und unverilbert.

Elektrische Vacuumröhren nach Geissler, Crookes, Hittorf, Tesla, Moore etc.

speziell:

**Röntgenröhren von hervorragender Qualität.**

(Röntgenröhren für Wehnelt-Unterbrecher, D.R.P. No. 100449, Röntgenröhren mit Regenerativvorrichtung, D.R.P. No. 108108.)

Bis jetzt wurden über 36 000 Stück Röntgenröhren gefertigt.

\*\*\*\*\*

Die Firma besteht seit 1853.

\*\*\*\*\*



# Max Kohl, Chemnitz i. S.

Werkstätte für Präzisionsmechanik,

fertigt als Spezialität:

**Funkeninduktoren für Gleichstrom mit veränderlicher Selbstinduktion für jede Spannung bis 250 Volt durch Induktionskommutator nach Kohl; für Wehnelt-Unterbrecher mit einem oder mehreren Kontaktstiften; gleichgut geeignet für Anwendung weicher, mittelweicher oder harter Röntgenröhren; für ganz langsame und allerschnellste Unterbrechungen verwendbar; die Einrichtung ermöglicht grösste Schonung der Röntgenröhren bei sehr geringem Stromverbrauch und liefert grossartige Durchleuchtungen. Bei Anwendung der Schaltung für mittelweiche Röhren kann jeder rotierende Unterbrecher in voller Leistung betrieben werden.**

*Neu! Neu! Neu!*

## Wechselstrom-Gleichrichter

zum direkten Laden von Akkumulatoren an einer Wechselstrom-Anlage und zum Betrieb von Funkinduktoren durch Wechselstrom, ohne dass ein weiterer Unterbrecher nötig ist.

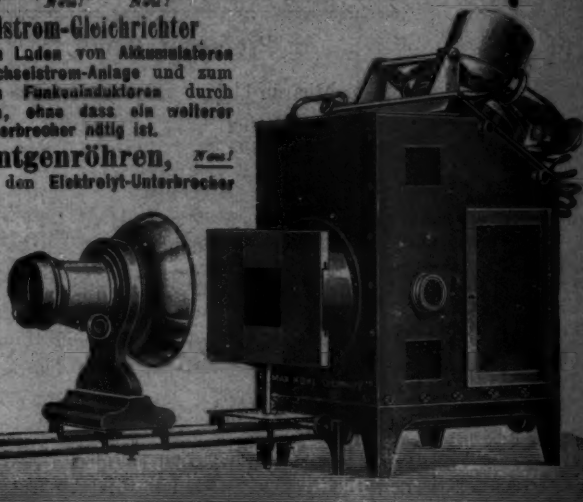
*Neu! Neu!* **Röntgenröhren,** *Neu!*

speziell für den Elektrolyt-Unterbrecher hergestellt.

Die selben ermöglichen

Becken-aufnahmen in

10-20 Sekunden.



**Projektionsapparate für Bogenlicht, Gleich- oder Wechselstrom, Kalblicht, Acetylen- oder Zirkonbeleuchtung, mit angepasster optischer Bank.**

Durch Aufsetzen einzelner Ansätze ist es möglich, die Projektionsapparate für alle Polarisations-, Doppelbrechungs-, Interferenz- und Lichtbrechungsversuche zu verwenden!

**Fabrikation physikalischer Instrumente, Apparate nach Tesla, Hertz, Marconi.**

**Vollständige Einrichtungen von physikalischen u. chem. Auditorien in gediegener, zweckmässiger Ausführung.**

**Rotierende Vacuumpumpe.** Kraftbedarf ca. 1/3 P., ohne Ventile, brauchen keine Wartung, evakuieren in ca. 15 bis 18 Sec. einen Rezipienten von 2 l Inhalt auf 3 mm Hg Druck, speziell für physikalische u. namentlich chemische Arbeiten geeignet; werden mit Antriebscheibe, Karbel, oder in Verbindung mit Elektromotoren geliefert; auch vortzöglich als Gebläse verwendbar.

**Spezial-Listen auf Wunsch.**



# E. Leybold's Nachfolger,

== Köln a. Rh. ==

Mechanische und optische Werkstätten.



## Absorptionsplatten

nach Professor Wood,

welche alle sichtbaren Lichtstrahlen absorbieren und nur  
die ultravioletten Strahlen durchlassen.

Diese Absorptionsplatten gestatten unter anderem  
folgende zwei Vorlesungsversuche anzustellen:

Die Strahlen eines elektrischen Lichtbogens werden  
durch die Condensorlinsen eines Projektionsapparates ver-  
einigt und in den Brennpunkt ein Fläschchen mit Uran-  
nitrat gehalten. Bringt man dann zwischen Condensor  
und Urannitrat die Absorptionsplatte, so leuchtet das-  
selbe intensiv hellgrün auf.

Entwirft man auf dem Schirme das Spektrum des  
elektrischen Lichtbogens und hält die Absorptionsplatte  
vor den Spalt oder vor die Objectivlinse, so erscheinen  
gar keine Linien mehr auf dem Schirme; bringt man  
nun einen Fluoreszenzschirm an die Stelle des ultra-  
violetten Theiles des Spektrums, so leuchtet dieser  
hell auf.

Bei beiden Versuchen ist dafür zu sorgen, daß alles  
fremde Licht abgeblendet wird.

Preis Mark 15.—.

Alleinige Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Leipzig-Schleis, Bismstr. 9.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

